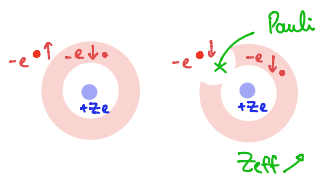


	réponse linéaire		réponse non-linéaire
	diamagnétisme	paramagnétisme	ferromagnétisme
exemples	$\chi_m < 0$ gaz rare, N_2	$\chi_m > 0$ alcalins, O_2	$\chi_m(\vec{H}, T, \text{histoire} \dots)$ Fe, Ni, Co
comportement macroscopique	attire par les champs faibles	attire par les champs forts	moment magnétique permanent
interprétation microscopique (admis pour le moment)	molécules sans moment magnétique	énergie d'interaction magnétique $\ll$ énergie d'agitation thermique	énergie d'agitation thermique $\ll$ énergie d'interaction magnétique



Milieux magnétiques

Cas (i) réponse linéaire $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$. milieu LHI $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

$\chi_m < 0$ milieu diamagnétique
dépend peu de T

$\chi_m \sim -10^{-5}$ phase condensée
 $\chi_m \sim -10^{-9}$ phase gaz

$\chi_m > 0$ milieu paramagnétique
 $\chi_m = \frac{C}{T}$ loi de Curie
plus intense que le diamagnétisme

pour les matériaux linéaires : perméabilité $\mu = \mu_0 \mu_r$
perméabilité relative $\mu_r = 1 + \chi_m$

Cas (ii) réponse non linéaire $\vec{B} = \mu(\vec{B}) \vec{H}$
mal définie à cause de l'hystérésis.

$\mu_r \gg 1$ dépend fortement de T
milieu paramagnétique $\propto T > T_c$.

Force subie dans un gradient de champ

$$\vec{F} = \iiint_V (\vec{M} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} dV \text{ or } \vec{M} = \chi_m \vec{H} = \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \frac{\vec{B}}{\mu_0} \approx \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad \text{en } |\chi_m| < 10^{-3} \text{ paramagnétique}$$

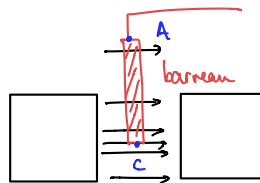
diamagnétique

$$\vec{F} \approx \iiint_V \chi_m \frac{\nabla |\vec{B}_{ext}|^2}{2\mu_0} dV$$

- * paramagnétique : $\chi_m > 0$ attire vers les zones de champ fort
- * diamagnétique : $\chi_m < 0$ repousse vers les zones de champ faible

Mesure de susceptibilité

(1) balance de Gouy

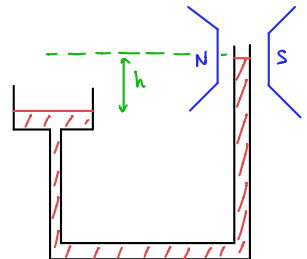


électroaimant $\vec{B} = B(z) \vec{e}_x$

$$\vec{F} = \iiint_V \chi_m \vec{\nabla} \frac{B^2}{2\mu_0} dV = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \cdot S \cdot \int_c^A \frac{d(B^2)}{dz} dz \vec{e}_x = \frac{\chi_m \cdot S}{2\mu_0} (B^2(A) - B^2(c))$$

avec $B(A) \ll B(c)$,

$$\vec{F} \approx -\chi_m S \frac{B(c)^2}{2\mu_0} \vec{e}_z \quad \text{indép. de la longueur du barreau}$$



(2) Ascension d'un fluide paramagnétique (FeCl_3 en TP)

la force volumique s'exerçant sur le fluide dérive d'un gradient $\vec{f}_{vol} \approx \chi_m \frac{1}{2\mu_0} \vec{\nabla} |\vec{B}_{ext}|^2$

↳ on reprend la relation de Bernoulli

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz - \frac{\chi_m}{2\mu_0} \frac{B_{ext}^2}{\rho} = \text{cte}$$

aux deux interfaces, en négligeant la capillarité,

$$p_1 = p_2 = p_{atm} , \quad v_1 = v_2 = 0 , \quad B_{ext1} = 0 \quad B_{ext2} = B \quad \rightarrow$$

$$e g h = \frac{\chi_m}{2\mu_0} B^2 \quad \text{calibration avec une sonde à effet Hall}$$

Approximation de champ moyen

Motivation : on sait déjà qu'à $T \rightarrow 0$ les spins sont ordonnés et $T \rightarrow \infty$ $\langle M \rangle = 0$
 on veut calculer $M(T)$ mais il y a peu de modèles solvables (Ising 1D, 2D)
 → on fait des approximations

Champ moléculaire ou champ de Weiss : deux étapes

- (i) examiner un site et le résoudre exactement en approxinant toute grandeur hors du site par sa valeur moyenne sur les répliques du système
 $\sigma_i = f(\langle \sigma \rangle, T, \dots)$
- (ii) imposer l'autocohérence : chaque site a la valeur moyenne d'ensemble
 $\langle \sigma \rangle = f(\langle \sigma \rangle, T, \dots)$

Application : Modèle d'Ising spin $\frac{1}{2}$

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j + g \mu_B B \sum_j \sigma_j$$

$\sum_j \rightarrow \sum_{j \text{ voisins}}$
 $\vec{B} = B \vec{e}_j$
 axe de quantification $j \rightarrow \sigma \equiv \sigma_j = \pm \frac{1}{2}$

- (i) on se concentre sur le site i : $\mathcal{H}_i = \left(g \mu_B B - \frac{1}{2} J \sum_{j \text{ voisin de } i} \sigma_j \right) \sigma_i$ NB : $\mathcal{H} \neq \sum_i \mathcal{H}_i$ car on n'a pas mis $\frac{J}{2}$

pour $j \neq i$, on remplace σ_j par $\langle \sigma_j \rangle \rightarrow \mathcal{H}_i = \left(g \mu_B B - \frac{1}{2} J \sum_{j \text{ voisin de } i} \langle \sigma_j \rangle \right) \sigma_i = g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle \sigma_i$

on résout le site i : $Z_i = e^{\frac{\beta g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle}{2}} + e^{-\frac{\beta g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle}{2}} = 2 \cosh \left(\frac{\beta g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle}{2} \right)$

même calcul que le paramagnétisme

$$F_i = kT \ln Z_i = kT \left\{ \ln \cosh \left(\frac{g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle}{2 kT} \right) + \ln 2 \right\}$$

$$\langle \sigma_i \rangle = -\frac{1}{g \mu_B} \frac{\partial F_i}{\partial \langle B_{eff,i} \rangle} = -\frac{1}{g \mu_B} \cdot kT \cdot \frac{g \mu_B}{2 kT} \cdot \text{th} \left(\frac{g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle}{2 kT} \right)$$

$$\langle \sigma_i \rangle = -\frac{1}{2} \text{th} \left(\frac{g \mu_B \langle B_{eff,i} \rangle}{2 kT} \right)$$

- (ii) On impose l'autocohérence : pour tout i , $\langle \sigma_i \rangle = \langle \sigma \rangle$

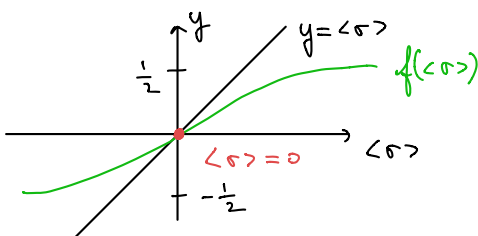
donc $\langle \sigma \rangle = -\frac{1}{2} \text{th} \left(\frac{1}{2 kT} \left(g \mu_B B - \frac{1}{2} J z \langle \sigma \rangle \right) \right)$ équation d'autocohérence

Résolution graphique : $a \quad B=0$

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{2} \text{th} \left(\frac{J z}{2 kT} \langle \sigma \rangle \right)$$

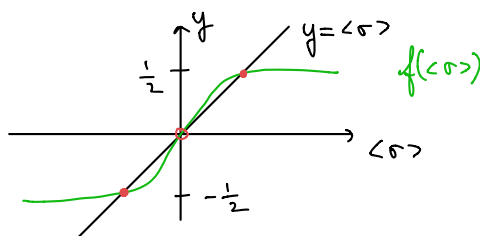
sur le plot, $\langle m \rangle = 2 \langle \sigma \rangle \mu_B$ ↖ spin

$T > T_c$



$$\langle \sigma \rangle = 0$$

$T < T_c$



$$\langle \sigma \rangle = \pm \sigma^* \neq 0$$

$$\langle \sigma \rangle = 0$$

stable
instable

→ examiner $\frac{\partial^2 F}{\partial \langle \sigma \rangle^2}$

$T = T_c$

$y = \langle \sigma \rangle$ et $y = f(\langle \sigma \rangle)$ sont tangentes en 0

$$1 = \frac{J z}{4 kT_c} \rightarrow k_B T_c = \frac{J z}{4}$$

température de Curie

Susceptibilité paramagnétique

En champ faible, l'équation d'auto-cohérence donne à l'ordre 1: $\langle \sigma \rangle = \frac{1}{4kT} (Jz \langle \sigma \rangle - g\mu_B B)$

Donc $\langle \sigma \rangle = \frac{-g\mu_B B}{4kT - Jz} = \frac{-g\mu_B B}{4k_B(T - T_c)}$ $M = \frac{N}{V} (-g\mu_B \langle \sigma \rangle) = \frac{N}{V} \frac{(g\mu_B)^2 B}{4k_B(T - T_c)}$

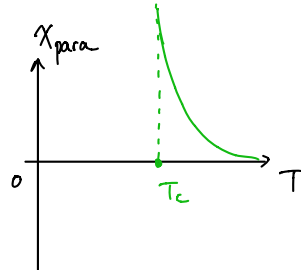
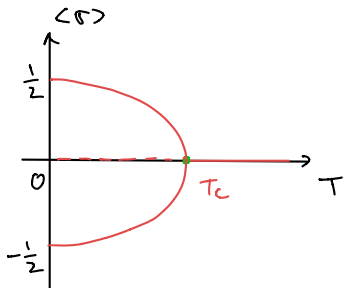
avec $B = \mu_0 H$

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{N}{V} \frac{\mu_0 (g\mu_B)^2}{4k_B(T - T_c)} = \frac{\chi_{\text{Curie}}(T)}{1 - T_c/T}$$

spin libre

loi de Curie-Weiss

$$\chi \propto \frac{1}{\frac{T}{T_c} - 1}$$



la susceptibilité diverge à $T \rightarrow T_c$
C'est physique.

Antiferromagnétisme

on fait $J \rightarrow -J$

$$\chi = \frac{\chi_{\text{Curie}}(T)}{1 + \frac{T_c}{T}}$$

Même χ permet de déterminer l'antiferromagnétisme

champ moyen à la lin

$$H = -g\mu_B B \sum_i \sigma_i - J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j$$

$$\sigma_i = \langle \sigma \rangle - (\langle \sigma \rangle - \sigma_i)$$

$$\sigma_i \sigma_j = \langle \sigma \rangle^2 - \langle \sigma \rangle (\langle \sigma \rangle - \sigma_i + \langle \sigma \rangle - \sigma_j)$$

$$- (\langle \sigma \rangle - \sigma_i)(\langle \sigma \rangle - \sigma_j) \quad \text{fluctuation}$$

$$\simeq -\langle \sigma \rangle^2 + \langle \sigma \rangle (\sigma_i + \sigma_j)$$

$$B_{\text{eff}} =$$

$$H = -g\mu_B B \sum_i \sigma_i + \frac{NzJ}{2} \langle \sigma \rangle^2 - J \langle \sigma \rangle \sum_{\langle ij \rangle} (\sigma_i + \sigma_j)$$

$\langle \sigma_i \sigma_j \rangle \leftarrow$ si les paires

$- J \langle \sigma \rangle \cdot z \cdot \sum_i \sigma_i \leftarrow$ pas de facteur 2!

$$H = -g\mu_B \underbrace{\left(B + \frac{Jz}{g\mu_B} \langle \sigma \rangle \right)}_{B_{\text{eff}}} \sum_i \sigma_i + \frac{NzJ}{2} \langle \sigma \rangle^2$$

$$H = \sum_i \left(-g\mu_B B_{\text{eff}} \sigma_i + \frac{zJ}{2} \langle \sigma \rangle^2 \right)$$

$H_i \leftarrow \text{sys à 2 niveaux}$

$$E_{\pm} = \pm g\mu_B B_{\text{eff}} \frac{1}{2} + \frac{zJ}{2} \langle \sigma \rangle^2$$

$$z_i = \underbrace{\left[\exp \left\{ -\frac{zJ}{2kT} \langle \sigma \rangle^2 \right\} \right]}_{\text{offset}} \times \underbrace{2 \cdot \text{ch} \left(\frac{g\mu_B}{2kT} B_{\text{eff}} \right)}_{\text{comme le qne}}^2$$

$$z_{\text{cm}} = z_i^m$$

$$F_{\text{cm}} = -kT \ln z_{\text{cm}} = \frac{NzJ}{2} \langle \sigma \rangle^2 - NkT \ln \left(2 \text{ch} \left(\frac{g\mu_B}{2kT} B_{\text{eff}} \right) \right)$$

$$\frac{\partial F_{\text{cm}}}{\partial \langle \sigma \rangle} = 0 \Leftrightarrow \text{autocohérence}$$

$$B=0 \rightarrow F_{\text{cm}} = Nk_B \left(2T_c \langle \sigma \rangle^2 - T \ln \left(2 \text{ch} \left(\frac{2T_c}{T} \langle \sigma \rangle \right) \right) \right)$$

$$F_{\text{cm}} = Nk_B \left(\frac{T_c \langle m \rangle^2}{2} - T \ln \left(2 \text{ch} \left(\frac{T_c}{T} \langle m \rangle \right) \right) \right)$$