LP30 Rayonnement dipolaire

12 juin 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

- ✍ *Electromagnétisme*, **Perez** ⟶ Calcul des champs
- ✍ *Cap prépa Physique Pc/Pc**, **Renvoizé** ⟶ Pareil
- ✍ *Optique*, **Houard** ⟶ Couleur bleue/rouge du ciel
- ✍ **Sextant** ⟶ Expérience ciel bleu et polarisé
- ✍ https://www.youtube.com/watch?v=uLDMT6EBwk0 ⟶ trop bien pour l'expérience

Prérequis

- ➢ Dipôle électrostatique
- ➢ Équations de Maxwell
- ➢ Potentiel en électromagnétisme (concept et solutions)
- ➢ ARQS

Expériences

☕

Table des matières

Introduction

La question que l'on peut tous se poser, et même les enfants : pourquoi le ciel est bleu ? Et pourquoi il est rouge lors d'un couché de soleil ? Si on regarde de plus près, on se rend même compte que la lumière du ciel est polarisée ! (✍ Houard p257) Cette leçon va être dédiée à l'explication de ces phénomènes.

1 Champ d'un dipôle oscillant

1.1 Modèle et hypothèse

On considère un dipôle identique à celui qui avait été étudié en électrostatique. Néanmoins, cette fois, on supposera que la charge +q est immobile mais que le charge -q est animé d'un mouvement sinusoïdal tel que $\vec{OP}(t) = z_0 \cos\omega t \vec{e_z}$ (dipôle de Hertz). Le moment dipolaire s'écrit donc $\vec{p} = qz_0 \cos\omega t\vec{e_z} = \vec{p_0}\cos\omega t$.

Bien entendu, le but est de trouver la forme du champ rayonné. On va donc faire des hypothèses simplificatrice, l'étude des dipôles pouvant être vite complexes (déjà en statique !) :

- Les charges sont non relativistes
- **hypothèse dipolaire :** On suppose que l'on observe en un point lointain de la distribution des charges : $a \gg OM$: c'est l'hypothèse dipolaire. Elle avait été faite aussi pour l'étude du dipôle en électrostatique car elle permet de grandement simplifier les calculs et cette hypothèse est largement vérifiée dans le cas où on regarde le ciel par exemple
- La retard entre les différents points de la distribution est négligeable : il est donc le même pour tous au point M. Cela s'appelle **l'ARQS des charges**. Pour que cette condition soit respectée, il faut, en notant τ le temps de variation typique des charges et des courants :

$$\frac{a}{c} \ll \tau$$

Calculons maintenant le champ électromagnétique

1.2 Calculs des champs électromagnétiques

Pour ce faire, nous allons passer par l'utilisation des potentiels vecteurs et scalaires. Le potentiel vecteur retardé, dit de Liénard-Wiechert s'écrit :

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint \frac{\vec{j}(\left(\vec{r'}, t - \frac{PM}{c}\right)}{|\vec{PM}|}$$

Avec l'hypothèse dipolaire, on peut remplacer le $|PM|$ au dénumérateur par OM et avec l'ARQS des sources, on peut faire de même dans l'expression du retard de propagation. Finalement :

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint \frac{\vec{j}(\left(\vec{r'}, t - \frac{OM}{c}\right)}{|\vec{OM}|} = \frac{\mu_0}{4\pi}\Sigma_i \frac{q_i\vec{v_i}(t - r/c)}{r}$$

Autrement dit, en notant $r' = r - \frac{r}{c}$:

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\Sigma_i q_i \vec{r_i}(t') = \frac{\mu_0}{4\pi}\dot{\vec{p}}(t')$$

Dans le cas d'un dipole comme présenté en début de leçon, on a donc :

$$\vec{A}(M,t) = -\frac{\mu_0}{4\pi}p_0\omega\sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right)\vec{e_z}$$

En supposant que le moment dipolaire est selon $\vec{e_z}$ (on se place en coordonnée cylindriques par symétrie du problème), on peut calculer le champ magnétique :

$$\begin{gathered}
\vec{B} = r\vec{o}t\vec{A} \\
\vec{B} = \tfrac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\left(\tfrac{\dot{\vec{p}}}{r}\right) \\
\vec{B} = \tfrac{\mu_0}{4\pi}\left[\tfrac{1}{r}\vec{\nabla}\wedge\dot{\vec{p}} + na\vec{b}la\left(\tfrac{1}{r}\right)\wedge\dot{\vec{p}}\right] \\
\vec{B} = \tfrac{\mu_0}{4\pi}\left[\tfrac{1}{r}\tfrac{-1}{c}\wedge\ddot{\vec{p}} + \tfrac{-\vec{e_r}}{r^2}\wedge\dot{\vec{p}}\right] \\
\vec{B} = \tfrac{\mu_0}{4\pi}\left(\tfrac{\ddot{\vec{p}}}{rc} + \tfrac{\dot{\vec{p}}}{r^2}\right)\wedge\vec{e_r}
\end{gathered}$$

On remarque que le champ $\vec{B}$ est la somme de deux termes. Le rapport des deux termes donne :

$$\frac{\frac{\ddot{p}}{rc}}{\frac{\dot{p}}{r^2}} \approx \frac{r}{cT}$$

Autrement dit, on peut distinguer deux régimes :

- **Le champ proche :** $a \ll r \ll cT$ et dans ce cas là :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\dot{\vec{p}}\wedge\vec{r}}{r^3}$$

  On retrouve le champ dans une limite quasi stationnaire ! Normale : on a assez proche pour que les effets de retard ne se ressente pas et t=t'.

- **Le champ lointain :** $a \ll cT \ll r$. Autrement dit, on observe à une distance tel que le retard de propagation est très important et la vitesse de propagation entre en compte.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\ddot{\vec{p}}}{rc}\wedge\vec{e_r}$$

On peut calculer les champ électrique avec Maxwell-Ampère masi c'est long et fastidieux donc on ne le fera pas.

$$\vec{E} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[2\cos\theta\left(\frac{p}{r^3}+\frac{\dot{p}}{r^2c}\right)+\frac{Q_{tot}}{r^2}\right]\vec{e_r} + \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{p}{r^3}+\frac{\dot{p}}{r^2c}+\frac{\ddot{p}}{rc^2}\right)\vec{e_\theta}$$

A longue distance, on a plus simplement :

$$\vec{E} = \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 rc^2}\ddot{p}\left(t-\frac{r}{c}\right)\vec{e_\theta}$$

https://fr.wikipedia.org/wiki/Dip%C3%B4le_oscillant#/media/File:Dipole.gif

Et l'énergie lumineuse du coup ?

1.3 Aspect énergétique

Vecteur de Poynting donne en champ lointain :

$$\vec{Pi} = \frac{\ddot{p}^2\sin^2\theta}{16\pi^2 r^2\epsilon_0 c^3}\vec{e_r}$$

Autrement dit, le dipôle ne rayonne pas dans sa direction ! (faire le dessin du profil de rayonnement). Si on calcule la puissance rayonnée :

$$\begin{gathered}
P = \langle\int_0^{2\pi} d\Phi \int_0^{\pi} d\theta r^2\sin\theta\vec{\Pi}.\vec{dS}\rangle \\
P = \tfrac{\langle\ddot{p}^2\rangle}{6\pi\epsilon_0 c^3}
\end{gathered}$$

- Pour une charge en orbite : $\ddot{p}^2 = (q\dot{\theta}^2 r)^2$. On en déduit donc qu'un électron orbitant autour d'un proton rayonne de l'énergie et il devrait donc s'écraser sur celui-ci ! La physique quantique répond à ce problème en remettant en cause le modèle planétaire de l'atome

2 Application à la couleur du ciel

2.1 Modèle de l'électron élastiquement lié

On considère :

- Un électron de valence lié à un noyau fixe par une force élastique
- Tous les atomes sont identiques (milieu homogène)
- Milieu dense : le champ $\vec{E}$ est le champ appliqué macroscopiquement
- L'électron subit aussi une force de frottement

On applique alors le TRC dans le référentiel lié au noyau supposé galiléen :

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -k\vec{r} - \frac{m}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} - e\vec{E}$$
$$\Leftrightarrow \ddot{\vec{r}} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ et $Q = \omega_0\tau$.On peut relier le moment dipolaire au vecteur position par :$\vec{P} = ne\vec{r}$. En passant en RSF, on a :

$$\vec{P} = \frac{\frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{Q}}\vec{E}$$

- On a un passe bas du second ordre de pulsation ω_0 et de facteur de qualité Q
- Quelques ODG : $f \approx 10^{14} - 10^{15}$ Hz et $Q \approx 10^4$. Il y a donc une forte résonnance

2.2 Diffusion de Rayleigh

Au vue des ordres de grandeurs précédent, on peut considérer que l'on a $\omega \ll \omega_0$ dans le visible. Pour un atome avec Z électrons, on a donc $\vec{P} = \frac{(Ze)^2}{m\omega_0^2}\vec{E}$. Pour une champ extérieur harmonique, on a $\frac{d\vec{P}}{dt^2} = -\frac{(Ze)^2\omega_2}{m\omega_0^2}\vec{E}$. En réinjectant dans l'expression de la puissance trouvée plus tôt :

$$\langle P\rangle = \frac{\omega^4}{\omega_0^4}K\langle|\vec{E}|^2\rangle \propto \omega^4$$

2.3 Interprétation : pourquoi le ciel est bleu

La puissance rayonnée est proportionnelle à $\frac{1}{\lambda^4}$ donc la puissance diffusée dans le bleu est 16 fois plus importante que la puissance diffusée dans le rouge ! Cela explique la couleur bleue du ciel. Mais pourquoi le ciel est rouge lors d'un couché de soleil alors.

☕

Diffusion de Rayleigh

✍ Sextant p273 ⏲

On a une cuve rempli d'eau, une lampe QI et un écran alignés. La lumière transmise est identique à celle incidente.
On rajoute donc "des dipôles" en rajoutant du lait en poudre : on voit un faiceau bleuté.
Mais plus l'épaisseur est traversée, plus la lumière tend sur le rouge ! On va voir pourquoi juste après.
Enfin, en regardant perpendiculairement, on voit que la lumière est polarisée.
Parler de la diffusion de Mie ?

Expliquons la couleur rouge du ciel. Soit I_0 l'intensité lumineuse de l'onde excitant l'atome. On note la puissance rayonnée $P = \sigma I_0 \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$. Un bilan de puissance sur une tranche dx donne :

$$P(x+dx) = P(x) - P_{ray}$$
$$0 = \frac{dI}{dx} + n\sigma\frac{\omega^4}{\omega_0^4} I$$

Donc :

$$I(x) = I_0 e^{-\frac{x}{\delta}}$$

avec $\delta = \frac{1}{n\sigma}\frac{\lambda_0^4}{\lambda^4}$. La rouge est donc beaucoup moins atténué que le bleue. Sur une longue distance parcourue dans l'atmosphère, la puissance dans le bleu est donc trop faible par rapport à celle dans le rouge

Questions

-

Remarques

-