

LP33 INTERFÉRENCES À DEUX ONDES EN OPTIQUE

12 juin 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

- ✦ *Houard, Optique* → Interférences et fentes d'Young
- ✦ *Optique, Le Bréal* → Un peu tout
- ✦ *PC-PC*, Dunod* → Tout
- ✦ *Optique physique, Tillet* → des détails intéressants!
- ✦ *Ondes lumineuses, Champeau* → Il a l'air toujours utile

Prérequis

- Modèle scalaire de la lumière
- Chemin optique et différence de marche
- Optique géométrique

Expériences



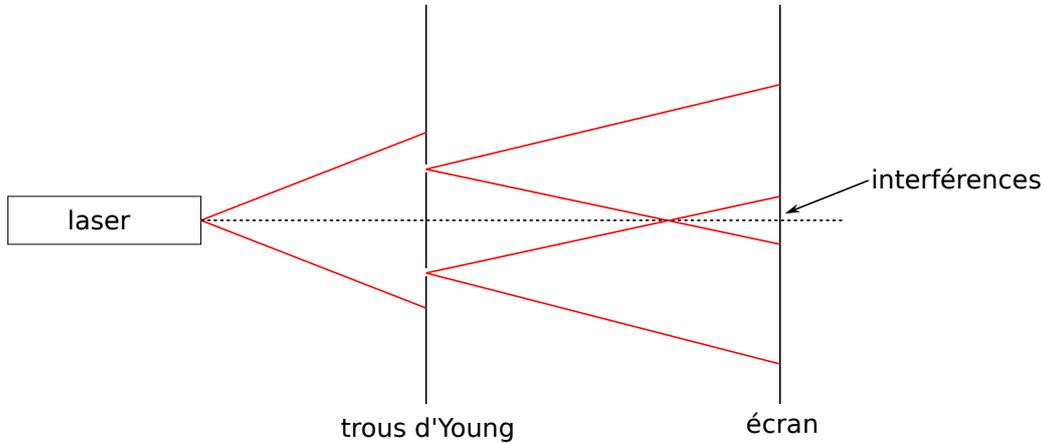
Table des matières

1	Conditions d'interférences	2
1.1	Détection de la lumière	2
1.2	Superposition de deux ondes	2
1.3	Train d'onde et cohérence	3
2	Dispositif interférentiel : les fentes d'Young	4
2.1	Observations expérimentales	4
2.2	Interprétation de la figure	4
3	Source réelle et cohérence	5
3.1	Cohérence spatiale	5
3.2	Cohérence temporelle	6

Introduction



Fentes d'Young. Bien expliquer le dispositif



On remarque que contrairement à ce que l'on pourrait intuitiver, on a pas forcément "lumière + lumière = lumière"! C'est ce que l'on appelle le phénomène d'interférences et que nous allons essayer de comprendre dans cette leçon.

1 Conditions d'interférences

✍ Houard

1.1 Détection de la lumière

On a déjà pu voir avec le vecteur de Poynting que la puissance lumineuse est proportionnelle au carré du champ électrique :

$$I \propto |\vec{E}|^2$$

L'intensité oscille donc environ à la même pulsation que le champ. A vrai dire, il y a dans notre problème plusieurs échelles caractéristiques de temps à prendre en compte :

- Le temps caractéristique des oscillations de \vec{E} : $T = \frac{\lambda}{c} \approx \frac{10^{-7}}{10^8} \approx 10^{-15} \text{ s}$
- Le temps de réponse des appareils de mesure t_R . Celui-ci peut fortement varier selon ce que l'on considère : Oeil : 0.1s, Photodiode : 10^{-5} s . Mais dans tous les cas on a toujours $t_R \gg T$. Cela signifie que nos yeux ou bien les appareils que l'on utilise se sont pas sensibles directement à $|\vec{E}|^2$ mais à $\langle |\vec{E}|^2 \rangle$

1.2 Superposition de deux ondes

On le rappelle : le but, ici c'est d'étudier la superposition de deux ondes. Donc on considère deux ondes différentes qui s'écrivent de la forme :

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{A}_1 \cos(\omega_1 t + \Phi_1) \\ \vec{E}_2 &= \vec{A}_2 \cos(\omega_2 t + \Phi_2) \end{aligned}$$

Le principe de superposition (linéarité des équations de Maxwell), permet de déterminer le champ électrique totale $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ et donc l'intensité totale :

$$I = \alpha \langle |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = I_1 + I_2 + 2\alpha \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$$

On voit donc que si $\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \neq 0$, alors l'intensité totale n'est pas la somme des deux intensités individuelles! Ce terme est donc appelé terme d'interférences. Afin de l'exploiter un peu plus, on utilise la formule trigonométrique $\cos(a) \cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$:

$$\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2 \langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \Phi_1 + \Phi_2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \Phi_1 - \Phi_2) \rangle = \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2 \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \Phi_1 - \Phi_2) \rangle$$

car la moyenne d'un cosinus sur un très grand nombre de période vaut 0. Avec cette formule, on peut déjà discuter trois aspects des interférences :

- Ca paraît trivial mais il faut que les 2 ondes se superposent !
- Afin que l'on puisse voir des interférences, il faut que **les polarisations ne soient pas orthogonales**. De manière générale, on préfère qu'elle ait la même polarisation afin de maximiser l'effet d'interférence.
- Il faut aussi que l'on ait $\omega_1 - \omega_2 \ll t_R$. Au vue des ordres de grandeurs, cela revient à dire $\omega_1 = \omega_2$

On a déjà ici deux conditions pour obtenir des interférences ! On s'est ramené à un terme d'interférence valant $A_1 A_2 \langle \cos(\Phi_1 - \Phi_2) \rangle$.



Il reste donc à étudier le terme $\Phi_1 - \Phi_2$. Pour cela, on a besoin de la notion de train d'onde.

1.3 Train d'onde et cohérence

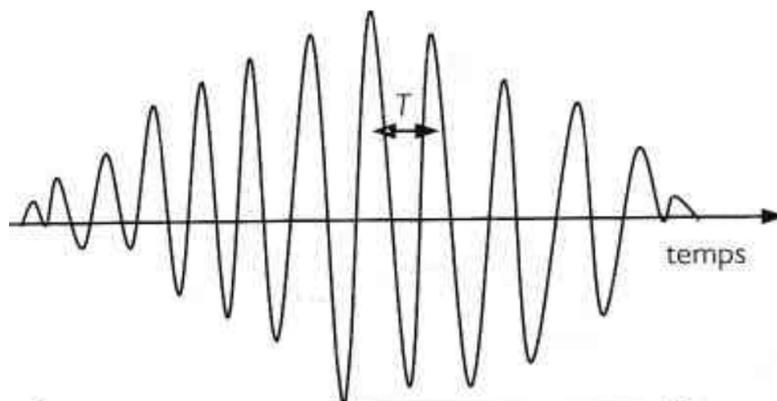
↪ Houard

La différence de phase $\Phi_1 - \Phi_2$ a deux origines. On note donc $\Phi_1 - \Phi_2 = \Phi_{a1} - \Phi_{a2} + \frac{2\pi\delta}{\lambda}$.

- Le premier terme correspond à la différence de marche géométrique qui est déjà connue
- Pour comprendre l'origine du terme de phase aléatoire, il faut parler un peu du mécanisme d'émission de la lumière : lorsque des photons se désexcitent (émission stimulée), ils émettent un train d'onde.

Mettre une photo

Selon le train d'onde incident, il y a une phase aléatoire supplémentaire due au moment d'émission du train d'onde. Le temps de cohérence correspond au temps caractéristique d'évolution de cette phase. Les temps caractéristiques des temps de cohérence t_c est de 10^{-11} s pour une lumière classique et 10^{-8} s pour un laser He-Ne. On en déduit donc que l'on a $t_R \ll t_c \ll T$.



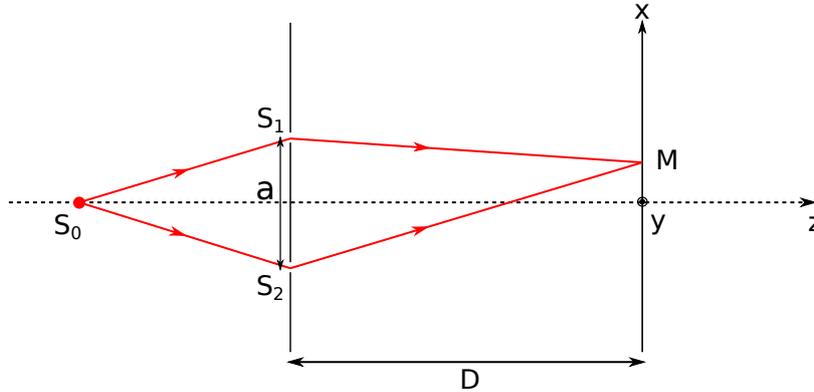
Finalement, afin que $\langle \cos(\Phi_{a1} - \Phi_{a2} + \frac{2\pi\delta}{\lambda}) \rangle$ ne soit pas nul, il faut donc $\Phi_{a1} = \Phi_{a2}$, autrement dit que les deux rayons proviennent du même train d'onde, donc de la même source. Faire un dessin de superposition de train d'onde. Tous ces points importants se résument finalement :

On utilise une unique source pour avoir des interférences. De cette façon, la polarisation, la pulsation et le train d'onde ne posent pas problème

↓ Revenons maintenant sur ce qui a été présenté en introduction : les fentes d'Young.

2 Dispositif interférentiel : les fentes d'Young

2.1 Observations expérimentales



- On remarque bien qu'ici, tous les rayons incidents proviennent de la même source !
- Figure d'interférences avec un espacement régulier entre chaque maximum d'intensité.
- On voit que les minima sont bien noirs : on a un bon contraste
- Anneaux d'Airy : diffraction
- Reculer l'écran = écarter les max
- De même pour réduire l'écart entre les trous

2.2 Interprétation de la figure

On veut essayer d'expliquer ce que l'on observe expérimentalement à l'aide du modèle développé plus tôt. Pour ça, il faut donc calculer la différence de marche.

Schéma

On suppose que l'on a $D \gg y, x, a$. On calcule :

$$S_1M = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2 + y^2} \approx D \left(1 + \frac{x^2 + y^2 - ax}{2D} \right)$$

$$S_2M = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2 + y^2} \approx D \left(1 + \frac{x^2 + y^2 + ax}{2D} \right)$$

Finalement, la différence de marche vaut donc, à l'ordre 2 en x/D :

$$\delta(x) = \frac{ax}{D}$$

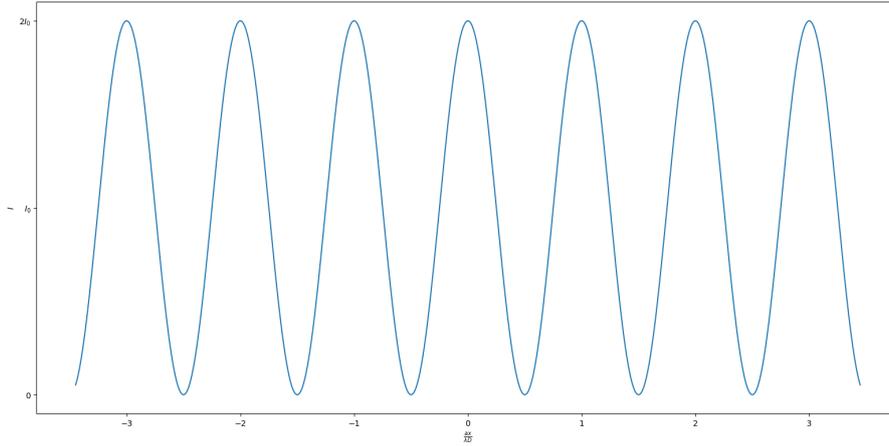
Et donc, avec les calculs en première partie, on trouve l'expression de l'intensité :

$$I(x) = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right]$$

L'intensité est donc maximale pour $\frac{2\pi ax}{\lambda D} = 2p\pi \Leftrightarrow x_p = \frac{\lambda D}{a} p$. L'interfrange est défini par $x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda D}{a}$. On voit bien qu'il est constant comme sur la figure. Si on recule l'écran, l'interfrange augmente. Si on diminue l'écart entre les trous, l'interfrange augmente aussi. Le contraste est définie par :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Ici, le contraste vaut 1, ce qui signifie que l'on voit très bien la différence entre les franges sombres et les franges claires. Le modèle développé explique donc bien la figure observée !



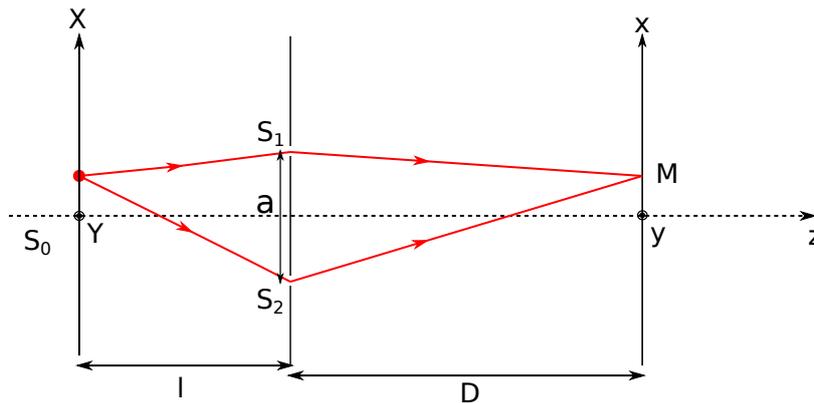
↓ On a néanmoins fait quand même deux hypothèses ici sur lesquelles on va revenir : la source ponctuelle et monochromatique car ce ne sont pas des cas réellement envisageable.

3 Source réelle et cohérence

3.1 Cohérence spatiale

On s'intéresse d'abord ici au cas d'une source toujours monochromatique mais cette fois-ci étendue dans l'espace. On suppose que tous les points de la source émettent de manière incohérente. On peut donc additionner leur intensité.

Est-ce qu'on peut se dire : pas même point = pas même train d'onde = incohérence ? Je pense que oui vu la taille de l'échelle atomique.



Et mais c'est symétrique!! Donc :

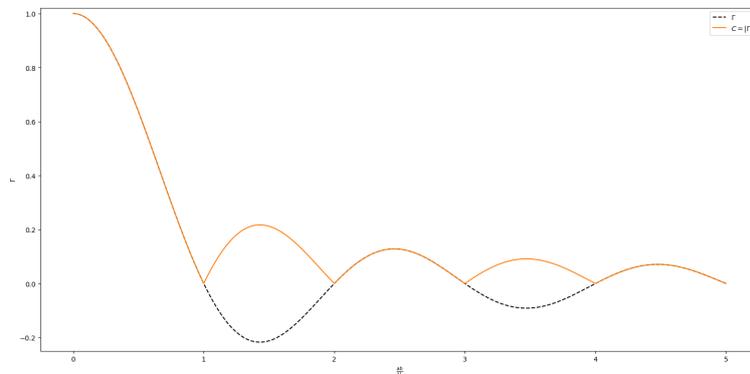
$$\delta = \frac{aX}{l} + \frac{ax}{D}$$

On découpe la source en petite source de largeur dX qui émette une intensité $dI = i_0 dX$. L'intensité totale sur l'écran vaut donc :

$$\begin{aligned} I(M) &= 2i_0 \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{aX}{l} + \frac{ax}{D} \right) \right) \right] dX \\ &= 2i_0 b \left[1 + \frac{\lambda l}{2\pi ab} \left(\sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ab}{2l} + \frac{ax}{D} \right) \right) - \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{-ab}{2l} + \frac{ax}{D} \right) \right) \right) \right] \\ &= 2I_0 \left[1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi ab}{\lambda l} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right] = \end{aligned}$$

Le contraste vaut donc :

$$C = \left| \text{sinc} \left(\frac{\pi ab}{\lambda l} \right) \right|$$



↓ On a parlé d'extension spatiale mais pas encore temporelle.

3.2 Cohérence temporelle

Toujours dans l'optique de traiter les problème un par un, on considère une source ponctuelle mais pas monochromatique. Prenons le cas d'une source avec 2 longueurs d'onde : schéma explicatifs rapide.

Maintenant prenons un cas plus réaliste d'une émission à ν_0 et de largeur $\Delta\nu$. Comme pour la cohérence spatiale, on se retrouve à calculer :

$$dI = 2i_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi ax\nu}{cD} \right) \right]$$

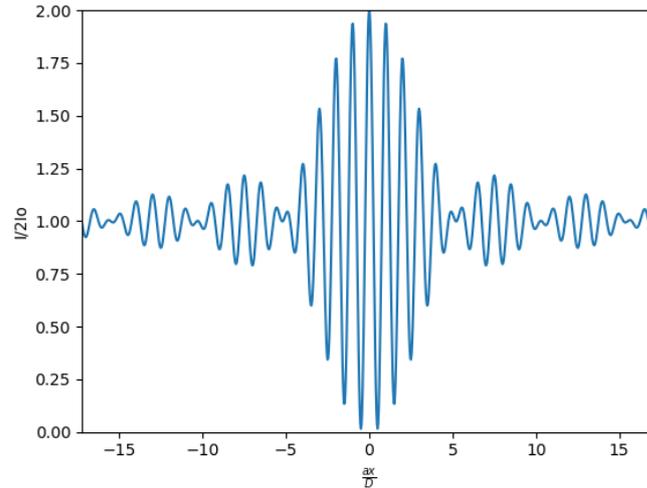
Donc on trouve :

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi ax\Delta\nu}{cD} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax\nu_0}{cD} \right) \right]$$

Le contraste vaut :

$$C = \text{sinc} \left(\frac{\pi ax\Delta\nu}{cD} \right) = \text{sinc}(\pi\Delta\nu\tau)$$

avec $\tau = \frac{\delta}{c}$. On observe donc que cette fois-ci, le contraste **dépend de la position sur l'écran**, ce qui n'était pas le cas pour la cohérence spatiale. On observe un premier brouillage pour $\tau = \frac{1}{\Delta\nu} \approx \tau_c$ par Heisenberg!! On voit donc qu'en fait on retrouve ici l'idée qu'il faut qu'on ait le même train d'onde!



ODG longueurs de cohérence temporelle : Laser : 30cm, Lampe spectrale : 30 μm .

Questions

- T'as parlé de détecteur pour les ondes lumineuses. C'est quoi le détecteur pour les vagues dont tu as parlé? *C'est toujours l'oeil mais la fréquence est basse*
- Pourquoi avoir utilisé des ondes monochromatiques? *Pratique mathématiquement et en plus c'est une base des ondes réelles!*
- Est-ce qu'avec 2 sources cohérentes on a interférences? *Non, si on regarde très loin (là où y'a brouillage quoi)*
- C'est quoi le lien entre le spectre cannelé et le calcul que tu viens de faire (profil rectangulaire du spectre)? *Script python : chaque couleur donne un interfrange différent, ce qui fait qu'au bout d'un moment on a un brouillage*

Remarques

- Y'a peut être moyen de plus taffer autour de la notion de train d'onde (cf poly de Gauthgauth et Francouille) mais askip le jury aime pas trop...
- Ne pas hésiter à aller vite sur le calcul des fentes d'Young.