

# Montage de physique 19

## Effets capacitifs.

Thomas, Stéphane

23 janvier 2014

### Table des matières

<b>I Le dipôle capacitif.</b>	<b>2</b>
I.1 Condensateur d'Aepinus. [1, 2] . . . . .	2
I.2 Influence du diélectrique [1] . . . . .	4
I.3 Mesure d'une capacité.[3] . . . . .	4
<b>II Effets parasites.</b>	<b>6</b>
II.1 Influence des câbles. . . . .	6
II.2 Cable coaxiale [1] . . . . .	6
<b>III Utilisation des effets capacitifs.</b>	<b>6</b>
III.1 Capteur de proximité. . . . .	6
III.2 Filtre . . . . .	7
III.3 Détecteur de niveau d'eau : capteur capacimétrique . . . . .	8

## Références

- [1] Quaranta 4.
- [2] Cap prépa PC/PC\*.
- [3] Duffait : expériences d'électronique.
- [4] Krob d'électronique

## Commentaires du jury

- Voir le book 2014

## Pré-requis

- Électrocinétique
- Électromagnétisme

## Introduction

Les effets capacitifs sont une accumulation de charges. C'est en octobre 1745 que le physicien Ewald Georg von Kleist de Poméranie en Allemagne, invente le premier condensateur. Aujourd'hui l'utilisation de ces effets est omniprésente tout autour de nous, dans l'électronique, les capteurs... Nous verrons dans ce montage ce qu'est un dipôle capacitif, les problèmes liés aux effets capacitifs et l'utilisation que l'on peut en faire.

## I Le dipôle capacitif.

Par définition un dipôle purement capacitif, appelé aussi condensateur idéal est un dipôle linéaire vérifiant la relation suivante :

$$i = C \frac{du}{dt}$$

Où  $C$  est une constante appelée capacité du condensateur, elle s'exprime en Farad (F).

Un condensateur n'est jamais en réalité idéal. En effet il existe toujours une résistance de fuite qui fait que le condensateur se décharge lentement et cela même si il est totalement isolé.

### I.1 Condensateur d'Aepinus. [1, 2]

C'est probablement la façon la plus simple de réaliser un condensateur : le condensateur plan. On sait que dans le cadre de l'ARQS électrique et en négligeant les effets de bord <sup>1</sup>, la

---

1. Lorsque la distance entre les plaques devient de l'ordre de la taille des plaques, on s'attend à une déviation à cette formule.

capacité entre deux surfaces planes métalliques identiques, d'aire  $S$ , séparées d'une distance  $e$  par un milieu diélectrique de permittivité relative  $\epsilon_r$  est :

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e} \quad (1)$$

On va vérifier cette loi et dans le même temps tenter de remonter à la valeur de la permittivité relative de l'air à l'aide du condensateur d'Aepinus. En effet grâce à ce dispositif, nous pouvons faire varier la distance entre les deux plaques. On mesure la capacité à l'aide d'un RLC-mètre commercial. On peut voir le dispositif sur la figure 1. Pour cela, on trace la capacité mesurée en fonction de  $\frac{\epsilon_0 S}{e}$ . La pente de cette droite nous donnera directement ce que l'on cherche.

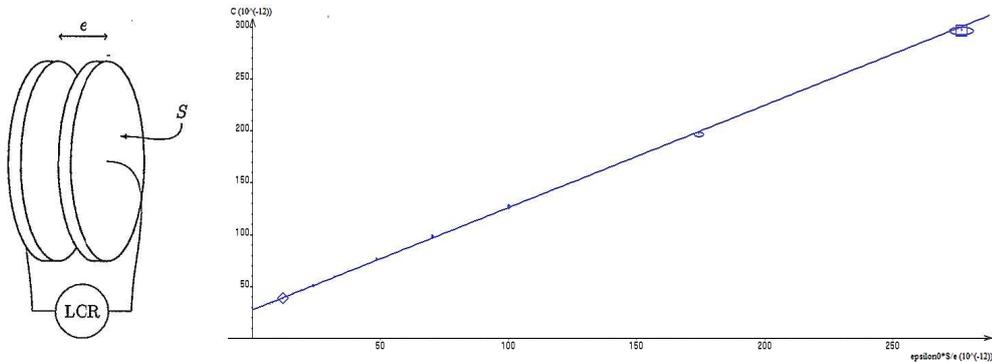


FIGURE 1 – Sur la gauche, montage expérimental. Sur la droite, la courbe obtenue

Quelques remarques sur cette expérience :

- Il faut essayer d'éloigner les câbles le plus possible et fixer leurs positions sur la table pour transformer le problème de la variation de capacité des câbles en une erreur systématique.
- On va travailler pour des distances  $e$  très inférieures à  $\sqrt{S}$  (effets de bord).
- Nous mettons la fréquence du RLC-mètre à 1 kHz, c'est la fréquence à laquelle il faut travailler d'après le constructeur.

Pour les incertitudes, nous avons utilisé les valeurs données par Regressi après avoir rentrées les incertitudes sur les mesures :

- Pour la surface nous avons fait la mesure à la règle (graduée au millimètre). Il faudrait

prendre une incertitude de 1 mm divisée par  $\sqrt{12}$ . Néanmoins, n'étant pas en mesure de faire une mesure propre, nous avons choisi de prendre 1 mm comme incertitude. L'incertitude sur S, la surface, est calculée grâce à une propagation statistique des erreurs.

$$\frac{\Delta S}{S} = \sqrt{2 \frac{\Delta R^2}{R}}$$

Finalement :  $S=0,0531 \pm 0,0006 \text{ m}^2$ .

- Pour  $\epsilon_0$  nous prenons la valeur de la constante. Soit :  $\epsilon_0=8,85.10^{-12} \text{ F/m}$ .
- Pour l'incertitude sur C, nous avons utilisé la notice du RLC-mètre :  $0,01 * C + 5 \text{ dgts}$ .
- Enfin pour l'incertitude sur e, valeur que nous lisons au vernier, nous prenons la valeur de la graduation la plus petite divisée par  $\sqrt{12}$  soit :  $0,01/\sqrt{12} \text{ cm}$

En prenant toutes ces valeurs, la modélisation (nous avons fait une modélisation affine pour prendre en compte la capacité parasite dû aux câbles, qui correspond donc à notre ordonnée à l'origine et qui vaut ici :  $b=27,1 \pm 0,6 \text{ pF}$ ) (voir figure 1) nous donne  $\epsilon_r(\text{air})=1.00 \pm 0,01$ . La valeur que l'on trouve dans les tables peut-être comprise dans les barres d'erreurs.<sup>2</sup>

## I.2 Influence du diélectrique [1]

Nous allons à présent mesurer la permittivité relative d'un diélectrique : le verre. Pour cela on dispose une plaque de verre entre les armatures du condensateur et on la maintient serrée à l'aide de ces mêmes armatures. On mesure la nouvelle capacité. On trouve :  $C=462,8 \text{ pF}$ .

Pour remonter cette nouvelle permittivité relative, on va se servir de la courbe réalisée dans la première partie, qui va nous servir de courbe d'étalonnage.

$$\frac{C(\text{air}) - b}{C(\text{verre}) - b} = \frac{\epsilon_r(\text{air})}{\epsilon_r(\text{verre})} \Leftrightarrow \epsilon_r(\text{verre}) = \epsilon_r(\text{air}) \frac{C(\text{verre}) - b}{C(\text{air}) - b} = 7.04$$

En négligeant l'incertitude sur b, on peut écrire.

$$\Delta \epsilon_r(\text{verre}) = \epsilon_r(\text{verre}) \sqrt{\left(\frac{\Delta \epsilon_r(\text{air})}{\epsilon_r(\text{air})}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C(\text{verre})}{C(\text{verre})}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C(\text{air})}{C(\text{air})}\right)^2} \approx 0.3$$

Finalement  $\epsilon_r(\text{verre}) = 7.0 \pm 0,3$ . Dans les tables, on trouve des valeurs allant de 3,9 à 5,6.

## I.3 Mesure d'une capacité.[3]

Jusqu'à présent, nous avons utilisé un RLC-mètre commercial pour la mesure de capacité. Nous allons utiliser un multivibrateur astable pour faire des mesures de capacité.

---

<sup>2</sup>.  $\epsilon_r(\text{air})_{\text{table}} = 1,0005360$  à  $20^\circ \text{C}$  et une atmosphère.

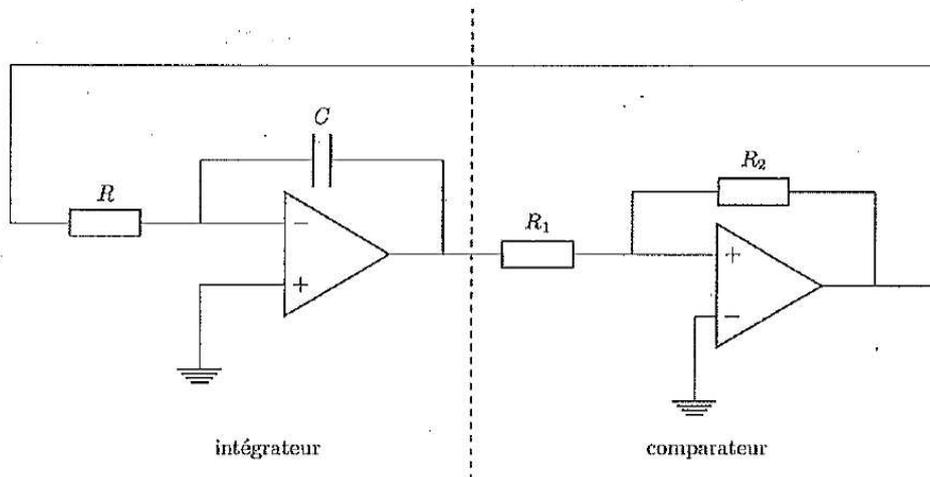


FIGURE 2 – Montage du multivibrateur astable.

On peut voir le montage réalisé sur la figure 2. Il est constitué d'un intégrateur inverseur en série avec un comparateur.

On pourrait montrer que la valeur de la capacité est liée à la période des signaux<sup>3</sup>. Ici ce n'est pas le but, nous allons simplement mesurer la période du signal pour différentes valeurs de capacité, on fait un étalonnage. La relation en question va comme suit :

$$T = 4 \frac{R_1 RC}{R_2}$$

Pour ce qui est des incertitudes et il faut être rigoureux. En effet le but est d'obtenir un appareil de mesure de capacité.

- L'incertitude sur la valeur des capacités est directement prise sur la boîte à décade qui nous donne des valeurs d'incertitudes pour différentes valeurs de capacité.
- Pour la valeur d'incertitude sur la période, nous avons choisi de faire des mesures automatiques de périodes et d'utiliser la notice de l'oscilloscope pour avoir l'incertitude correspondante.<sup>4</sup> Elle correspond à 0,0025 % de la valeur mesure + 0,1 %<sup>5</sup> de la largeur d'écran + 20 ps.

Nous avons à présent étalonné notre multivibrateur astable qui va nous servir plus tard

3. Dans l'absolu, la mesure de la période nous donnerais accès à la valeur de C connaissant la valeur des résistances.

4. Nous avons, dans un premier temps, fait ces mesures à la main, mais la précision de l'oscilloscope en mesure automatique est plus précis et parfaitement connue. De plus c'est beaucoup plus rapide.

5. Soit 1/100ème de la largeur d'écran, c'est elle qui est largement majoritaire.

pour mesurer une valeur de capacité. En d'autres termes nous avons une valeur plus précise du rapport des résistances que si nous les avons mesuré directement à l'ohmmètre<sup>6</sup>. On trouve  $154 \pm 1 \text{ k}\Omega$ .

## II Effets parasites.

### II.1 Influence des câbles.

C'est une manipulation introductive absolument pas quantitative. Nous voulons simplement mettre en évidence la variation de la capacité en fonction de la configuration des câbles. Pour cela on revient simplement sur le condensateur d'Aepinus et on bouge les câbles, on observe au RLC-mètre la variation significative de la valeur de la capacité. On peut revenir sur l'importance d'avoir fixé les câbles lors de notre première manipulation et justifier la modélisation par une affine.

### II.2 Cable coaxiale [1]

On va, à l'aide du multivibrateur astable que nous avons étalonné dans la partie précédente, mesurer la valeur de la capacité d'un cable coaxiale. Pour cela, on le branche à la place de notre boîtier de capacité et on mesure la période. On trouve  $T=790 \pm 1 \mu\text{s}$ . En utilisant nla courbe étalonnage :

$$C = \frac{T}{a} = 5,13 \text{ nF}.$$

Pour l'incertitude, on utilise encore un fois la propagation statistique des erreurs :

$$\Delta C = C \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2}$$

Finalement :  $C=5,13 \pm 0,04 \text{ nF}$

## III Utilisation des effets capacitifs.

### III.1 Capteur de proximité.

Une application possible<sup>7</sup> est un détecteur de proximité capacimétrique. La réalisation la plus simple, représenté sur la figure 3 est constituée d'un RLC-mètre et d'une plaque de métal conducteur. On connecte une des bornes du capacimètre à la terre avec une pince croco et la fiche terre d'une prise et l'autre borne du capacimètre à la plaque de cuivre. La plaque et la terre forment un condensateur, dont on mesure la capacité. Si on approche sa main de la plaque, on constate que la valeur de la capacité mesurée augmente. On ajoute

---

6. Dans la gamme de grandeur des résistances, l'incertitude serait autour de 5 pourcent

7. Nous n'avons pas utilisé de bibliographie particulière, pour ceux que ça intéressent vous pouvez regarder dans le J.Fraden, Handbook of modern sensors. Il y a aussi un rapport de Michel Fruchard que vous trouverez sur le portail des étude (MP19-Michel). Cette partie est plus ou moins un copier/coller de ce rapport

en effet un condensateur en parallèle. Si on note  $C_0$  la capacité formée par la plaque et la terre quand l'expérimentateur est éloigné,  $C_a$  la capacité formée par le corps et la plaque, et  $C_b$  la capacité formée par le corps et la masse, on mesure :

$$C = C_o + \Delta C = C_0 + \frac{C_a C_b}{C_a + C_b}$$

Les valeurs de  $C_b$  et surtout de  $C_a$  dépendent évidemment de la position de l'expérimentateur. La valeur mesurée de la capacité  $C$  permet donc de savoir si quelqu'un est proche de la plaque ou pas. On a fabriqué un détecteur de proximité capacitométrique rudimentaire. C'est le principe des détecteurs capacitifs, utilisés pour fabriquer des interrupteurs sans contact, des détecteurs de présence inclus dans les sièges des voitures, ou des détecteurs empêchant les collisions de bras robotiques. Des effets capacitifs de ce genre sont aussi utilisés dans une bonne partie des écrans tactiles, avec un dispositif et un traitement des données largement plus compliqué.

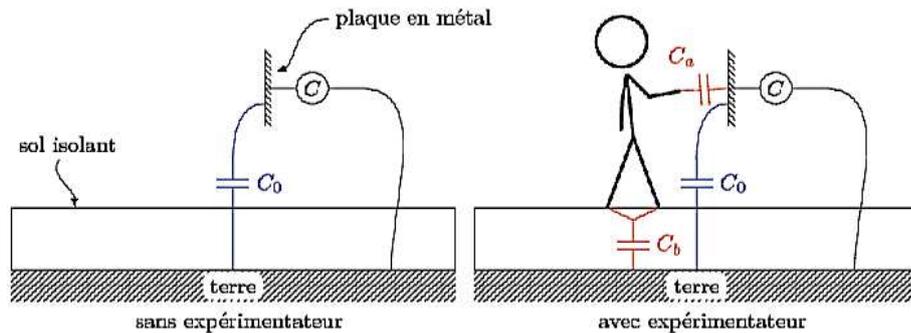


FIGURE 3 – Principe du capteur de proximité

### III.2 Filtre

Une autre application, très importante, est le filtrage en électronique. C'est l'exploitation du comportement particulier de certains composants en fréquence. Nous allons voir l'un des plus simple le filtre RC. On peut voir sur la figure 4 le dispositif expérimental.

La fonction de transfert est :

$$H = \frac{s}{e} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

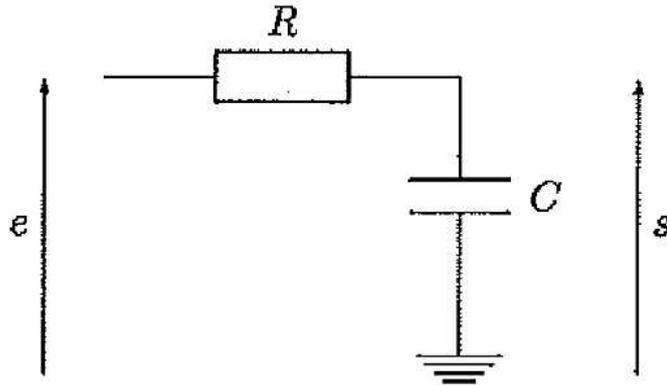


FIGURE 4 – Filtre RC

On a pris  $R = 10009 \pm 7 \Omega$  et  $C = 9.63 \pm 0.07 nF$ , ainsi la fréquence de coupure théorique est  $f_c = \frac{1}{2\pi RC} = 1,65 \pm 0.01 kHz$ <sup>8</sup>

Nous avons fait le diagramme de Bode en préparation, on reprend juste un point en présentation. On vérifie ici deux choses, tout d'abord que la pente est bien de -20 dB par décade, ensuite on mesure la fréquence de coupure réelle. On trouve que  $f_{mes} = 1,62 \pm 0,03 kHz$

Pour l'incertitude sur la mesure nous avons tout rentré sur regressi et nous avons pris la valeur donnée par la modélisation.

### III.3 Détecteur de niveau d'eau : capteur capacitométrique

C'est la variation de la capacité du matériau entre les armatures qui va nous servir. On utilise une éprouvette avec deux feuilles d'aluminium collée de part et d'autre formant ainsi un condensateur plan. Lorsque l'on va remplir l'éprouvette avec de l'eau la capacité va varier (elle augmente). Ainsi en utilisant un circuit approprié on pourrait déclencher un signal pour nous avertir quand le niveau d'eau a augmenté. C'est ce que nous avons fait avec le circuit de la figure 5.

Nous n'avons pas essayé de calculer la fonction de transfert de l'ensemble, nous avons simplement fait un étalonnage en mesurant la capacité en fonction du niveau et le seuil correspondant. Toutes les dépendances sont linéaires. Lors de la présentation, expliquer les différents étages du circuit, reprendre un point pour montrer le principe et mettre un seuil à un certain niveau, remplir d'eau et montrer que la LED s'allume.

- Le premier étage correspond à un pont diviseur de tension (filtre RC passe haut) entre le condensateur formé par l'éprouvette et une résistance R. Si  $RC\omega$  est petit devant 1 (c'est le cas ici) :

8. Pour l'incertitude sur R, nous avons pris celle de la notice du multimètre, pour la capacité, celle du RCL-mètre et pour la fréquence, nous avons fait une propagation statistique des erreurs.

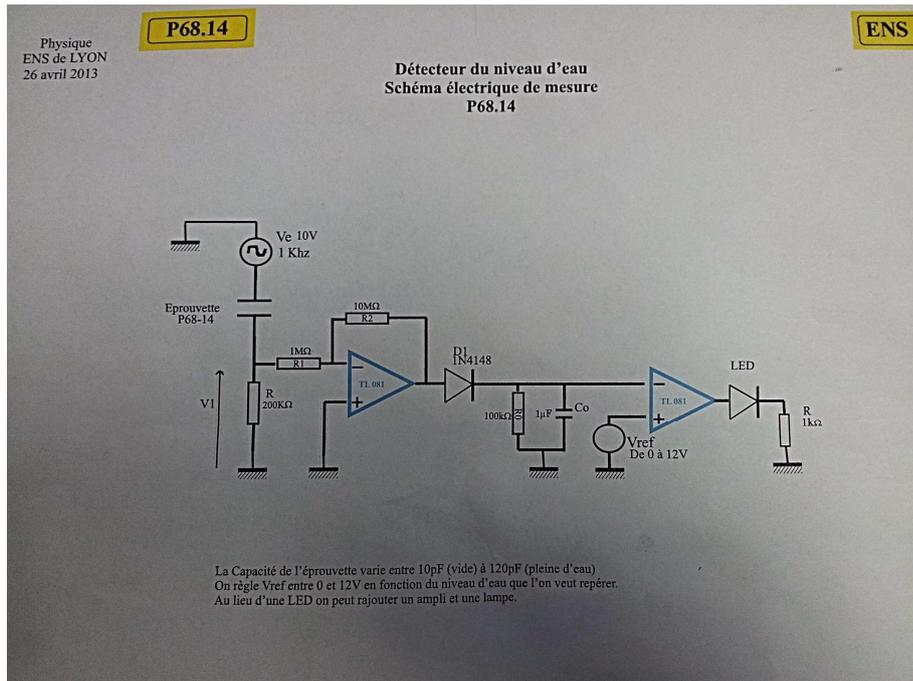


FIGURE 5 – Circuit pour le capteur de niveau d'eau.

$$v_1 = \frac{R}{R + 1/jC\omega} \approx jRC\omega v_e$$

- On amplifie cette tension avec un amplificateur inverseur.
- On redresse la tension avec un détecteur d'enveloppe à diode. On obtient une tension continue en sortie.
- On compare cette tension à une tension de référence que l'on fixe à la main  $V_{ref}$ .
- On termine ce montage par une LED qui s'allume quand un signal passe la diode.

## Conclusion

Nous avons étudié, dans ce montage ce qu'était l'effet capacitif, les problèmes que l'on peut rencontrer et quelques unes des nombreuses applications qui peuvent exister.

On peut faire une ouverture sur des effets capacitifs dans d'autres domaines de la physique.