

LP 2020 – Ondes evanescentes

16 mai 2021

Clément Gidel & Pascal Wang

Niveau : L2

Bibliographie

- 🔗 http://www.mmelzani.fr/documents/plasma/plasma_ondes.pdf → commentaires sur le plasma
- 🔗 http://www.mmelzani.fr/documents/plasma/plasma_demo_pfd_un_elec.pdf → commentaires sur le plasma

Prérequis



Expériences



Ondes evanescentes dans un prisme en parafine

Table des matières

1	Propagation dans un plasma	2
1.1	Modélisation du plasma dilué	2
1.2	Equation de propagation	5
1.3	Relation de dispersion	5
1.3.1	Relation de dispersion	5
1.3.2	$\omega > \omega_p$	5
1.3.3	$\omega < \omega_p$	5
1.4	Application à l'ionosphère	5
2	Effet Tunnel quantique	6
2.1	Marche de potentiel	6
2.2	Barrière de potentiel	7
2.2.1	Conditions de passage	7
2.2.2	Probabilité de transmission	8
3	Microscope à effet tunnel	8
3.1	Principe et dispositif	8
3.2	Modélisation de la barrière tunnel	9

Pour moi le plan de l'année dernière est très cool. :

I/ Ondes évanescentes dans un plasma 1) Modélisation du plasma
 2) Relation de dispersion 3) Onde évanescente (application aux ondes réfléchies sur la ionosphère). Transition : est-ce qu'on peut récupérer les ondes évanescentes et les utiliser ? Petite vidéo avec l'effet tunnel optique, mais on va l'étudier en quantique. On peut éventuellement faire la manip des ondes centimétriques dans des blocs de parafine.

II/ Effet tunnel quantique 1) Marche de potentiel (à partir de schrodinger, j'ai écrit la relation de dispersion et on dit que c'est exactement la même chose que dans le plasma)

2) Barrière de potentiel (idée : récupérer l'onde évanescente), (j'ai présenté les étapes du calcul : nombre d'inconnus + ajout des CL, et ensuite j'ai donné directement le coefficient de transmission, sa définition et sa valeur)

3) Microscope à effet tunnel (très très vite fait). (J'ai cité le STOM et la radioactivité alpha en conclusion, ils ne sont pas revenus dessus).

Introduction

Ondes évanescente :

Il reste à trouver un peu un fil conducteur dans cette leçon + une intro autre que def les ondes évanescentes

1 Propagation dans un plasma

☞ suivre Sanz, regarder Melzani.

1.1 Modélisation du plasma dilué

Plutôt donner les hypothèses sur un tableau séparé au fur et à mesure de la démarche.

⚠ Attention, les pièges à ne pas faire sont d'affirmer que $\rho = 0$ localement parce que le plasma est neutre globalement, et d'affirmer que toutes les interactions entre les charges sont négligeables car le plasma est peu dense, sinon l'onde se propagerait comme dans le vide.

Définition du plasma Un plasma est un gaz ionisé ou partiellement ionisé, constitué d'ions d'électrons libres et d'atomes neutres. L'ensemble est globalement neutre.

Exemples de plasma L'ionosphère est une couche de l'atmosphère située à plus de 50 km d'altitude. Le gaz est partiellement ionisé par le rayonnement UV du Soleil. On l'assimile à un plasma peu dense, de densité d'électrons variant entre $10^{10} m^{-3}$ et $10^{12} m^{-3}$ en raison de processus d'ionisation induits par le rayonnement UV le jour, et de recombinaison électron-ion la nuit. Autres exemples : éclairs produits par la foudre, décharge dans un gaz $n_0 = 10^{16} m^{-3}$, tokamak $n_0 = 10^{20} m^{-3}$, noyau solaire $n_0 = 10^{30} m^{-3}$, ITER, nébuleuses de pulsar, écrans plasma, "boule plasma". On peut voir un plasma grâce aux photons envoyés par les atomes qui se désexcitent.

Bonus : écran plasma Les écrans à plasma fonctionnent de façon similaire aux tubes d'éclairage fluorescents. Ils utilisent l'électricité pour illuminer un gaz. Le gaz utilisé est un mélange de gaz nobles (argon 90 % et xénon 10 %). Pour qu'il émette de la lumière on lui applique un courant électrique qui le transforme en plasma, un fluide ionisé dont les atomes ont perdu un ou plusieurs de leurs électrons et ne sont plus électriquement neutres, alors que les électrons ainsi libérés forment un nuage autour. Le gaz est contenu dans les cellules, correspondant aux sous-pixels (lumino-phores). Chaque cellule est adressée par une électrode ligne et une électrode colonne ; en modulant la tension appliquée entre les électrodes et la fréquence de l'excitation, il est possible de définir l'intensité lumineuse (en pratique on utilise jusqu'à 256 valeurs). Ils ont été remplacés par les écrans à cristaux liquides (LCD). A liquid-crystal display (LCD) is a flat-panel display or other electronically modulated optical device that uses the light-modulating properties of liquid crystals combined with polarizers. Liquid crystals do not emit light directly, instead using a backlight or reflector to produce images in color or monochrome

Bonus : lampe plasma Une alimentation haute tension convertit la tension alternative du 230V en haute tension ($\sim 4000V$) pour exciter le système radiofréquence. Le système radiofréquence convertit la haute tension en une onde électromagnétique à 2,45 GHz (fréquence similaire aux ondes Wi-Fi). Cette onde électromagnétique est injectée dans une cavité résonnante, afin d'obtenir le claquage du gaz dans l'ampoule. La décharge générée dans l'ampoule chauffe les éléments solides, qui se vaporisent pour se stabiliser thermiquement à l'état de plasma froid (entre 2000 et 3000°C). Ces atomes portés à haute température émettent un spectre lumineux. Ce phénomène se déroule à une pression

proche de la pression atmosphérique.

Bonus : température typique d'un plasma Typiquement l'énergie d'ionisation d'un corps est de quelques électronvolts. La température nécessaire pour former un plasma est donc celle à partir de laquelle l'énergie thermique, qui peut être estimée par le produit kT , atteint cet ordre de grandeur, c'est-à-dire lorsque $kT \sim 1$ eV, soit une température d'environ 11 000 K.

Hypothèses ∇ Sanz PC 2019

- le plasma est dilué : les interactions à courte portée (*les collisions binaires coulombiennes*) entre charges sont négligées. Cela revient à ce que l'énergie cinétique des particules soit très supérieure à leur énergie potentielle d'interaction électrique $e_c/e_p \gg 1$. C'est la même hypothèse que pour un gaz parfait. *Un plasma vérifie donc $PV = NRT$ et $U = (3/2)Nk_B T$. Pour vérifier, l'hypothèse, il faut que la longueur de Landau λ_L qui est celle où $e_c = e_p$ i.e. $3/2k_B T = e^2/(4\pi\epsilon_0\lambda_L)$ i.e. soit petite devant la distance inter-particulaire : $\lambda_L \ll n_e^{-1/3}$* **ODG:** pour la ionosphère, dans Sanz.
- il n'y a pas d'effets quantiques $\lambda_{DB} \ll n^{-1/3}$
- les électrons sont non relativistes : la composante magnétique de la force de Lorentz est négligée. Cela se traduit par $v \ll c \leq v_\phi$. *On verra plus tard que $c \leq v_\phi$*
- comme la masse des noyaux est très supérieure à celle des électrons, les ions seront considérés comme immobiles (Born Oppenheimer) *On lit parfois que si les températures des ions et des électrons sont égales, alors $m_p v_p^2 = m_e v_e^2$, donc $v_p/v_e = \sqrt{m_e/m_p} \ll 1$. Mais ceci n'a en fait aucun rapport avec nos ondes : les vitesses que l'on vient de considérer sont les vitesses thermiques, totalement différentes de la vitesse moyenne v_e qui interviendra ensuite. On montre d'ailleurs que T n'a aucune influence sur les ondes EM transverses*
- poids négligeable **ODG:**
- le plasma est localement neutre. **On ne fait pas cette hypothèse qui est inutile si on considère des ondes transverses.** *Pour le vérifier spatialement, on introduit la longueur d'onde d'écrantage de Debye $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k_B T_e / (n_e e^2)}$, qu'on retrouve avec l'équation de Poisson-Boltzmann linéarisée (équation de Debye-Huckel). Pour assurer la neutralité locale, il faut un paramètre plasma grand : $\Lambda = n_e \lambda_D^3 \gg 1$. La condition dilué et chaud vient de la dépendance $\Lambda \propto T_e^{3/2} / n_e^{1/2}$. Pour le vérifier temporellement, il faut que les phénomènes soient lents devant la période plasma. **ODG:** ionosphère $\lambda_D \sim 1$ mm.*

Cadre de travail : ondes transverses On considère des ondes transverses. Il existe des ondes longitudinales mais on se restreint aux ondes transverses car c'est le type d'onde qui se propage lorsqu'arrive, depuis le vide, une OPPM en incidence normale, qui elle est automatiquement transverse.

Bonus : ondes longitudinales dans les plasma On en trouve à $\omega = \omega_p$ si on néglige les effets thermiques. En effet, la conservation de la charge donnerait $(\omega^2 - \omega_p^2)\rho = 0$ Plus généralement, les ondes de Langmuir sont longitudinales et $\omega^2 \simeq \omega_p^2 + 3k^2 v_{th}^2$, pour lesquelles $\vec{k}$ est parallèle à $\vec{E}$ et $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \delta\rho/\epsilon_0 \neq 0$. On peut montrer que les deux modes longitudinal et transverse sont découplés et se propagent indépendamment (un peu comme les modes TM et TE dans un guide d'onde). On les étudie donc séparément. Il existe aussi des modes longitudinaux électrostatiques, acoustiques électroniques ou ioniques (qui ont une relation de dispersion type KG avec la même pulsation plasma mais une célérité différente), et également, dans les plasmas magnétisés, des ondes à la fois transverses et longitudinales : les ondes magnétohydrodynamiques.

Cadre de travail : état au repos ∇ Sanz p2016. [Etat au repos du plasma. A recopier et projeter.](#) On suppose le plasma non magnétisé à grande échelle. *En présence d'un champ magnétique comme le champ magnétique terrestre, la relation de dispersion est modifiée pour E perpendiculaire à B , non modifiée pour E parallèle à B (force magnétique nulle).*

Décompte des équations et des inconnues On a les inconnues E, B, ρ, j . On a les 6 équations de Maxwell + la condition d'onde transverse. Il manque 3 équations. On doit établir une relation constitutive du plasma dilué.

Justification du PFD à 1 électron [Préciser l'utilité des hypothèses préliminaires à chaque fois](#) On suit une particule. Pour justifier cette approche, il faut

- Négliger la partie fluctuante du champ électrique : hypothèse des collisions coulombiennes négligeables. Le champ ressenti par l'électron $E_{meso} + E_{local}$ est la superposition du champ E_{meso} qui se propage dans le plasma (produit

par l'onde injectée et par les ions et électrons de manière collective) et E_{local} dû aux interactions à courte distance. En utilisant l'hypothèse du plasma dilué, on néglige E_{local} , mais on ne néglige pas les interactions collectives (contenues dans $\vec{j}$), sinon l'onde se propagerait comme dans le vide ! Cette approximation est valable lorsque le temps moyen entre deux collisions est très grand devant le temps caractéristique du phénomène étudié, qui ici est la période plasma $T_p = 2\pi/\omega_p$.

- admettre qu'il n'y a pas d'effets de pression, dans le cas des ondes transverses. *Une approche eulérienne montre que la pression et donc la température sont inchangées au passage de l'onde transverse, ce qui permet de négliger les effets thermiques qui se manifesteraient par un terme en gradient de la pression et justifie l'approche lagrangienne du PFD à 1 électron. Pour des ondes non transverses, il faudrait supposer que la vitesse thermique est très inférieure à la vitesse de phase des ondes.*
- la vitesse thermique très inférieure à la vitesse moyenne mésoscopique (hypothèse superflue pour le modèle du plasma froid mais nécessaire pour justifier la méthode "PFD appliqué à un électron"), ce qui permet de dire que tous les électrons en un point M à un instant t ont la même vitesse.

Application du PFD à 1 électron On applique le PFD à un électron, dans le référentiel où le plasma est au repos sans ondes. Lors du passage de v à j , on néglige la contribution des ions car $M_{ion} \gg m_e$. *En fait, en faisant $j = nev$ en notation complexe, un produit de deux complexes apparaît. On sous-tend que $n = n_0 + n_1$ et qu'on néglige le terme $n_1 v_1$ d'ordre 2.*

Equation constitutive La relation constitutive s'écrit :

$$\vec{j} = -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega} \vec{E}$$

Cette relation définit la conductivité complexe du plasma. La conductivité complexe du plasma est :

$$\underline{\gamma} = -i \frac{n_0 e^2}{m\omega} = -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega} \text{ où } \omega_P = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0}}$$

La conductivité est imaginaire pure. Les vecteurs $\vec{j}$ et $\vec{E}$ sont en quadrature donc la puissance volumique moyenne dissipée par effet Joule, $\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle$, est nulle. Enfin, puisqu'on étudie une onde transverse, la divergence du champ électrique est nulle donc, d'après l'équation de Maxwell-Gauss, la densité volumique de charges l'est aussi. Le plasma reste localement neutre en présence de l'onde électromagnétique.

Contribution des ions Les densités volumiques $\vec{j}$ dues aux électrons, et $\vec{J}$ due aux ions sont telles que $\vec{j} = -ne\vec{v}$ et $\vec{J} = ne\vec{V}$, soit $\vec{J} = -ne\vec{v} \frac{m}{M} = \frac{m}{M} \vec{j}$: comme $\frac{m}{M} \ll 1$, la densité volumique de courant dans le plasma est donc égale à celle des électrons. La masse des ions positifs étant très supérieure à celle des électrons : dans un plasma, seul le mouvement des électrons est à prendre en compte ; la densité volumique de courant est égale à celle des électrons car la vitesse des ions positifs est négligeable.

Bonus : point de vue eulérien On peut partir des équations locales de conservation. Mais elles ne concernent pas des particules fluides. Contrairement à la mécanique des fluides, dans le plasma dilué, le libre parcours moyen est en général supérieur à la taille caractéristique du plasma. De plus, le terme de pression n'est pas associé à des collisions mais au flux de quantité de mouvement à travers la surface du système ouvert sur lequel s'effectue le bilan : c'est une pression cinétique. En fait, on peut y arriver avec des bilans de quantité de mouvement/charge/énergie ou en introduisant une distribution dans l'espace des phases, qui évolue avec l'équation de Vlasov. Si $n^{-1/3} \ll \lambda_D$, on peut choisir le volume mésoscopique comme plus grand que la distance interparticules et plus petite que la longueur de Debye. Après linéarisation des équations de conservation de la masse et du bilan de quantité de mouvement, on trouve que

- Négliger les interaction électrons-électrons binaires à courte portée, c'est négliger le terme visqueux associé en $\eta \Delta \vec{v}$.
- Par transversalité de l'onde, la densité électronique ne change pas au passage de l'onde.
- Le champ de pression n'est pas perturbé (on prend la divergence du bilan de quantité de mouvement). Ainsi, comme $PV = nRT$ dans le plasma chaud dilué, les effets thermiques peuvent être négligés. *En faisant l'hypothèse du plasma froid $v_\phi \gg v_{th}$, le mouvement d'agitation thermique est petit pendant une période de l'onde. On peut négliger la propagation d'ondes acoustiques dans le plasma. C'est l'approximation de plasma froid, qui permet d'emblée de négliger le terme de pression dans l'équation du mouvement des charges.*

1.2 Equation de propagation

Equation de Klein-Gordon On a l'apparition du terme supplémentaire. L'objet de cette leçon est d'étudier l'influence de termes supplémentaires comme celui-ci

Linéarité L'équation est toujours linéaire, cela justifie l'étude de la relation de dispersion.

1.3 Relation de dispersion

1.3.1 Relation de dispersion

Relation de dispersion On calcule et on distingue deux cas.

1.3.2 $\omega > \omega_p$

Propagation sans atténuation k est réel et l'onde peut se propager sans atténuation. En fait, E et j sont en quadrature, et en moyenne $\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = 0$: le milieu n'est pas absorbant : on dit que le milieu est transparent. Pour $\omega \gg \omega_p$, on retrouve la relation de dispersion des ondes EM dans le vide : physiquement, le champ oscille tellement rapidement que les charges n'ont pas le temps de répondre, c'est comme si elles n'étaient pas là.

Définition : dispersion En revanche on voit que la vitesse de l'OPPH ω/k , dépend de sa fréquence. Le milieu est alors dit dispersif.

Il y a dispersion lorsque la relation de dispersion $\omega(k)$ est non linéaire en k ou de manière équivalente $v_\phi = \omega/k$ dépend de k .

1.3.3 $\omega < \omega_p$

Interprétation de la partie imaginaire k'' Jusqu'ici, on a vu que des vecteurs d'ondes réels. La partie imaginaire de k est liée à l'atténuation. La partie réelle est liée à la célérité de l'onde.

Onde évanescence k est imaginaire pur, et l'onde ne se propage pas, elle s'atténue exponentiellement dans le milieu : elle est dite évanescence. On donne la profondeur de pénétration **ODG**:

Réflexion ou absorption ? Il y a deux possibilités : soit l'onde cède de l'énergie au milieu (absorption), soit elle est en fait réfléchi. Ici on remarque que E et j sont en quadrature, et en moyenne $\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = 0$: il n'y a pas d'énergie transmise aux particules, ce qui signifie que l'onde est réfléchi intégralement $\vec{k}'$ et $\vec{k}''$ sont orthogonaux ?

1.4 Application à l'ionosphère

Fréquence de coupure On revient à la ionosphère terrestre. On avait dit que la densité d'électrons est comprise entre $10^{10} m^{-3}$ et $10^{12} m^{-3}$, d'où une fréquence de coupure comprise entre $\omega_p/(2\pi) = 900 kHz$ et $9 MHz$.

Communications par réflexion successives Pour communiquer avec des satellites, on utilise des ondes au MHz. Pour communiquer avec un autre endroit de la Terre, on utilise des ondes à quelques centaines de kHz, car les réflexions successives entre l'ionosphère et la Terre permettent de s'affranchir de l'horizon optique [schéma]. On peut ainsi effectuer une propagation sur 600km à 4000km la distance parcourue par saut dépend de l'onde incidente. L'indice optique diminue avec la densité (loi de Gladstone) donc avec l'altitude. Les rayons sont en réalité courbés, concaves.. C'est ainsi qu'a été réalisée la première ligne radio transatlantique par Marconi en 1901. C'est d'ailleurs comme ceci que la ionosphère a été découverte. Les radios grandes ondes ($f = 200 kHz$, par exemple RTL) peuvent se réfléchir sur l'ionosphère et donc parcourir de grandes distances, alors que les ondes courtes ($f = 10 MHz$, comme Radio France) ne peuvent pas car elles traversent l'ionosphère.

Mesure de l'altitude de la ionosphère On peut étudier la ionosphère en envoyant des OPPH à la verticale : à bas ω , l'onde est réfléchi et revient, et en augmentant ω on fini par atteindre ω_p et l'onde ne revient plus. On en déduit n_e , et l'altitude à l'aide du temps d'aller-retour.

Coupure des communications à la rentrée Lorsqu'un vaisseau spatial entre dans l'atmosphère, il se forme à l'avant une onde de choc qui chauffe le gaz et le comprime. Ainsi, la pulsation de coupure augmente, et de moins en moins d'ondes peuvent passer. Il en résulte une coupure des communications avec Houston, comme dans les films.

Communications GPS et corrections pour l'ionosphère ⚡ La physique en applications, Carpentier. Un récepteur GPS reçoit le signal de satellites. La traversée de l'ionosphère, de composition variable (jour/nuit), induit un retard. Le satellite envoie en fait deux signaux identiques (deux mêmes enveloppes), de fréquences porteuses différentes : 1228 et 1575 MHz. Le récepteur peut calculer le retard entre ces deux signaux, et en déduire le délai lié à la ionosphère.

Manip : 2 blocs de parafines, des ondes centimétriques, on montre que même si on se met au delà de la réflexion totale on a une onde évanescente dans le second bloc de parafine, on se demande alors si on pourrait la récupérer ?



Est-ce qu'on peut récupérer les ondes évanescentes et les utiliser ?

2 Effet Tunnel quantique

Mettre en avant le rôle de l'onde évanescente dans cette partie

2.1 Marche de potentiel

⚡ Ansgul 1

Comme dans le cas du puits carré, il convient de distinguer les deux cas, selon que l'énergie est plus petite ou plus grande que V_0 . Dans le cas où E est supérieure à V_0 et où il existe une source de particules en $x = -\infty$, on trouvera dans la région de gauche à la fois un courant transmis et un courant réfléchi ; l'existence de ce dernier est manifestement un effet purement quantique : une particule classique incidente de la gauche sur la marche et ayant une énergie (cinétique) supérieure à V_0 est instantanément freinée en $x = 0$ mais continue sa route dans la région (II) et se retrouve donc à droite avec certitude ; à l'opposé, si l'énergie est inférieure à V_0 , la particule classique rebondit élastiquement sur le mur et repart en arrière : la probabilité est nulle de la trouver à droite. Au contraire, comme on va le voir, une particule quantique d'énergie inférieure à V_0 peut pénétrer dans la région (II), inaccessible classiquement. Il reste que le coefficient de réflexion R est égal à 1 si $E < V_0$, comme dans le cas classique, le courant étant nul dans la région (II) ; l'image ³⁷ que l'on peut se forger est celle d'une particule pénétrant plus ou moins profondément dans la barrière avant de rebrousser chemin et revenir dans la région $x < 0$. Ainsi, quelle que soit son énergie, la particule quantique peut avoir un comportement qui est très exactement à l'opposé du comportement classique.

Ici, l'énergie est forcément positive, puisque la plus petite valeur de $V(x)$ est nulle ; on pose donc :

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (k \in \mathbb{R}_+)$$

Dans la région (I), l'équation aux valeurs propres prend la forme :

$$\psi'' + k^2 \psi = 0$$

Dans la région (II), cette équation est :

$$\psi'' + \left(\frac{2m}{\hbar^2} k^2 - V_0 \right) \psi = 0$$

En posant comme avant $V_0 = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}$ et :

$$K^2 = k_0^2 - k^2 \quad (K \in \mathbb{R}_+)$$

(15.165) devient :

$$\psi'' - K^2 \psi = 0$$

La relation de dispersion obtenue est la même que dans un plasma. On peut retrouver les comportements à BG et HF.

Traisons d'abord en détail le cas $E < V_0$. Les solutions s'écrivent :

$$\psi(x) = \begin{cases} A \cos kx + B \sin kx & \text{si } x < 0 \\ C e^{-Kx} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

où on a d'emblée éliminé l'exponentielle divergente du côté $x > 0$. Les équations de continuité de ψ et ψ' donnent :

$$A = C, \quad kB = -KC$$

d'où :

$$\psi(x) = \begin{cases} A \left(\cos kx - \frac{K}{k} \sin kx \right) & \text{si } x < 0 \\ A e^{-Kx} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Pour des raisons qui doivent maintenant être claires, aucune autre condition n'est à prendre en compte et la valeur propre E n'est donc pas quantifiée. Dans la région $x < 0$, la fonction propre s'écrit aussi :

$$\psi(x) = \frac{A}{2} \left[\left(1 + i \frac{K}{k} \right) e^{ikx} + \left(1 - i \frac{K}{k} \right) e^{-ikx} \right] \equiv \tilde{A} (e^{ikx} + e^{-2i\delta} e^{-ikx})$$

Les coefficients des deux ondes $e^{\pm ikx}$ ont le même module : le poids de l'onde réfléchie est donc égal à celui de l'onde incidente (le coefficient de réflexion R est égal à 1, le courant $j(x)$ est nul dans la région $x > 0$ — où d'ailleurs la fonction propre est réelle), mais il existe un retard à la réflexion mesuré par le déphasage 2δ , retard que l'on peut comprendre en conséquence du fait que la particule peut pénétrer dans la marche avant de repartir en arrière, **ce qui est une conséquence de l'onde évanescence**. Le déphasage s'exprime aussi comme :

$$\tan \delta = \sqrt{\frac{k_0^2}{k^2} - 1}$$

Animation : <https://www.f-legrand.fr/scidoc/simul/ondes/marchePotentiel.html> Joli simulation qui permet de voir qu'on a une onde évanescence à basse énergie.

2.2 Barrière de potentiel

Modélisation On reprend le problème de la barrière de potentiel qui a été évoqué. On s'intéresse au cas d'une barrière de potentiel **1D** que l'on considère carrée afin de faciliter les calculs, tout en conservant la physique. **On montre un dessin**. On s'intéresse ici au comportement d'une particule arrivant sur cette barrière. Ce comportement est décrit par la fonction d'onde de la particule dont la dynamique est régie par l'équation de Schrödinger.

Position du problème On suppose ici que le potentiel ne dépend que de l'espace. On cherche donc des solutions stationnaires, donc on résout l'équation de Schrödinger. On note E est l'énergie de la particule considérée. On supposera dans la suite que $E < V_0$ car on s'intéresse au problème de l'effet tunnel. Par linéarité de l'équation de Schrödinger, toute fonction d'onde peut se construire à partir de ces états stationnaires. De plus, nous allons chercher des solutions sous la forme d'ondes planes qui peuvent représenter un flux continu de particules et qui permet, en formant des paquets d'ondes, de remonter à la fonction d'onde d'une particule quelconque. La forme du potentiel incite à définir trois zones, nous allons chercher la solution de l'équation de Schrödinger dans chacune d'entre elles.

Résolution voir fiche pour la présentation On écrit les formes des solutions auxquels on s'attend, en identifiant : onde incidente, réfléchie, transmise. On justifie qu'il n'y a pas d'onde qui vient en sens contraire.



Pour résoudre ce problème, il faut écrire les conditions de raccordement.

2.2.1 Conditions de passage

Conditions de continuité On a mis les conditions de continuité en prérequis mais on rappelle l'origine : continuité du courant de probabilité et on les commente quand même. La continuité de la dérivée vient en intégrant l'équation de Schrödinger autour d'un point et peut s'interpréter en terme de continuité de la densité de courant de probabilité j . La continuité de ψ vient de la régularité de sa dérivée, ne peut avoir que des discontinuités finies (la primitive est toujours plus régulière). Cela implique la continuité de la densité de probabilité.

Décompte des équations On trouve 4 équations pour 5 constantes qui paramétrisent la solution. On va donc exprimer chaque coefficient en fonction de A_I , qui sera le paramètre libre. On remarque que ces relations imposent une densité de probabilité de présence non nulle dans la zone III. Nous allons montrer qu'il existe une probabilité de transmission à travers la barrière.

2.2.2 Probabilité de transmission

Coefficient de transmission On définit T comme le rapport des densités de courant j , qui représente une probabilité de passage.

Calcul de T On ne fait pas le calcul, on donne juste la démarche et les étapes clefs. On donne l'expression de T

On trouve $T > 0$, c'est cela l'effet tunnel. (EN physique classique, $T=0$)

Notons qu'il n'y a pas de quantification de l'énergie car il n'y a pas de confinement.

Interprétation de l'effet tunnel avec l'inégalité temps-énergie La particule voit son énergie fluctuer et peut passer au-dessus de la barrière.

Barrière épaisse On fait le développement limité. [Le calcul est sur fiche](#). On obtient une exponentielle qui compare l'épaisseur de la barrière à la longueur de pénétration.

Ordres de grandeur Pour un électron. Pour un skieur. [C'est dans les notes](#).

Analyse de la formule

- On examine les dépendances. Cette probabilité tend vers 0 pour $V_0 \rightarrow \infty$ (barrière très haute) et pour $a \rightarrow \infty$ (barrière très épaisse).
- L'effet tunnel est marqué pour les particules peu massives car la longueur de pénétration augmente (les protons sont moins sujets à cet effet que les électrons). On constate une fois encore que les effets quantiques sont plus marqués pour les particules les moins massives.
- *Bonus : déphasage et dispersion* : L'onde réfléchie est déphasée par la barrière Le coefficient tunnel T dépend de k : un paquet d'onde sera déformé, de même que celui réfléchi.

Analyse graphique du coefficient tunnel

[On sort le script python de la banque de Montrouge](#). On compare avec le coefficient tunnel classique, on discute la qualité de l'approximation de barrière épaisse.

Lien avec la marche de potentiel On a vu que dans la marche de potentiel, la densité de probabilité est non nulle. On a pu "récupérer" l'onde évanescence.

Effet tunnel optique

<https://www.youtube.com/watch?v=3gGtm67daTc> Cette effet est en fait ondulatoire, il se retrouve en optique. *avec application à la microscopie de champ proche, STOM.*

3 Microscope à effet tunnel

3.1 Principe et dispositif

Contexte Les microscopies optiques sont limitées par la diffraction donc à l'échelle de la longueur d'onde **ODG**: 100 nm. On cherche à avoir une meilleure résolution. Inventé en 1984 chez IBM (PN 1986), le microscope à effet tunnel (MET) permet d'explorer les propriétés locales des métaux et semi-conducteurs à l'échelle atomique, et de les "visualiser". C'est un type de microscope à sonde locale, comme le microscope à force atomique. Sa résolution est : **ODG**: 0.05 Å en vertical, 1 Å en latéral. On peut résoudre l'échelle atomique. [On montre une image](#)

Bonus : échantillon isolant, microscopie à force atomique Si l'échantillon est isolant, on utilise une technique proche, la microscopie à force atomique (AFM pour Atomic Force Microscope).

Dispositif Une pointe métallique en tungstène, avec un seul atome au bout, reposant sur 3 atomes, s'approche de la surface métallique à imager **ODG**: la pointe fait qq angstrom et s'approche à moins de 50 Å. Lorsqu'on applique une différence de potentiel entre la pointe et la surface métallique, on observe l'apparition d'un courant. **ODG**: 1 nA.



Comment modéliser le problème, comment intervient l'effet tunnel ?

3.2 Modélisation de la barrière tunnel

Travail d'extraction Le passage d'un électron libre d'un métal à l'espace extérieur demande une certaine énergie appelée travail d'extraction du métal ~ 4 eV. Le gaz d'électrons libres à l'intérieur du métal est confiné dans un puits de potentiel. La profondeur de pénétration correspondante pour les électrons est de $\delta \sim 6 \cdot 10^{-10}$ m.

Profil de potentiel On applique une différence de potentiel U entre la pointe et le substrat. Profil de potentiel : barrière W_1 , décroissance linéaire de eU dans le vide sur une distance d , discontinuité de W_2 . [Un calcul explicite est dans le BUP](#) On observe un courant tunnel proportionnel à $\exp(-2d/\delta)$ i.e. $I = I_0(U, \dots) \exp(-2d/\delta)$. I_0 dépend de U , de la densité d'électrons dans le métal (plus basse dans un semi-conducteur). A cause de la différence de potentiel U , les électrons ne peuvent circuler que du substrat vers la pointe : un électron du substrat a une énergie plus basse que le niveau de Fermi du métal et l'effet tunnel conserve l'énergie donc par le principe de Pauli, un électron ne peut passer de la pointe au substrat.

Sensibilité

Le courant tunnel décroît exponentiellement avec la distance qui sépare la pointe de l'échantillon. Une variation d'un facteur 2 de la distance entre la pointe et la surface va donc provoquer une variation d'un facteur e^2 c'est-à-dire d'un facteur 7 environ !

On différencie la relation donnant l'intensité et on obtient : $\frac{dI}{I} = -\frac{2d(d)}{\delta}$. La variation relative de l'intensité correspondant à une variation de la distance de 10pm est : $\frac{\Delta I}{I} = \frac{2\Delta d}{\delta}$ soit 3%. Le courant varie de façon sensible lorsque d varie d'une dizaine de picomètres. Cette sensibilité est un atout du microscope à effet tunnel. Encore faut-il contrôler précisément d pour en profiter. Le STM est donc d'une grande sensibilité en courant, ce qui permet d'obtenir la résolution atomique. Il faut cependant rester prudent. Si la résolution est excellente, l'interprétation des images est toutefois plus compliquée que celle des autres microscopies dans lesquelles l'image est une image « topographique » de l'échantillon. Étant basée sur la mécanique quantique, il faut être conscient qu'on accède à la probabilité de présence des électrons et non à leur place « réelle ». Il faut donc faire attention aux abus de langage employés quotidiennement : on ne « voit » pas les atomes !

Contraintes expérimentales : pointe très fine, approche à moins de 1nm du substrat, contrôler les déplacements à moins de 0.01 nm près avec des quartz piézoélectriques (Pierre Curie, tension électrique implique déformation mécanique, effet réversible), éliminer les vibrations parasites (le plus challenging : ils ont essayé de la lévitation supraconductrice, amortissement par courant de Foucault). On peut jouer sur cinq degrés de liberté (I, U, x, y, z). Généralement, on applique $U \sim 1mV$ et $I \sim 1nA$. Limite : vibrations, fluctuations du courant ou de la chaîne d'amplification, non uniformité des potentiels.

Bonus : élimination des vibrations Le problème le plus délicat à résoudre est les vibrations. Pour éliminer les vibrations externes, ils ont d'abord utilisé des phénomènes de lévitation en utilisant des matériaux semi-conducteurs ; ensuite, ils ont préféré des couplages mécaniques (par barres de torsion), associés à des courants de Foucault comme amortisseurs ; enfin ils ont utilisé des simples tampons de caoutchouc. Pour éliminer les vibrations internes, la solution finale a été de réaliser une liaison très rigide entre la pointe et l'échantillon, dont les modes propres de vibration étaient bien au-dessus des modes de vibration externes.

Conclusion

On peut mentionner radioactivité alpha, applications du microscope effet tunnel.

Oral Blanc : Clément Gidel

Niveau : L2 prérequis : propagations d'ondes électromagnétique, équation de schrödinger, densité de courant de probabilité, inégalité d'eisenberg.

Plan :

I) Ondes dans les plasmas. A) Hypothèses. (1.20min) -définitions, exemple. -non relativiste, plasmas dilué, ions fixes, ondes transverse. B) Equation de propagation. (6min) -PFD sur un électron+loi d'Ohm locale, champ E transverse etc... -valeur de σ imaginaire pur, équation de propagation (9.22min) C) Equation de propagation. -relation de dispersion (10.50min) -pulsation plasma -disjonction de k pour la propagation ou non de l'onde -écriture du champ en réel pour une onde évanescente vecteur de Poynting pour montrer la non propagation de l'énergie D) Retour sur onde dans conducteur. -comparaison onde conducteur -absorption pas égale à onde évanescente -expérience bloc de paraffine II) Effet tunnel quantique. A) Marche de potentiel. -équation de Schrödinger 1D stationnaire -résolution dans les deux zones puis raccordement des solutions par continuité -comparaison des relations de dispersions (29.34) -ODG de la profondeur de pénétration en $\frac{1}{K}$ qui vaut approximativement $6nm$ -calcul de coefficient de réflexion et transmissions B) Barrière de potentiel. -décompte des équation -calcul des coefficient de réflexions et approximation de barrière épaisse -coefficient de transmission en $\exp\left\{\frac{-2a}{\delta}\right\}$ CCL : résumé et ouverture sur le MET

questions :

- vous avez parlé du MET, vous pouvez m'expliquer le principe ?
- Quel est l'intérêt de mettre une DDP dans le fonctionnement du MET ?
- On pourrait avoir un effet tunnel des électrons de la pointe vers le métal ? Il faut une origine différente, pouvez-vous faire un dessin du potentiel avec et sans DDP ? Comment résoudre le problème de l'effet tunnel de la pointe ? on augmente la marche dans un sens en translatant l'origine lorsqu'on met une DDP. Le substrat est complètement rempli au niveau de Fermi, donc l'électron ne trouvera pas de place pour transiter.
- Est-ce que vous pouvez résumer ce qu'il se passe dans un conducteur pour la propagation ? effet de peau.
- L'onde est propagative dans le conducteur, mais est-elle progressive ? A-t-elle une structure d'onde progressive ? Comment vous définissez une onde progressive ? def en $f(t \pm \frac{x}{v})$.
- Dans l'expérience, si on oublie le second prisme et qu'on se place en réflexion totale, il y a une notion de direction dans laquelle l'onde est évanescente, l'onde s'atténue dans un sens et se propage dans une autre : c'est une onde plane inhomogène, mais le flux du vecteur de Poynting est bien nul.
- Qu'est-ce qui définit une version non relativiste ? Ce n'est pas $v \ll c$ mais $\gamma \ll 1$ et donc $v \ll c$.
- ODG de la densité dans un plasma et dans un métal ?
- Pourquoi on prend $\text{div} E = 0$? plasmas localement neutre, à pulsation plasma l'électroneutralité n'est plus respectée.
- Est-ce évident que j et E sont liés de façon linéaire ?
- Vous avez démontré l'équation de dispersion dans un plasma, comment est-ce que vous définissez la profondeur de pénétration du champ ? Il faut prendre la valeur absolue de la partie imaginaire du vecteur d'onde.
- Est-ce qu'on est obligé de passer en réel pour calculer un vecteur de Poynting moyen ? Est-ce que la formule fonctionne sur toutes les ondes ? Seulement sur une onde sinusoïdale.
- C'est quoi la différence entre un paquet d'onde et une OPPM ?
- Est-ce que la relation $kX \frac{B}{\omega}$? Avec un cas complexe.
- Dans un plasma est-ce que l'expérimentateur peut contrôler la pulsation plasma ? Non pas toujours, cela évolue en fonction de la distance, du temps.
- Sur la manipulation, quel est le domaine de fréquence ? Domaine d'onde centimétrique.
- Dans quelles mesures on peut faire l'approximation de "dioptrique quantique", sur une discontinuité constante par morceaux ? Il faut $d \ll \lambda_D B$
- Un exemple physique de marche de potentiel ? Le MET, c'est important de l'introduire sur un exemple physique.
- Que vaudrait δ dans la limite classique ? il vaudrait 0, cf le principe de correspondance.
- Pourquoi dans les prérequis vous avez mis le principe de Heisenberg ? Pour illustrer les fluctuations thermiques
- Quel message vous auriez fait passer avec Heisenberg ? Est-ce que Heisenberg remet en question l'approche de Schrödinger ?

- Qui a montré l'équivalence entre Schrödinger et Heisenberg ? Dirac.
- Concrètement comment vous avez calculé $R = \frac{j_R}{j_t}$? Est-ce qu'on aurait pu utiliser $\frac{\hbar \vec{k} \Psi^* \Psi}{m}$? Non attention.
- Pourquoi Ψ' est continu ? Il faut que le potentiel soit discontinue mais pas de façon infinie, ou dire que Schrödinger présente une dérivée seconde.

remarques :

- attention a ne pas donner une définition trop réductrice des ondes évanescente dès le début.
- Pour le PFD sur un électron, vous recherchez la vitesse d'une onde, il faudrait écrire des dérivées partielle.
- Penser à dire le domaine des ondes utilisé pour l'expérience et dire pourquoi on peut voir l'expérience à taille humaine.
- Il aurait fallu mieux exploiter l'expérience, on aurait pu faire un suivie acoustique plutôt que électrique.
- La manipulation peut avoir un rôle centrale.
- On peut prendre l'exemple de l'optique plutôt que le plasma, l'application directe sont les capteurs d'empreinte digitale (cf Centrale MP 201).
- Peut d'erreur scientifiquement, mais pas assez centrée sur la notion d'onde évanescente.
- Il faudrait alors mettre les plasmas et les barrière de potentiels en prérequis, pour traiter les ondes évanescente, et faire plus d'applications. C'est une notion de synthèse, qui fait appel à plusieurs domaines, donc il faut faire plus de prérequis (style relation de dispersion, équation d'onde, barrière de potentiel).
- Revenir sur la réflexion totale en optique géométrique puis traiter le cas avec les ondes EM permet de bien faire la transition et exploiter la manipulation à fond.

Proposition de nouveau plan : Mettre la manip au centre de la leçon : on peut faire l'optique géométrique pour le capteur d'empreintes digitales, en suivant centrale 2019. En suite on montre la nécessité de faire de l'optique ondulatoire, on montre l'onde evanescente qui en résulte et l'expérience associée. En partie 2 on peut faire la MQ et continuer avec l'analogie avec la barrière de potentiel.

Il faut voir comment on présente en gros les choses mais avec le diapo de B.Portelli , ça carry de ouf !