

LP 2020

Bilan de grandeurs physiques dans les systèmes ouverts

Présentée par Etienne Pinard le mercredi 3 février 2021
Corrigée par Lauren Rose et Corentin Pacary

Niveau: L1 (université) / L2 (prépa)

Pré-requis:
• Expression du débit massique
• Principe fondamental de la dynamique et théorème de la quantité de mouvement
• Premier principe de la thermodynamique

Introduction

Depuis que vous étudiez la physique, vous vous focalisez exclusivement sur les systèmes fermés, c'est-à-dire les systèmes n'échangeant pas de matière avec l'extérieur, voire vous vous restreignez aux systèmes isolés, qui n'échangent ni matière ni énergie.

Cependant, la grande majorité des systèmes que nous côtoyons échangent de la matière avec l'extérieur: ce sont les systèmes ouverts.

Comme exemples, nous pouvons prendre une voiture, qui rejette des gaz d'échappement, la fusée, qui expulse

des gaz pour se propulser, la tuyauterie de votre logement, qui reçoit de l'extérieur de l'eau propre et qui rejette de l'eau usée, les réacteurs chimiques pour les synthèses industrielles ou encore le cap humain, qui ingère et excrète régulièrement.

Mais alors pourquoi ne pas les avoir étudié plus tôt s'ils sont tant omniprésents? Parce que cette non-conservation de la matière en leur sein complique la détermination des lois les régissant.

Au cours de cette leçon, je vais vous présenter une méthode pour y parvenir cependant: la méthode des bilans. Nous l'appliquons à trois grandeurs: la masse, la quantité de mouvement et l'énergie totale.

I. Une grandeur fondamentale: la masse

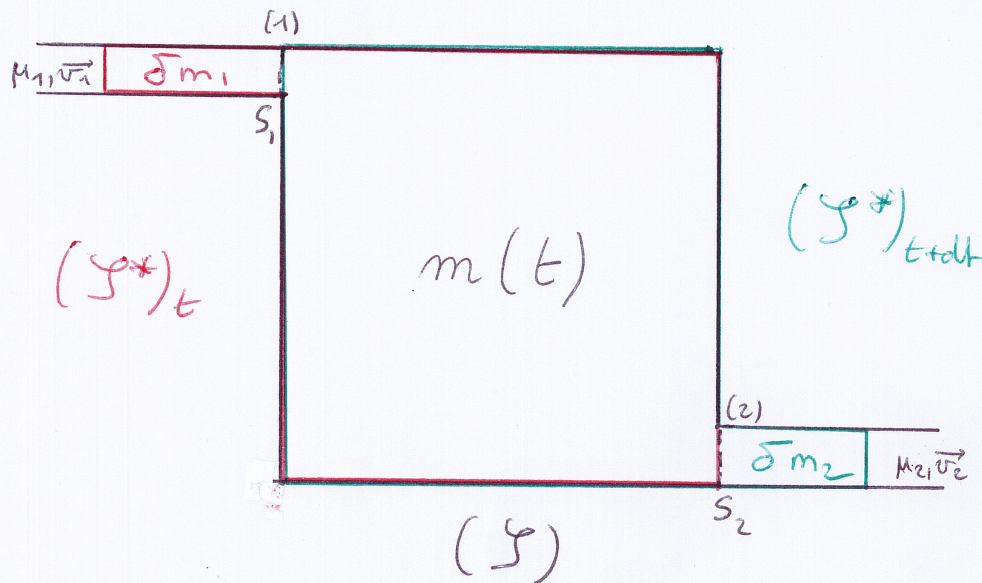
- La méthode des bilans repose sur la succession de quatre étapes, que je vais dans la suite effectuer dans le cas de la masse.
- Mais avant établissons un système ouvert ($\mathcal{V}$) générique auquel pourra se ramener la plupart des systèmes ouverts réels) qui communique avec l'extérieur via une entrée (1) et une sortie (2), de surface respective S_1 et S_2 .
- Je représente des tuyaux, qui n'appartiennent pas au système ouvert, mais qui contiennent la matière juste avant qu'elle ne rentre dans ($\mathcal{V}$) et juste après qu'elle n'en sort. Cette matière à l'entrée (resp. à la sortie) possède une masse volumique μ_1 (resp. μ_2) et une vitesse $\vec{v}_1$ (resp. $\vec{v}_2$) aux orthogonales à la surface.

- La méthode des bilans va nous permettre de répondre à la question suivante : que vaut $m(t)$? i.e. comment varie la masse du système ouvert avec le temps?

1^{ère} étape : Associer au système ouvert $(\mathcal{S})$ étudié pendant dt un système fermé $(\mathcal{S}^*)$.

Comment? On choisit le système fermé $(\mathcal{S}^*)$ comme étant le système fermé qui contient toute la matière qui, pendant dt , a été à un moment dans $(\mathcal{S})$.

Dessinons-le :



Remarque : Là où $(\mathcal{S}^*)$ et $(\mathcal{S})$ sont des entités macroscopiques, $\{\delta m_1\}$ et $\{\delta m_2\}$ sont des entités microscopiques (car associés à une variation élémentaire de temps).

2^{ème} étape : Exprimer ce que vaut la grandeur étudiée aux instants t et $t + dt$ dans $(\mathcal{S}^*)$

$$(\mathcal{S}^*)_t = (\mathcal{S})_t \cup \{\delta m_1\}$$

$$(\mathcal{S}^*)_{t+dt} = (\mathcal{S})_{t+dt} \cup \{\delta m_2\}$$

d'où, par extensivité de la masse,

$$m^*(t + dt) = m(t + dt) + \delta m_2$$

$$m^*(t) = m(t) + \delta m_1$$

3^{ème} étape : Exprimer la variation de la grandeur dans le système fermé en faisant apparaître la variation de la grandeur dans le système ouvert

$$dm^* = dm + \delta m_2 - \delta m_1$$

4^{ème} étape : Exprimer la variation de la grandeur dans le système fermé à l'aide d'une loi de la physique

Ici, c'est la conservation de la masse d'un système fermé, qui nous assure que $dm^* = 0$

$$\text{d'où } \boxed{dm = \delta m_1 - \delta m_2}$$

→ ce bilan est élémentaire, or on préfère travailler avec des grandeurs macroscopiques

→ divisons à gauche et à droite par dt

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\delta m_1}{dt} - \frac{\delta m_2}{dt}$$

→ on reconnaît la définition du débit massique (à travers les surfaces resp. d'entrée et de sortie)

d'où $\boxed{\frac{dm}{dt} = D_{m1} - D_{m2}}$

Pour rappel: $D_m = \rho v S$

• Mais que se passe-t-il si $D_{m1} = D_{m2}$?

→ $\frac{dm}{dt} = 0 \rightarrow m$ indépendante du temps

Sembler paradoxal (un système ouvert ne conserve pas la matière qu'il contient au cours du temps) mais ne l'ai pas (ce n'est pas parce que la matière change que forcément la masse change).

On dit alors que le système est en régime stationnaire:

les grandeurs physiques qui lui sont associés ne dépendent pas du temps.

On a donc $\delta m_1 = \delta m_2 = \delta m$ L'élément de masse

et $\boxed{D_{m1} = D_{m2} = D_m}$ LE débit massique

→ on parle alors de conservation du débit massique à travers le système ouvert

II. Une grandeur mécanique: la quantité de mouvement

① Le bilan de quantité de mouvement

On applique les quatre mêmes étapes, mais cette fois à la quantité de mouvement.

1^{ère} étape: $(\mathcal{S}) \xrightarrow{dt} (\mathcal{S}^*)$

2^{ème} étape: $\vec{p}^*(t+dt) = \vec{p}(t+dt) + \delta m_2 \vec{v}_2$

(grandeur extensive) $\vec{p}^*(t) = \vec{p}(t) + \delta m_1 \vec{v}_1$

3^{ème} étape: $d\vec{p}^* = d\vec{p} + \delta m_2 \vec{v}_2 - \delta m_1 \vec{v}_1$

d'où $d\vec{p} = d\vec{p}^* + \delta m_1 \vec{v}_1 - \delta m_2 \vec{v}_2$

4^{ème} étape: Divisons à droite et à gauche par dt

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}^*}{dt} + D_{m1} \vec{v}_1 - D_{m2} \vec{v}_2$$

On utilise alors le théorème de la quantité de mouvement, qui dit que :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \text{ où } \vec{F} \text{ est la résultante des forces extérieures}$$

d'où

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} + D_{m1} \vec{v}_1 - D_{m2} \vec{v}_2$$

Dans le cas du régime stationnaire,

$$\begin{cases} \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \\ D_{m1} = D_{m2} = D_m \end{cases}$$

d'où

$$D_m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \vec{F}$$

② Application : la fusée

Une fusée expulse du gaz avec un débit massique D_{mg} et une vitesse relative $\vec{v}_g$ pour se propulser.



Pour nous poserons à son sujet 3 questions :

1. Comment évolue la vitesse de la fusée ?
2. Quel débit massique minimal doit-on avoir pour que la fusée décolle ?
3. Quelle est la durée de fonctionnement du réacteur de la fusée ?

Données : $v_g = 40 \text{ km/s}$

$m_0 = 134$ tonnes dont 100 tonnes d'ergol dans le réacteur principal

1. Appliquons la conclusion du bilan de quantité de mouvement dans le référentiel terrestre

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \underbrace{\vec{F}}_{\text{poids}} + \cancel{D_{m1} \vec{v}_1} - \underbrace{D_{m2} \vec{v}_2}_{= D_{mg} \underbrace{(\vec{v}_g + \vec{v})}_{\text{!}}}$$

= $\vec{0}$ car il n'y a pas de matière qui rentre dans la fusée

d'où

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} - D_{mg} (\vec{v}_g + \vec{v})$$

Or nous c'est la vitesse, et non la q. d. m., qui nous intéresse

d'où

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{v} + m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

or

$$\frac{dm}{dt} \stackrel{\text{d'après I.}}{=} D_{m1} - D_{m2} = 0 - D_{mg} = -D_{mg}$$

d'où

$$\cancel{-D_{mg} \vec{v}} + m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - D_{mg} \vec{v}_g - \cancel{D_{mg} \vec{v}}$$

$$\text{d'où } m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - Dmg \vec{v}_g$$

→ on retrouve la même expression que pour le PFD
 mais :
 • pour un système qui ne satisfait pas le PFD (galiléen + fermé)
 • en rajoutant un terme supplémentaire du côté des forces
 ⇒ c'est une pseudo-force, ici
 appelé poussée ($\vec{\Pi} = -Dmg \vec{v}_g$)

$$\text{d'où on peut écrire } m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{\Pi}$$

2 La fusée ne peut décoller que si la poussée compense
 et surpasse le poids initial.

$$\begin{aligned} \text{d'où } Dmg > Dm_{g,\min} &= \frac{m_0 g}{v_g} \\ &= \frac{134 \cdot 10^3 \times 9,81}{4,0 \cdot 10^3} = \underline{\underline{329 \text{ kg/s}}} \end{aligned}$$

3 Le temps de poussée correspond au temps de vidange
 du réacteur. Dans le cas du débit massique minimal,

$$\tau = \frac{m_{\text{ergol}}}{Dm_{g,\min}} = \frac{100 \cdot 10^3}{329} = 304 \text{ s} \approx \underline{\underline{5 \text{ minutes}}}$$

→ effectivement, sur des vidéos d'archive, on peut voir
 qu'entre le décollage et l'arrêt du réacteur principal
 s'écoule une durée de cet ordre de grandeur.

→ cependant, un problème se pose alors : la chambre de
 combustion peut atteindre des températures de l'ordre de
 3000 °C, que ne peuvent supporter les matériaux constitutifs
 → pour ne pas endommager l'appareil, il faut mettre en place
 un circuit de refroidissement : étudions donc maintenant une grandeur thermodynamique.

III. Une grandeur thermodynamique : l'énergie totale

① Le bilan d'énergie totale

Toujours la même méthode mais il faut introduire la
 pression P_1 en entrée et P_2 en sortie ainsi que l'altitude z_1 de l'entrée et z_2 de la sortie.

1^{ère} étape : $(S) \xrightarrow{dt} (S^*)$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{2^{ème} et 3^{ème} étapes}} : dE_T^* &= E_T^*(t+dt) - E_T^*(t) \\ &= E_T(t+dt) - E_T(t) + \delta E_{T2} - \delta E_{T1} \\ &= dE_T + \delta E_{c2} + \delta E_{p2} + \delta U_2 - \delta E_{c1} - \delta E_{p1} - \delta U_1 \end{aligned}$$

On va cependant opérer un peu différemment cette fois : on
 ne va envisager que le cas du régime stationnaire, où donc

$$\begin{cases} dE_T = 0 \\ \delta m_1 = \delta m_2 = \delta m \\ Dm_1 = Dm_2 = Dm \end{cases}$$

Reprenons : $dE_T^* = \frac{1}{2} \delta m v_2^2 + \delta m g z_2 + \delta m u_2 - \frac{1}{2} \delta m v_1^2 - \delta m g z_1 - \delta m u_1$

On pose $\begin{cases} g z = e_p & \text{l'énergie potentielle massique} \\ \frac{v^2}{2} = e_c & \text{l'énergie cinétique massique} \end{cases}$

sachant que u est l'énergie interne massique

d'où $dE_T^* = \delta m (\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta u)$

avec la notation $\Delta X = X_2 - X_1$.

4^{ème} étape On applique à (S^*) le premier principe de la thermodynamique.

⚠ à ne rien compter 2 fois, ni à ne rien oublier

$$\begin{aligned} dE_T^* &= \delta W_{\text{pression}} + \delta Q \\ &= \delta W_{\text{fluide}} + \delta W_{\text{utile}} + \delta Q \\ &\quad (\text{ou } \underline{\text{indiquée}}) \end{aligned}$$

avec $\begin{cases} \delta W_{\text{fluide}} = p_1 dV_1 - p_2 dV_2 = \left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right) \delta m \\ \delta W_u = P_u dt \\ \delta Q = P_{th} dt \end{cases}$

d'où $\delta m (\Delta u + \Delta \left(\frac{p}{\rho} \right) + \Delta e_c + \Delta e_p) = (P_u + P_{th}) dt$

d'où $Dm (\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = P_u + P_{th}$

On préfère n'avoir que les grandeurs énergétiques à gauche donc on divise à droite et à gauche par Dm , ce qui nous permet d'introduire

$$\begin{cases} w_u = \frac{P_u}{Dm} & \text{le travail utile massique} \\ q = \frac{P_{th}}{Dm} & \text{la chaleur massique} \end{cases}$$

qui, concrètement, correspondent à la quantité d'énergie que l'extérieur fournit au système (sous forme de travail dans un cas, sous forme de chaleur dans l'autre) pour chaque masse unité pénétrant en son sein.

d'où $\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q$

→ cette expression porte un nom : c'est le premier principe industriel

→ on pourrait maintenant étudier le système de refroidissement de la fusée - dans lequel le combustible, stocké à basse température, sert de réfrigérant avant de servir de combustible

→ mais je préfère étudier avec vous en classe un système de refroidissement un peu particulier car à la frontière entre les systèmes ouverts et fermés - le combustible



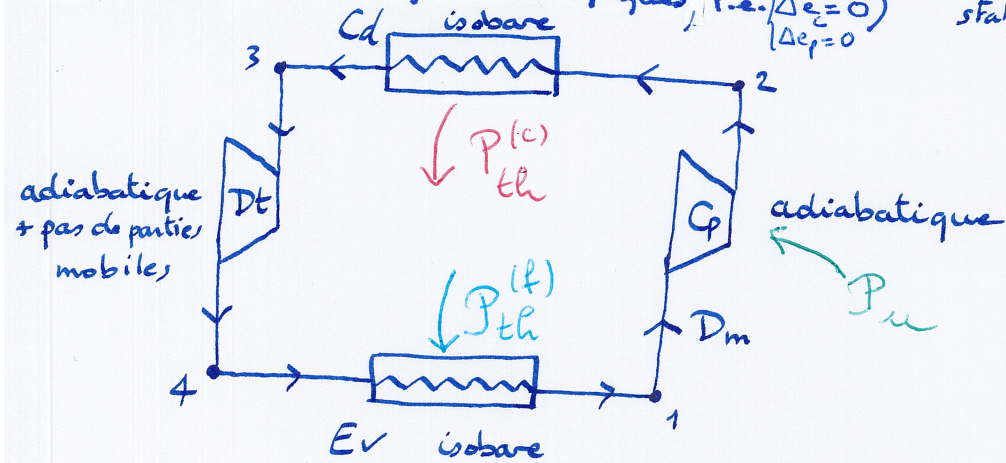
② Application: le circuit frigorifique

Le circuit frigorifique est ^{en effet} un circuit fermé en écoulement, c'est-à-dire un système globalement fermé mais dont les sous-systèmes sont ouverts et échangent donc de la matière entre eux.

Le circuit frigorifique est composé de 4 sous-systèmes ouverts: un compresseur (Cp), un condenseur (Cd), un détenteur (Dt) et un évaporateur (Ev).

qui sont parcourus par un fluide, le fréon 12 (ou R12 ou le dichlorodifluorométhane), à un débit massique $\dot{D}_m$ (on se placera dans le cas d'un fonctionnement en régime

stationnaire $\oplus$ sans variation d'énergie macroscopiques, i.e. $\Delta e_z = 0$ $\Delta e_p = 0$)



En voici le principe de fonctionnement:

> le fluide, sous forme de vapeur saturante en 1, est comprimé dans le Cp avec un taux de compression r_c ; cette opération élève sa température. au-dessus de la température P_u

> le fluide, à haute température en 2, se refroidit dans le Cd de manière isobare jusqu'à atteindre la température du milieu au contact: dans l'opération, elle cède au milieu extérieur une puissance $P_{th}^{(c)}$.

> le fluide, toujours à haute pression en 3, se détend dans le Dt, qui est une enceinte adiabatique sans parties mobiles: on obtient en sortie un fluide diphasé.

> le fluide diphasé en 4 complète sa transition de phase (= son changement d'état liquide/vapeur) en prélevant dans l'Ev une puissance thermique $P_{th}^{(f)}$ au milieu à refroidir.

La question qu'on se pose est: Quelle est l'efficacité frigorifique de ce circuit?

$$e = \frac{P_{th}^{(f)}}{P_u}$$

Pour répondre à cette question, on va utiliser un outil qu'on étudiera plus en détail dans un cours ultérieur: le diagramme pression/enthalpie (ou diagramme de Mollier).

Données: $r = 5,10$

$\dot{D}_m = 4,50 \text{ kg/min}$

$T_1 = -10^\circ\text{C}$, $T_2 = 70^\circ\text{C}$, $T_3 = 30^\circ\text{C}$

Pressions : transfo Cd isobare $\Rightarrow P_2 = P_3$
 transfo Ev isobare $\Rightarrow P_4 = P_1$
 $C_p \Rightarrow P_2 = r P_1$

Enthalpies : on utilise le premier principe structural au fricon

(Dt) : $h_4 - h_3 = \cancel{w_u} + q = 0$
 pas de parties mobiles adiabatique

$\Rightarrow h_3 = h_4 \Rightarrow$ une détente isenthalpique porte le nom de détente de Joule - Kelvin (ou Joule - Thompson).

(Ev) : $h_1 - h_4 = \cancel{w_u} + q_f = \frac{P_{th}^{(f)}}{D_m}$
 pas de parties mobiles

(Cp) : $h_2 - h_1 = w_u + q = \frac{P_u}{D_m}$
 adiabatique

d'où $e = \frac{P_{th}^{(f)}}{P_u} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$

Lecture du diagramme :

- Vapeur saturante $\oplus T_1 = -10^\circ C \Rightarrow P_1 = 2,2 \text{ bar}$ et $h_1 = 348 \text{ kJ/kg}$
- $P_2 = r P_1 = 11,2 \text{ bar} \oplus T_2 = 70^\circ C \Rightarrow h_2 = 388 \text{ kJ/kg}$
- $P_3 = 11,2 \text{ bar} \oplus T_3 = 30^\circ C \Rightarrow h_3 = h_4 = 228 \text{ kJ/kg}$

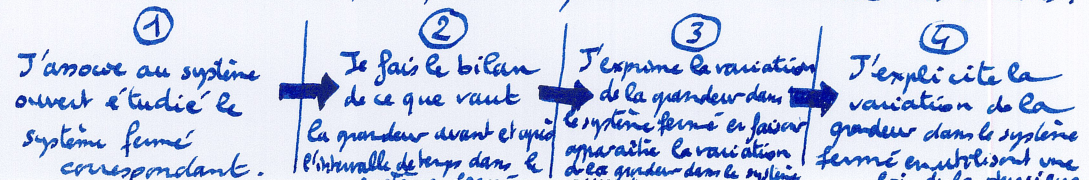
d'où $e = \frac{348 - 228}{388 - 348} = \underline{\underline{3,00}}$

Un nombre sans dimension supérieur à 1 peut choquer mais rien d'anormal : ce n'est pas un rendement (i.e. on ne compare pas l'entrée et la sortie d'un processus).

$\rightarrow$ on a un fluide qui reçoit de l'énergie par deux voies (via transfert naturel et via intervention humaine) et on ne fait que comparer ^{la contribution de} ces deux voies $\Rightarrow$ on peut alors conclure que la puissance livrée à la source froide est trois fois plus élevée que la puissance fournie par l'opérateur (si on calcule, $P_{th}^{(f)} = 9,00 \text{ kW}$ et $P_u = 3,00 \text{ kW}$).

Conclusion

Ce qu'il faut retenir de cette leçon absolument, ce sont les quatre étapes qui composent la méthode des bilans :

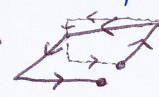


Questions du jury (+ éléments de réponse)

- (la leçon de base était placée au niveau L2, sans autre précisions) Pourquoi avez-vous placé cette leçon niveau L2?
 - ↳ En prépa, le I et le III sont cours niveau L1 mais le II est étudié en seconde année.
- (la leçon de base avait en pré-requis supplémentaire 'Diagramme pression-enthalpie') Est-ce cohérent de mettre les diagrammes P-h en pré-requis?
 - ↳ Non, c'est à ce moment-là qu'on le découvre dans le cursus.
- Cela existe un système fermé?
 - ↳ De système quel fermé non. Après on peut toujours s'y ramener (exemple de la maison et de la poussoire)
- Est-ce que votre modèle modélise tout système ouvert?
 - ↳ À condition de multiplier les entrées et les sorties, oui.
- (la leçon de base ne précisait pas que $\{\delta m_1\}$ et $\{\delta m_2\}$ étaient microscopiques) Qu'est-ce qui est microscopique / microscopique dans votre modèle?
 - ↳ $\{\delta m_1\}$ et $\{\delta m_2\}$ sont microscopiques. (Y) et (Y*) peuvent être aussi bien microscopiques que macroscopiques.
- Peut-on appliquer votre modèle générique à une particule de fluide? Qu'est-ce qui change? Qu'est-ce qui ne change pas?
 - ↳ Oui mais sa masse ne peut pas varier. Seule son énergie peut.
- Connaissez-vous le vecteur densité d'énergie? En quoi est-il utile ici?
 - ↳ C'est $\vec{J}_Q$! Il permet d'accéder à l'énergie thermique restant dans un volume donné.

- La méthode des bilans s'applique pour quel type de grandeur?
 - ↳ Pour les grandeurs extensives.
- $\vec{v}$ est-elle uniforme dans un tuyau macroscopique? Comment varie-t-elle?
 - ↳ Non, elle a un profil parabolique (écoulement de Poiseuille)
- Comment auriez-vous procédé s'il y avait création au sein du système?
 - ↳ J'en ai présenté que la méthode du bilan Lagrangien (= recours à un système fermé mobile) mais il existe la méthode du bilan eulérien ($\Delta X = X_{\text{ent}} - X_{\text{créé}}$), que j'aurais utilisé pour l'entropie ou la quantité de matière.
 - ↳ En formulation Lagrangienne, il n'y a pas de création?
 - ↳ Si, mais elle est cachée dans la loi de la physique de la 4^{ème} étape.
- Pouvez-vous redéfinir proprement le système ouvert de l'exemple de la fusée? Dans quel référentiel vous placez-vous? Est-il galiléen?
 - ↳ système = {carcasse + ergol qui n'est pas encore sorti}
 - Je me place dans le référentiel terrestre.
 - Au vu du temps d'étude déterminé a posteriori (S'), on peut de nouveau le considérer comme galiléen.
- Comment fonctionne une fusée? C'est quoi un ergol?
 - ↳ Succession de phases de propulsion et de décrochage en vue d'un allègement. "Ergol" est le nom générique donné aux carburants de la fusée (aussi bien au combustible qu'au comburant)
- Comment transfère-t-on l'énergie chimique en énergie cinétique?
 - ↳ Via l'agitation thermique.
 - ↳ $E_{\text{chim}} \rightarrow E_{\text{therm}}$ OK mais $E_{\text{therm}} \rightarrow E_c$? Brûler du gaz suffit?
 - ↳ Non, il faut guider les gaz, avec une tuyère.

- Le débit de 300 kg/s vous semble-t-il cohérent ?
↳ Équivaut à la masse de 4 adultes par seconde. On a vu des 134 tonnes et des photos d'atterrissage, semble cohérent.
- Pourquoi refroidit-on la chambre de combustion ? Tu saurais en faire le bilan énergétique ?
↳ La température de 3000 °C n'est pas supportée par les matériaux constitutifs du fusée. Le circuit de refroidissement permet de les préserver. Je ferais le bilan { circuit de refroidissement }, { chambre de combustion } puis { C. refroid + ch. combustion }.
- Tu as utilisé le mot "turbine" à un moment. C'est quoi une turbine ?
↳ C'est un lapsus, une turbine est un dispositif prélevant de l'énergie d'un fluide circulant via des pales.
- $h = u + \frac{p}{\rho}$, tu saurais le montrer ?
↳ Oui : $dH = dU + p dV$ et $dV = \frac{\delta m}{\rho}$
- Quelle est la différence entre la chaleur et le transfert thermique ?
↳ la grandeur vs. le phénomène
↳ On n'utilise que "transfert thermique" désormais.
- Quelle est la différence entre δX et dX ?
↳ pas fonction d'état vs. fonction d'état (le chemin importe) (rien à voir du chemin)
- Le frén 12 est-il encore utilisé ? Qu'est-ce qu'on utilisait avant ?
↳ Non, il est interdit de produire des appareils lubrifiant depuis 2020 en vertu du protocole de Montréal (obligation de protection de la couche d'ozone). On utilisait avant du dioxyde de carbone.
- On parle de "pertes de charge" dans un frigo. Qu'est-ce que c'est ?
↳ C'est l'énergie que le fluide perd par frottements visqueux

- Pourrais-tu tracer sur le diagramme de Mollier une trajectoire plus réaliste ?
↳ 

- Pourrais-tu redéfinir l'efficacité ? C'est quoi l'efficacité de Carnot ? $\epsilon = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur fournie}}$ (é, pas η : η , c'est le rendement)
d'efficacité de Carnot est l'efficacité maximale que peut avoir un système thermo. cyclique
- (La leçon de base appelait le cas $\Delta e = 0$ "négliger les écoulements") Pourquoi ce cas s'appelle-t-il ainsi ?
↳ Je suis pas trop, est-ce parce qu'on néglige l'apport net de la pompe de fluide à un écoulement global ? (Si c'est pas trop, cette expression à max dire...)

Commentaires du jury

- Leçon très claire !
- Ne pas écrire que des formules au tableau, aussi du texte (typiquement la définition du régime stationnaire).
- Tu numérotés tes étapes à l'oral, numérote donc les aussi à l'écrit.
- Si tu n'es pas à l'aise avec l'expression "négliger les écoulements", ne l'utilise pas.

Bibliographie

- * Comptes Rendus, Physique TC-PC*, Stéphane Olivier et Kevin Lewis, éd. Lavoisier
(pour les développements théoriques)
- * Épreuve A ('Thermodynamique') de l'agrégation de physique 2006 (pour la fusée)
- * https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Tsiolkovski / Moteur-fusée-à-ergols-liquides
(pour les données de la fusée et son circuit de refroidissement)
- * Cours de physique (niveau PCSI) de Nicolas Schlosser
contact : nicolas.schlosser@louislegrand.eu
(pour le circuit frigorifique)