LP19 Bilans thermiques. Fluw conductifs, convectifs et radiatifs

9 juin 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

✍ *Physique tout en un PC-PC**, **Sanz** [1] ⟶ Tout
✍ *Thermodynamique*, **Diu** ⟶ Pour plus de théorie

Prérequis

➢ Convection

➢ Conduction

➢ Rayonnement du corps noir

➢ Diffusion

➢ Thermodynamique (équilibre thermique, énergie interne, premier principe)

Expériences

☕

Table des matières

Introduction

Nous nous sommes déjà intéressé à l'étude thermodynamique de systèmes à l'équilibre. Nous ne nous sommes pas encore intéressé à l'évolution du système entre deux états d'équilibre : c'est ce que nous allons faire ici, en particulier sur les bilans thermiques. Néanmoins, afin qu'on puisse définir une température T, on va utiliser l'équilibre thermique local. La température peut donc se mettre sous la forme d'un champ $T(\vec{r}, t)$. Cela suppose que les variations de températures sont faibles par rapport au volumique mésoscopique !

1 Bilan thermique

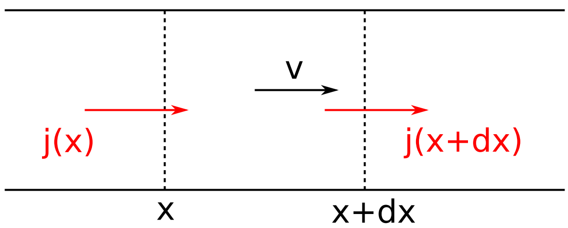
✍ Sanz MP, p783

On s'intéresse particulièrement donc ici aux bilans thermiques. On veut trouver le comportement général de l'évolution de la chaleur/température. On passer pour ça par l'équation de conservation de l'énergie, sachant que l'énergie peut être reliée à la température à l'aide de la capacité calorifique. De manière générale, ce bilan peut être écrit :

$$dU = Pdt + \delta Q$$

- U est l'énergie interne que l'on va relier à la température
- P est la production volumique d'énergie. Elle peut venir d'un chauffage, de réactions chimiques, ect...
- δQ correspond au tranfert thermique entre le systè :e et l'extérieur

On se place dans un cadre unidimensionnel. Pour se mettre dans un cadre le plus général possible, on considèrera que le système que l'on considère a une vitesse v.



Dans ce cas là :

$$dU = Sdx(u(x+vdt, t+dt) - u(x,t)) = Sdx\left(\frac{\partial u}{\partial t}dt + \frac{partialu}{\partial x}vdt\right)$$
$$\delta Q = S(j(x,t) - j(x+dx,t))dt$$
$$Pdt = p_v Sdxdt$$

En utilisant ces trois expressions, on trouve finalement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v_x\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = p_v$$

Enfin, en utilisant la capacité calorifique, on trouve l'équation d'évolution de la température :

$$\rho c_V\frac{\partial T}{\partial t} + v_c\rho c_V\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = p_V$$

On peut généraliser cette expression à un écoulement 3D :

$$\rho c_V\frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_V(\vec{v}.\vec{grad})T + div(\vec{j_Q}) = p_V$$

Analysons un peu cette équation :

- Elle est linéaire (à vitesse fixée !)
- On a un terme d'advection qui est liée à la vitesse du milieu. C'est comme quand on touille un café par exemple
- Un termde de diffusion qui est lié au flux thermique. Il est présence même sans mouvement macroscopique du milieu
- Il reste finalement qu'à expliciter les termes de flux et de puissance pour obtenir l'équation complète sur T ! Ce sera le but de la leçon

Si l'évolution est isobare plutôt que isochore, il faudra prendre la capacité thermique à pression constante, et non celle à volume constant

On s'intéressera uniquement à des cas ***sans production interne*** *donc on va se concentrer sur les différents flux thermiques qui existent.*

2 La conduction thermique

✍ Sanz, p779

2.1 Loi de Fick

La conduction thermique se produit dans un milieu donné (donc il faut un milieu, et un seul !). Elle caractérise l'homogénéisation de l'agitation thermique au niveau microscopique à travers les chocs de particules. C'est le type de transfert thermique que l'on a dans de l'eau qui chauffe dans une casserolle par exemple.

La loi qui décrit ce type de tranfert thermique est la **loi de Fourier** :

$$\vec{j_Q} = -\lambda gr\vec{a}dT$$

où λ est appelée conductivité thermique. Cette loi traduit :

- la présence de transfert thermique uniquement si la température est non uniforme
- le transfert de chaleur qui se fait du chaud vers le froid avec le signe -
- Il s'agit d'une loi phénomènologique. Elle est linéaire car elle est en faible valable que si les inhomogénéités de températures ne sont pas "trop importantes"
- Analogie avec loi d'Ohm locale ?

Dans le cas où le système est au repos, on a donc l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_V}\Delta T = D\Delta T$$

On voit apparaitre un coefficient de diffusion thermique $D = \frac{\lambda}{\rho c_V}$, qui est l'équivalent du coefficient de diffusion des particules mais pour la chaleur.

2.2 Application au plongeur

✍ Sanz

Afin de ne pas se protéger du froid, les pongeurs utilisent des combinaisons de plonée. Un être humain tombe en hypothermie lorsqua'il apsse en dessous de la barre des $T_c = 35°C$. On considère un plongeur dans une eau à $T_e = 17°C$. On va supposer que la variation de température du plongeur soit assez lente pour se placer dans l'ARSQ. Pour cela, il faut vérifier que les temps typiques qui nous intéressent soient grand devant le temps de diffusion thermique. En considérent une combinaison de plongée d'épaisseur $e \approx 3mm$ et de coefficient de diffusion thermique $D \approx 10^{-7} m^2 s^{-1}$. Cela donne $\tau_{th} \approx \frac{D}{e^2} \approx 1min \ll 1h$ qui est le temps typique d'une plongée. L'ARQS est donc vérifiée.

La température vérifiée alors $\Delta T = 0$ et donc on trouve un flux :

$$\vec{j_Q} = \lambda\frac{\delta T}{e}$$

Donc le flux total reçu par le plongeur par conduction vaut :

$$\Phi_c = \frac{\lambda}{Se}\delta T$$

On remarque alors que l'on peut faire une analogie thermo-électrique :

	Thermique	Electronique
Flux	Φ_C	i
Différence de potentiel/température	δT	ΔV
Résistance	$R_c = \frac{e}{\lambda S}$	$\frac{e}{\rho S}$

On peut donc schématisé le problème dans l'état actuel dans lequel il est de la manière suivante :

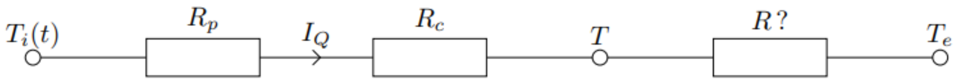


Schéma : circuit thermique équivalent avec le plongeur et la combinaison ; où R_p est la résistance thermique du plongeur, I_Q le courant d'énergie thermique, R_c la résistance thermique de la combinaison, T la température à la surface de la combinaison.

La température du coprs du plongeur est à environ 37 degrés initialement et sa résistance thermique sera prise égale à $R_p = 3,0.10^{-2} KW^{-1}$. Pour une surface $S = 1.3m^2$ et une conductivité thermique de $\lambda = 4,4.10^{-2} Wm^{-1}K^{-1}$, on trouve $R_c = 5,2.10{-}2KW^{-1}$.

On a étudié ce qu'il se passait dans la combinaison mais pas à l'interface combinaison/eau. C'est l'objet de notre prochaine partie

3 Flux convectif

3.1 Loi de refroidissement de Newton

La convection a lieu à à l'interface entre deux phases dont les températures sont différentes. Dans le cas générale, il est impossible d'obtenir un comportement du flux thermiques correspondant. On peut néanmoins l'exprimer dans le cas d'un interface fluide/solide par la **loi phénoménologique de Newton** :

$$\vec{j_Q} = h(T_s - T_f)\vec{n}$$

T_s est la température du fluide, T_f celle du fluide et le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur sortant perpenduculaire à la surface du solide. h est le coefficient de transfert thermique.

Peut être naturelle ou forcée

ODG : convection libre : 5-25 pour l'air et 100-900 pour l'eau. Convection forcée : 10-500 air et 100-15000 eau.

✍ Sanz, MP p815 !

3.2 Application au plongeur

On a donc un flux supplémentaire entre la combinaison et l'eau qui s'exprime de la manière suivant :

$$\Phi = hS(T - T_e)$$

On voit donc apparaitre une nouvelle résistance qui va venir s'additionner :

$$R_a = \frac{1}{hS}$$

Avec $h = 10Wm^{-2}K^{-1}$, on trouve $R_a \approx 7,7.10^{-2}KW^{-1}$. On a donc trouvé la résistance qui était inconnu dans le schéma précédent !

En fait, notre raisonnement est encore incomplet. Nous avons uniquement parlé des transferts thermiques ayant lieu avec un support matériel. Néanmoins, il existe un dernier type de transfert thermique qui est lui toujours présent : le rayonnement thermique.

4 Le rayonnement thermique

4.1 Loi de Stefan

Les flux radiations sont des modes de transport d'énergie qui s'effectue à travers les ondes électromagnétique. le rayonnement émis par un corps à la température T s'exprime alros avec la **loi de Stefan** :

$$\vec{j_Q} = \sigma T^4$$

où $\sigma = \frac{2\pi^2}{15}\frac{k_B}{h^3c^2} \approx 5,67.10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$ est la constante de Stefan

4.2 Application au plongeur

La flux reçu par le plongeur, ou plus exactement par sa combinaisons vaut donc :

$$\Phi_r = s\sigma(T^4 - T_e^4)$$

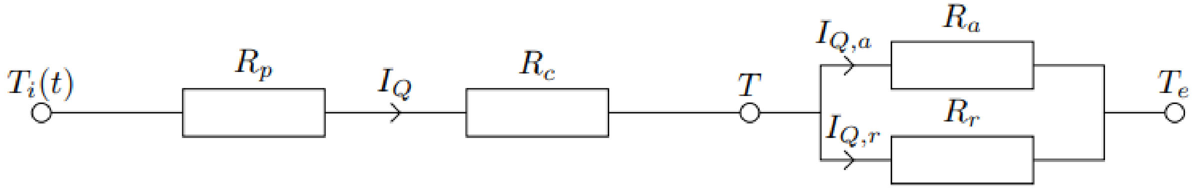
Cette expression est non linéaire et donc dans la plupart des cas, le calcul explicite de l'évolution de la température avec le temps est impossible. Néanmoins, dans le limite $\delta T \ll T$, on a :

$$\phi_r = 4S\sigma T_e^3 \delta T$$

On trouve donc encore une fois une nouvelle résistance qui vaut :

$$R_r = \frac{1}{4S\sigma T_e^3} \approx 1,4.10^{-1} W K^{-1}$$

Finalement, on peut compléter le schéma électrique équivalent :



Et on peut finalement écrire le flux totale reçu par le plonguer par l'extérieur :

$$\Phi_{tot} = \frac{T(t) - T_e}{R_{eq}}$$

avec $R_{eq} = R_p + R_c + \frac{R_a R_r}{R_a + R_r} \approx 1,3.10^{-1} W K^{-1}$.

On peut donc finalement calculer au bout de combien temps le plongeur sera en hypothermie. Pour cela, on considère une plongeur de m = 75 kg, donc la capacité massique vaut environ $c_M \approx 3,5.10^3 J.K^{-1} kg^{-1}$. Le corps humain se réchauffe bien entendu et on a donc de la création d'énergie thermique par unité de temps donc une puissance $P = 120W$. On a donc :

$$\frac{T(t) - T_e}{R_{eq}} dt = P dt - m c_m \frac{dT}{dt} dt$$

D'où, avec $\tau = m c_m R_{eq}$ et $t_\infty = P R_{eq} + T_e$, on trouve :

$$T(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On peut donc trouver le temps que mettrait le corps à atteindre la température critique T_c et on trouve environ 6.5 heures !

Dans le cas de l'exercice du plongeur, les flux et les résistances étaient à peu près tous du même ordre de grandeur. Néanmoins, dans beaucoup de cas, un flux prédomine par rapport aux autres et on peut alors se contenter d'en prendre qu'un seul en compte.

5 Conclusion

	Conduction	Convection	Rayonnement
loi locale	$\vec{j_Q} = -\lambda \vec{grad} T$	$\vec{j_Q} = h(T_1 - T_2)\vec{n}$	$\vec{j_Q} = \sigma(T_1^4 - T_2^4)\vec{n}$
Résistance	$\frac{L}{\lambda S}$	$\frac{1}{hS}$	$\frac{1}{4\sigma S T^3}$ mais pas toujours!!!

Questions

-

Remarques

-