

LP 2020: Effet gyroscopique

14 juin 2021

Clément Gidel & Pascal Wang

Extraits du programme :

Prérequis

- TMC
- Angle Euler
- Mécanique céleste
- Equation précession

Expériences

- ☞ Biréfringence du quartz

Table des matières

Passage : Clément Richard

Plan :

Introduction : Mis en évidence en 1822 où l'on remarque la rotation de la terre. Utilisé aujourd'hui avec les GPS et la navigation. On fait tout de suite l'expérience du solide en rotation sur un axe, auquel on applique une force orthogonale au moment cinétique : on observe une déviation. Le but de ce cours est de rendre compte de ce phénomène.

I) Gyroscopique : pourquoi. A) Effet gyroscopique. C'est l'effet du gyroscope par rapport à une action d'une force. On reprend l'exemple précédent. B) Gyroscope. C'est un solide de révolution ayant une rotation propre rapide. On fait la démo propre. On part d'un repère (O, x, y, z) , et on définit les angles d'Euler, et le barycentre G de masse. On a ϕ la rotation propre, Ψ la précession, θ la nutation. On écrit donc la matrice d'inertie du solide, et on écrit le moment cinétique en faisant le produit de la matrice d'inertie avec le vecteur rotation des angles d'Euler $\dot{\phi}, \dot{\Psi}, \dot{\theta}$. On fait ensuite l'approximation gyroscopique $|\dot{\phi}| \gg |\dot{\Psi}|$ et $|\dot{\phi}| \gg |\dot{\theta}|$. On a donc $\vec{\omega} = \dot{\phi} \vec{e}_z$, et donc le moment cinétique $\vec{L}_0 = I_z \dot{\phi} \vec{e}_z$. On peut enfin appliquer le TMC avec seulement le moment du poids : $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{OG} \times m \vec{g}$, avec $\vec{OG} = l \vec{e}_z = \frac{l}{L_0} \vec{L}_0$ et $\vec{g} = g \vec{e}_z$. Donc dans le référentiel R on a $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = (\frac{mgl}{L_0} \vec{e}_z) \times \vec{L}_0$, on a donc une précession à la vitesse $\Psi = \frac{mgl}{I_3 \dot{\phi}}$. C) Gyroscope équilibré. On refait l'expérience du gyroscope, et on montre l'équilibre du système. On a $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{OP} \times \vec{F}$.

II) Applications. A) Gyrocompas. Le gyrocompas, ou compas gyroscopique, est un instrument de navigation indiquant le nord géographique indépendamment du champ magnétique terrestre. Il est constitué par un gyroscope dont l'axe de rotation est maintenu horizontal. On fait un dessin pour illustrer le phénomène, et on écrit le bilan de moment cinétique pour le TMC dans le référentiel du laboratoire : on a donc $\frac{d\vec{L}_0 + \vec{L}_{sol}}{dt} = \vec{M}_0$, et on fait le changement dans le référentiel terrestre, cf photo du tableau. B) Gyroscope terrestre. On peut considérer la terre comme étant un gyroscope en rotation autour du soleil sur son axe propre. On observe également un phénomène de précession du au champ de gravité, c'est le phénomène de précession des équinoxes. On peut calculer la période de rotation, on écrit le TMC pour la terre dans le référentiel de Copernic : $\frac{d\vec{L}_T}{dt} = M_g \text{rav} \vec{L} + S$ et on fait l'approximation gyroscopique. On a $\vec{M} = A \sin(2\theta)$. Rappel toupie : $\vec{M} = mgl \sin(\theta) \vec{e}_u$, avec $\dot{\Psi} = \frac{mgl}{L_0}$ et $L_T = I_3 \omega_T \vec{e}_z$. On utilise enfin la troisième loi de Kepler et donc $\dot{\Psi} \propto \frac{T_0}{T_a^2} \cos(\theta)$ on en déduit $T_P = \frac{2\pi}{|\dot{\Psi}|} = 259$ siècles. Il y a 2000 ans, on avait $\Delta\Psi = 30'' = \frac{360''}{12}$. CCL : on retrouve le gyroscope dans tout les système de navigations, il sert notamment à compenser le roulis du bateau.

Remarques/commentaires :

- C'est important de revenir sur l'hypothèse gyroscopique en comparant la vitesse angulaire de précession à la vitesse de rotation propre. Faire l'approximation numérique est aussi important.
- Attention à la petite coquille de calcul pour la base du vecteur de rotation.
- Traiter une seule application quitte à ne pas mettre l'équation de précession en prérequis ?
- La précession peut être visualisée avec la roue c'est plutôt cool.
- L'application du gyrocompas est délicate. Il faut mettre les équations et discuter dessus. Etre très clair si on le présente. Montrer les équations c'est important.

Questions :

- Equation de précession en prérequis ? Qu'attendre de ça ? Exemple simple de précession ? Particule chargée dans un champ magnétique par exemple.
- Foucault il a fait quoi d'autre ? Pendule mais quoi en premier ? Pendule effectué au Panthéon à Paris. Possible de voir un pendule de Foucault comme gyroscope ? Méca solide dans un cas et méca point dans l'autre. Que montre vraiment le pendule de Foucault ? Référentiel terrestre non Galiléen.
- C'est quoi "un temps court" pour considérer ref terrestre Galiléen ? Comparer temps de l'expérience à la journée.
- Def d'un ref Gal ? Là où les lois de Newton s'appliquent (en particulier 1ère loi de Newton, système isolé à mvt rect uniforme). Comment on peut savoir si le ref va être galiléen ? On peut mettre à l'épreuve par exemple grâce à un gyroscope.
- Gyroscope dans GPS ? Maintenir leur altitude / changer leur orientation. Triangulation ? 4 satellites pour un GPS.
- ODG de la vitesse des GPS ? Via 3ème loi de Kepler on peut avoir un ODG en supposant géostationnaire.

- Gyroscope dans smartphone ?
- Réécrire vecteur de rotation de la toupie. Il y avait une petite coquille, il fallait écrire dans la base propre où le tenseur d'inertie est diagonal qui n'est pas à priori la base où le vecteur rotation a une forme simple. Avec l'approximation gyroscopique, ça ne change rien mais c'est pas très rigoureux.
- Discussion sur le théorème de Huygens, changement de point pour le tenseur d'inertie, comment il change ? Interpréter que le moment d'inertie par rapport à un axe qui ne passe pas par le centre de gravité est plus important ? On dit que I représente l'inertie du coup si les masses sont moins bien réparties on s'oppose encore plus efficacement à la rotation.
- Justifier pourquoi on a les deux premiers coeff du tenseur d'inertie symétriques + pq diagonal ? En gros en passant en cylindrique $I_{xx} = I_{yy}$ car on intègre sur r dans les deux cas, par invariance de rotation propre : **symétrie de révolution**.
- Comment trouver la position du centre de masse ? En gros, le vecteur $M\vec{OG}$ vaut l'intégrale de $O\vec{M}dm$.
- Il aurait fallu rajouter quoi comme force si R n'est pas Galiléen ? Rajouter les forces d'inerties.
- Expérience du gyroscope : différence entre mettre le gyroscope en mouvement et mettre la chaise à tourner et mettre la chaise à tourner et faire tourner le gyroscope ? L'idée c'est qu'on faisant tourner la chaise dans un second temps, le gyroscope réagit à la force qu'on vient de lui donner (??). Il y a éventuellement un transitoire qui peut venir titiller quelque chose.
- D'où vient l'amortissement dans le gyrocompas ? Frottements.
- Conséquence de la précession des équinoxes sur les saisons ? Il y a 15 000 ans par exemple, l'hiver était en juin. Def d'un équinoxe ? La où on a égalité de la durée du jour et de la nuit à l'équateur.
- Autres domaines de précession ? RMN. A lyon on a un gros aimant avec $24T$. **Il est important d'être appelé sur la RMN pour ce sujet.**