LP25 Ondes acoustiques

9 juin 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

✍ *Cap prépa PC**, **Renvoisié** ⟶ La vase pour le cours
✍ **Sanz PC** ⟶ Une alternative
✍ **Jolidon** ⟶ vitesse du son

Prérequis

- Mécanique des fluides
- Ondes planes progressives harmoniques

Expériences

☕

Table des matières

Introduction

On utilise le son dans la vie de tous les jours pour communiquer. On sait aussi qu'ils sont utilisé pour d'autres applications comme l'échographie ou les radars de vitesse. On va donc essayer de voir comment fonctionne les ondes sonores dans ce cours

Vibreur sous cloche à vide

Un vibreur dans une cloche à vide avec un micro en face. On voit qu'au début, on entend tout bien comme il faut mais quand on fait le vide, on entend de moins en moins bien, que ce soit à l'intérieur ou à l'extérieur. La propagation des onde sonores dépend donc grandement des caractéristiques du milieu de propagation.

Attention : ce que l'on observe réellement avec cette expérience, c'est l'augmentation de la différence des impédances, c'est pour ça que l'on entend moins bien !

Le son, contrairement à la lumière, a besoin d'un milieu pour se propager

1 Propagation d'ondes sonores

1.1 Approximation acoustique

L'étude des ondes sonores est en fait l'étude de la propagation des ondes de pression. On va s'intéresser donc à des petites perturbations de pression (qui génèrent des petites perturbations de vitesse et de densité du coup). On suppose qu'au repos, le fluide est immobile, à la pression $P = P_0$ et à la densité $\rho = \rho_0$. On écrit donc les champs de la manières suivantes :

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v_1} \\ P = P_0 + P_1 \\ \rho = \rho_0 + \rho_1 \end{cases}$$

l'indice 1 désigne que l'on a de l'ordre 1. Autrement dit : $P_1 \ll P_0$, $\rho_1 \ll \rho_0$ et $v_1 \ll c$ la vitesse de propagation des ondes dans le fluide. On les prend de moyenne temporelle nulle. Pour coupler ces grandeurs, on va utiliser (entre autre) Navier-Stokes. On fait donc les hypothèses supplémentaires suivantes :

- L'évolution est adiabatique. Pour que cette hypothèse soit valable, il faut que le temps caractéristique de propagation de la chaleur $\tau = \frac{\lambda^2}{D}$ soit très grand devant le temps caractéristique devant le temps d'évolution de l'onde $T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c}$. Autrement dit, il faut :

$$\frac{\tau}{T} = \frac{c^2}{fD} \gg 1$$

  Pour l'air, on a $D = 10^{-5} m^2 s^{-1}$, $c = 340 m.s^{-1}$ et dans le pire des cas, $f = 20kHz$, ce qui donne $\frac{\tau}{T} = 6.10^5$
- On suppose que le fluide est incompressible : il faut $v \ll c$... on a déjà cette hypothèse en frai !
- On néglige la pesanteur, c'est à dire $\rho \frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} \gg \rho_1 \vec{g}$
- On suppose que le fluide est parfait

1.2 Mise en équation

Avec, ces hypothèses, on peut linéariser les équation d'Euler et de conservation de la masse, ce qui donne :

$$\begin{cases} \rho_0 \partial_t \vec{v_1} = -\vec{grad} P_1 \\ \partial_t P_1 + \rho_0 div \vec{v_1} = 0 \end{cases}$$

On a deux équations pour trois inconnues, ça ne suffit pas... Mais on a pas encore utilisé l'hypothèse d'évolution adiabatique !

$$\chi_s = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho_1}{P_1} \Leftrightarrow \rho_1 = \rho_0 \chi_s P_1$$

On a tout ce qu'il faut ! En combinant ces trois équations, on trouve :

$$\Delta P_1 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 P_1 = 0 \quad \text{avec} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$$

en fait, on trouve que la pression la vitesse et la densité suivent toutes les trois**l'équation de d'Alembert**.
Remarques :

- C'est une équation linéaire donc on peut utiliser l'analyse de Fourier et le principe de superposition
- Pour un gaz parfait lors qu'une évolution adiabatique réversible $PV^\gamma = cste$ donc $\chi_s = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \frac{1}{\gamma P_0}$. Puis avec $P = \frac{\rho RT}{M}$, on trouve :
$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$
Pour l'air, avec $\gamma = 1.4$, $T = 20°$ et $M \approx 29.10^{-3} kg.mol^{-1}$, on trouve $c = 343 m.s^{-1}$ mais attention ça varie avec la température !
- Pour les solides, on peut montrer que la déformation évolue elle aussi cela l'équation de d'Alembert avec une vitesse $c = \frac{E}{\rho_0}$. Dans le béton par exemple, $E = 20.10^9 Pa$ et $\rho_0 = 2.10^3 kgm^{-3}$, on trouve c = 3100 m.s^{-1}.
- Pour l'eau c = 1500 m.s^{-1}.
- En général, on a $c_{gaz} < c_{liquide} < c_{solide}$

1.3 Solutions

On l'a déjà vu, une base de solutions de l'équation d'Alembert est :

- **Les ondes places :**
$$P_1(x,t) = f(t - \frac{xx}{c}) + g(t + \frac{x}{c})$$
$$\vec{v_1}(x,t) = \frac{1}{\rho_0 c}\left(f(t - \frac{x}{c}) - g(t + \frac{x}{c})\right)\vec{e_x}$$
- **Les ondes sphériques :**
$$P_1(r,t) = \frac{1}{r} f(t - \frac{r}{c})$$
$$\vec{v_1}(r,t) = \left[-\frac{1}{\rho_0 r^2} f(t - \frac{r}{c}) - \frac{1}{\rho_0 r c} f'(t - \frac{r}{c})\right]\vec{e_r}$$

Mesure de la vitesse du son dans l'air

✍ Jolidon p517

Ne pas oublier de lire le fonctionnement des émetteurs/récepteurs dans le Jolidon.

En réalité, notre oreille est sensible à l'énergie qui est transportée par l'onde... Il faut donc qu'on s'intéresse à l'aspect énergétique. On va en particulier parler de l'unité en général utilisée par le grand public : le décibel.

2 Aspects énergétiques

2.1 Énergie acoustique

Comme pour les ondes électromagnétiques, on aimerait trouver une équation sous la forme :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -div\vec{\Pi}$$

On avait ainsi trouvé l'expression du vecteur de Poynting. Comme on parle ici d'onde de pression, on s'intéresse à de l'énergie mécanique. Et l'énergie mécanique se perd à travers la puissance mécanique. Or, on peut calculer la puissance mécanique reliée aux forces de pression ! En effet :

$$dP = \vec{\Pi}.\vec{dS} = \vec{dF}.\vec{v_1} = (P_0 + P_1)\vec{dS}.\vec{v_1}$$

On peut alors directement identifier :

$$\vec{\Pi} = (P_0 + P_1)\vec{v_1}$$

et comme on a le vecteur d'énergie, on peut trouver l'énergie avec l'équation bilan qui commence cette sous-partie :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -div\vec{\Pi} = -(P_0 + P_1)div\vec{v_1} - gr\vec{a}d(P_1).\vec{v_1}$$
$$\frac{\partial e}{\partial t} = (P_0 + P_1)\frac{1}{rho_0}\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t}.\vec{v_1}$$
$$\frac{\partial e}{\partial t} = P_0\chi_s\frac{\partial P_1}{\partial t} + \chi_s P_1\frac{\partial P_1}{\partial t} + \rho_0\vec{v_1}.\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t}$$

Comme le premier terme est de moyenne temporelle nulle, seuls les deux autres termes nous intéresse donc finalement :

$$e = \frac{1}{2}\chi_s P_1^2 + \frac{1}{2}\rho_0\vec{v_1}^2$$

On voit la contribution des ondes de pression et de l'énergie cinétique.
Remarque :

- Pour une OPPS, $P_1 = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ et $\vec{v_1} = \frac{1}{\rho_0 c}P_1 = f\left(t - \frac{x}{c}\right)\vec{e_x}$. Alors $e_c = e_p$ et $\Pi = \rho_1\vec{v_1} = ec\vec{e_x}$
- On peut démontrer que vitesse de l'onde = vitesse de propagation de l'énergie dans le cas OPPS. Soit c_e la vitesse de propagation de l'énergie. L'énergie dans le volume $d\tau = dSdtc_e$ vaut $edSdtc_e$. Comme $\vec{Pi}.\vec{dS}dt$, on trouve $c = c_e$.

2.2 Notion d'intensité sonore et décibel

L'intensité sonore peut être définie comme $I = \langle|\vec{Pi}|\rangle_t$.
ODG : L'oreille humaine est capable d'entendre des sons dès $10^{-12}W.m^{-2}$ et le seuil de douleur est à 1 W.m^{-2}.
Il y a une hypothèse qu'on a toujours pas vérifiée ! ! La gravité !
Pour $I = 10^{-12}W.m^{-2}$, avec $\vec{\Pi} = \frac{p_1^2}{\rho c}\cos^2(\omega t - kx)$, on trouve $p_1 = 3.10^{-5}$ Pa $\ll 1atm$, $v_1 = 7.10^{8}m.s^{-1} \ll c$ et $\rho_1 = 2.2\ 10^{-10}kg.m^{-3} \ll \rho_0$. On a alors $\frac{\rho_0|\partial_t\vec{v_1}|}{\rho_1 g} = 6.2\ 10^2 \ll 1$. On peut donc bien négliger la pesanteur !
Attention : Pour I = 1 W.m^{-2}, on trouve $p_1 = 30Pa$ donc la pression en dessous de 3mm d'eau... Mais ce sont les **variations** autour de la valeur moyenne de 30 Pa qui font mal ! !

L'intensité est donc audible sur 12 échelles de grandeur. L'oreille humaine est en fait un récepteur logarithmique et non linéaire. On définit donc, à partir de cette observation, les décibels :

$$I_{DB} = 10\ \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

avec $I_0 = 10^{-12}W.m^{-2}$ donc le seuil audible de l'oreille humaine.

Application : sphère pulsante
On considère une source d'onde spérique. On a déjà donné la forme des solutions. On trouve :

$$\langle\vec{\Pi}\rangle = \frac{p_1^2}{2\rho_0 c r^2}\vec{e_r}$$

On prend une membrane qui vibre donc son rayon évolue de la forme suivante : $R(t) = R_0 + a_0\cos(\omega t)$. La condition de non décollement donne après intégration :

$$P = \frac{\pi a_0^2 \rho_0^4 \omega^4}{c}$$

Autrement dit, à puissance donnée, si on veut des bonnes basses, il faut des grandes enceintes.

> *L'eau se propage dans l'air, dans l'eau... mais pourquoi on entend rien dans l'eau du coup ? C'est le sujet de notre troisième partie.*

$\downarrow$

3 Réflexion et Transmission d'ondes sonores

3.1 Impédance

On définit l'impédance d'un milieu de la manière suivante :

$$Z = \frac{P_1}{v_1}$$

Pour une OPP, une remarque que $\vec{v_1} = \frac{P_1}{\rho_0 c}\vec{e_x}$. Ainsi on a :

$$Z = \rho c = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi_s}}$$

Attention cette relation n'est valable que pour une une OPP ! Si on prend des ondes avec une autre forme, rien de garantie que l'impédance aura une forme aussi simple. On voit donc que le rapport entre la vitesse et la pression est dépend fortement du milieu.

Analogie ?

3.2 Conditions aux limiites

Entre 2 milieux, on a :

- continuité de la vitesse tout simplement parce que les milieux restent collés
- continuité de la pression pour que l'interface soit à l'équilibre mécanique

3.3 Coefficients de transmission et de réflexion

Schéma au tableau.

On définit :

$$r = \frac{p_r}{p_i} = -\frac{v_r}{v_i} \quad t = \frac{p_t}{p_i} = \frac{Z_2}{Z_1}\frac{v_t}{v_i}$$

Les relations de passagent donnent :

$$\begin{cases} 1 + r = t \\ 1 - r = Z_1 t \end{cases}$$

Ce qui finalement donne :

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad t = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Puis on définit les coefficients en énergie avec l'énergie...

Remarques :

- Lorsque $Z_1 = Z_2$, l'onde se transmet parfaitement sans réflexion ! Logique : on ne change pas de milieu en fait...
- Lorsque les impédances sont trop éloignées, les ondes se transmettent mal. ODG eau/air ?
- Application à l'échographie, isolation sonore avec double vitrage, bruit dans l'eau qu'on entend pas...

Questions

Qu'est ce que l'approximation acoustique ?
Pourquoi introduire une équation basée sur l'isentropisme ? Historiquement quelle a été la première hypothèse posée ? Qu'est ce qui change si on fait l'hypothèse isotherme ?
Quel est l'intérêt physique de présenter la solution en OPPH ?
Pourquoi rot(v)=0 est important ici ?
Retour sur l'adiabatisme et le coefficient de compressibilité isentrope. Quel lien avec le fluide parfait ?
Faut-il nécessairement avoir un fluide parfait pour espérer être adiabatique ici ?
Comment mettre en place le modèle pour les solides (les grandes lignes) ?
Sur l'expérience : comment faire si tu n'as pas de mode burst sur les gbf du lycée ?
Comment expliquer l'impédance de manière plus physique ?

À combien de chiffres significatifs connaît-on le coefficient thermodynamique gamma ? Le coefficient γ a ceci de particulier qu'il vaut $7/5 = 1.4$ exactement (et non $\simeq 1.40...$). C'est une valeur théorique qui vient de la physique statistique (gaz diatomique à température ambiante)

Que se passe-t-il si le fluide a une petite vitesse v0≪cs ? L'onde est advectée par le fluide à la vitesse v0.

Comment marche un mur antibruit ? Par une association des différentes propriétés ondulatoires du son. Une partie de l'onde est réfléchie. Une autre partie est concentrée dans les structures du mur pour être atténuée. Ces structures associent réfraction et absorption pour se comporter comme des résonateurs de Helmholtz. Une partie de l'énergie est diffractée. Néanmoins, la taille, la forme et la composition du mur sont optimisées pour minimiser ces effets.

Connaissez-vous des exemples de la vie quotidienne pour chacun des aspects ondulatoires du son ? Par exemple : cf. ci-dessus pour la refraction, la focalisation dans la « whispering gallery »(e.g.Cathédrale St Paul) pour la reflexion, les casques anti-bruit d'avion pour les interférences, la répartition du son par une porte entrouverte pour la diffraction.

Comment expliquer l'origine du son d'une guitare ? La vibration des cordes excite la vibration de l'air environnant. La couche d'air au-dessus de la rosace excite la caisse qui joue le rôle de résonateur. La puissance sonore est évacué par rayonnement : c'est le son que l'on entend.

Qu'est ce qu'un gaz parfait ? Un gaz constitué de particules élémentaires ponctuelles, indiscernables et sans interaction.

Vous avez montré que cs dépendait de M et de T. Connaissez-vous une illustration de ces deux dépendances dans la vie quotidienne ? L'effet Donald Duck en se mettant de l'hélium dans la bouche pour M et la réfraction par effet mirage au dessus d'un lac gelé pour T.

Pourquoi il faut que la moyenne temporelle des perturbations soit nulle ?

Qu'est-ce qu'une onde acoustique ?

Ordre de grandeur de la surpression et de la vitesse de déplacement des couches V1 ?

Limites de l'approximation acoustique ?

Pourquoi on utilise l'équation d'Euler pour décrire ce fluide ? Fluide parfait

Que se passe-il si on a un écoulement permanent dans le fluide ?

Vous avez pris 300 K pour la température, qu'avez-vous pris pour les autres grandeurs : gamma et masse molaire ?

Pourquoi physiquement le son se propage plus vite dans un liquide et encore plus vite dans un solide ? Interactions donc coeff de compressibilité faible

Physiquement pourquoi l'hypothèse adiabatique est plus probable ? Si la transformation n'est pas isotherme, il y a changement de température, dans quel sens et pourquoi ?

S'il y a échauffement du fluide à cause de la viscosité, pourquoi avoir pris l'équation d'Euler ? Est-ce que cela influe sur la masse volumique, si oui comment ? En été, la journée je ne n'entend pas l'autoroute à 1 km de chez moi mais quand je me mets dans mon jardin en fin de journée, je commence à les entendre, pourquoi ? Des ondes longitudinales c'est quoi ? En quoi c'est différent des ondes dont on a l'habitude ? L'impédance c'est quoi ? Le terme d'énergie potentielle vient d'où physiquement ?

À combien de chiffres significatifs connaît-on le coefficient thermodynamique gamma ? Le coefficient γ a ceci de particulier qu'il vaut $7/5 = 1.4$ exactement (et non environ 1.40...). C'est une valeur théorique qui vient de la physique statistique (gaz diatomique à température ambiante).

Comment expliquer l'origine du son d'une guitare ? La vibration des cordes excite la vibration de l'air environnant. La couche d'air au-dessus de la rosace excite la caisse qui joue le rôle de résonateur. La puissance sonore est évacué par rayonnement : c'est le son que l'on entend.

Vous avez montré que cs dépendait de M et de T. Connaissez-vous une illustration de ces deux dépendances dans la vie quotidienne ? L'effet Donald Duck en se mettant de l'hélium dans la bouche pour M et la réfraction par effet mirage au dessus d'un lac gelé pour T.

Remarques

-