

LP 34 – Application des lois de l’optique à l’étude d’un instrument d’optique au choix

Jean-Baptiste Caussin et Etienne Thibierge

Jeudi 15 décembre 2011

Notre choix (original et audacieux) : la lunette astronomique de Kepler.

Bibliographie

- * *Optique : une approche expérimentale et pratique*, Sylvain Houard, éd. de Boeck (dispo en BU du haut, mais pas dans celle d’agreg) : tout nouveau, très complet et très détaillé
- * *Instruments d’optique*, Luc Dettwiller
- * Duffait pour la partie manips

Rapports du jury

- * On attend d’un candidat à l’agrégation qu’il maîtrise les notions d’objet ou d’image réelle ou virtuelle avant qu’il ne traite des instruments d’optique et de leurs limites. On peut illustrer au cours de cette leçon les conséquences de la diffraction sur la formation des images. (2009 et 2010)
- * Il ne s’agit pas d’une présentation purement descriptive et qualitative d’un instrument d’optique. Elle doit être l’occasion d’appliquer avec soin les lois de l’optique géométrique et physique à l’instrument choisi. (2004)
- * Les notions de diaphragme d’ouverture et de champ, de cercle oculaire, de clarté, de champ, de pouvoir séparateur etc, supposent une connaissance minimale de l’optique qui ne peut manifestement pas être acquise au cours des quatre heures de préparation. Pour la plupart des instruments visuels, il est utile de comparer le diamètre du cercle oculaire à celui de la pupille de l’oeil et d’introduire les notions de grossissements équipupillaire, résolvant et optimal. Dans le cas de l’appareil photographique, il est important d’expliquer pourquoi l’éclairement de l’image et non le flux est indépendant de la distance à un objet donné, tant que celle-ci est grande devant la focale. Il est formateur d’expliquer en quoi un téléobjectif n’est pas seulement un objectif de longue focale. L’utilisation de petites caméras CCD est possible pour rendre plus visible aux élèves les différentes étapes d’une mise au point. (1998)
- * Depuis son changement d’intitulé, cette leçon est bien mieux traitée; cependant le jury attend qu’elle ne soit pas seulement un catalogue des propriétés de l’instrument d’optique choisi, mais soit réellement présentée comme l’application des lois de l’optique. Elle apparaît encore insuffisamment déductive. (1997)

Prérequis

- * Rayons lumineux
- * Lentilles
- * Diffraction

Table des matières

1	Structure d’une lunette astronomique	2
1.1	Marche des rayons	2
1.2	Grossissement	3
2	Un collecteur de lumière	3
2.1	Cercle oculaire	3
2.2	Grossissement équipupillaire	4
2.3	Clarté	4

3	Champ	5
3.1	Diaphragme de champ et vignettage	5
3.2	Champ image et champ objet	5
4	Résolution	5
4.1	Diffraction	5
4.2	Limitations dues à l'œil	6
4.3	Autres limitations	7

Introduction

- * L'instrument d'optique par excellence est l'œil. Néanmoins son pouvoir de résolution ($1'$ d'angle) est bien adapté pour l'étude d'objets à taille humaine, mais ne permet pas une observation fine d'objets astrophysiques. C'est à cette fin qu'a été inventée la LA au début du XVII^{ème} siècle¹, et les observations réalisées avec ont contribué à trancher sur l'épineuse question qui se posait au Moyen-Âge : la Terre est-elle au centre de l'Univers ?
- * Nous allons étudier la LA de Kepler et présenter ses qualités optiques :
 - Grossissement
 - Champ (zone de l'espace visible)
 - Clarté (quantité de lumière reçue en sortie)
 - Résolution (capacité à percevoir des détails)

1 Structure d'une lunette astronomique

1.1 Marche des rayons

- * Une LA est composée d'un **objectif** et d'un **oculaire**, que l'on modélisera chacun par une lentille convergente. On utilise un objectif de grande focale pour avoir une grande image intermédiaire, que l'oculaire va regarder à la façon d'une loupe.
- * On veut regarder un objet astro à l'infini, et l'observer à l'œil, donc former son image à l'infini pour plus de confort. Ainsi la première lentille, l'objectif, formera l'image (intermédiaire) de l'astre dans son plan focal image, et pour que la seconde lentille, l'oculaire, en forme l'image à l'infini, il faut que son plan focal objet soit confondu avec le plan focal image de l'objectif.
- * On dit que la LA est un instrument **afocal** : ses deux foyers sont à l'infini.
- * Schéma à faire au fur et à mesure au tableau :

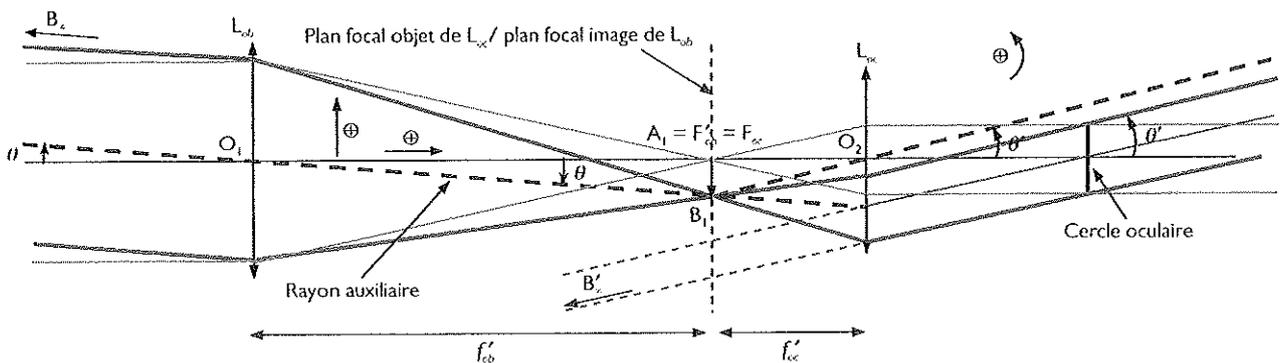


Fig. 1 – Schéma d'une lunette astronomique de grossissement $G = -3$ (Houard p. 169)

- * ODG :
 - Lunette du commerce : $f'_{obj} = 60 \text{ cm à } 1 \text{ m}$, $f'_{oc} = 5 \text{ mm à } 20 \text{ mm}$.
 - Lunette d'observatoire astronomique : $f'_{obj} = 19,3 \text{ m au max (à Yerkes, aux USA)}$, $f'_{oc} \sim 10 \text{ mm}$.

1. Historique détaillé dans le Houard pour les amateurs.

1.2 Grossissement

- * Manip : la LA grossit et renverse l'image (attention, elle paraît dans le bon sens : comparer avec et sans LA).
- * Objet et image sont à l'infini : le grossissement n'a pas de sens ici. La grandeur pertinente est le **grossissement** que l'on définit par (cf. schéma pour les conventions d'orientation) :

$$\boxed{G = \frac{\theta'}{\theta}} \quad (1)$$

- * Avec les notations du schéma (attention aux signes) : $\theta \simeq \tan \theta = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_{obj}}$ et $\theta' \simeq \tan \theta' = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_{oc}}$ d'où :

$$\boxed{G = -\frac{f'_{obj}}{f'_{oc}} < 0} \quad (2)$$

- * Mesure du grossissement sur la manip (on mesure la taille de l'image avec et sans LA).
- * ODG : lunette du commerce $G \sim 100$, lunette de Yerkes $G \sim 2000$.

2 Un collecteur de lumière

2.1 Cercle oculaire

- * Qu'est-ce qui contrôle la quantité de lumière (= luminosité) qui sort de la LA? → les lentilles ont des montures, qui vont donc diaphragmer le faisceau.
- * Manip : diaphragme devant l'objectif, on ferme, la luminosité de l'image diminue.
- * On définit le **diaphragme d'ouverture** comme étant le diaphragme qui limite la luminosité de l'image. Dans notre cas, il s'agit de l'objectif. On a donc un premier intérêt à avoir un objectif de grand diamètre.
- * On définit ensuite la **pupille d'entrée** comme l'image du DO par le système optique situé avant lui. Dans notre cas c'est simple, DO et pupille d'entrée sont confondus.
- * Manip : il existe un endroit après l'oculaire où le faisceau est le plus étroit. C'est le **cercle oculaire**, ou **pupille de sortie**. C'est l'image du DO par le système optique situé après lui, ce dont on peut se rendre compte sur un schéma. Ici, il s'agit de l'image de l'objectif par l'oculaire. Pour bénéficier au maximum de la lumière fournie par la LA, c'est ici qu'il faudra mettre son œil.
- * Calcul de la position du cercle oculaire : immédiat avec les formules de conjugaison $\overline{O_2 C} = f'_{oc}(1 - 1/G)$. Pour les lunettes réelles, fort grossissement, donc le cercle oculaire est pratiquement confondu avec le foyer image de l'oculaire.
- * Diamètre du cercle oculaire : soit R le rayon de l'objectif et R' le rayon du cercle oculaire. On a par lecture du schéma :

$$\tan \alpha = \frac{R}{f'_{obj}} = \frac{R'}{f'_{oc}} \Rightarrow d = 2R' = 2R \frac{f'_{oc}}{f'_{obj}}$$

$$\boxed{d = \frac{D}{|G|}} \quad (3)$$

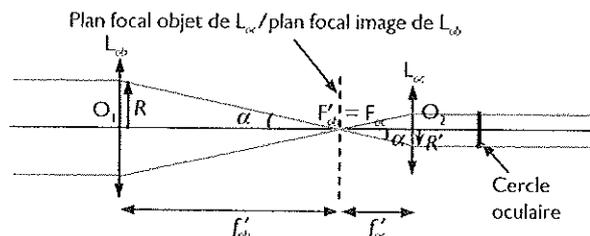


Fig. 2 – Schéma pour le calcul du diamètre du cercle oculaire (Houard p. 171)

2.2 Grossissement équipupillaire

- * Problématique simple : on veut profiter de toute la lumière qui entre dans la LA. Par conséquent, il faut que l'œil soit plus grand que le cercle oculaire, sinon on perd de la lumière (montrer sur un schéma).
- * Pour réinvestir ce qu'on a dit précédemment, si l'œil devient plus petit que le cercle oculaire, c'est lui qui devient diaphragme d'ouverture, et qui restreint donc la luminosité de l'instrument (en fait ici c'est une luminosité effective, ou dit autrement « l'instrument » est la lunette + l'œil).
- * On veut $d \leq d_{oeil}$, soit $D/|G| \leq d_{oeil}$ d'où

$$|G| \geq \frac{D}{d_{oeil}} \equiv G_e \quad (4)$$

G_e (positif par convention) est appelé **grossissement équipupillaire** de la lunette. C'est le grossissement limite pour lequel le diamètre du cercle oculaire et le diamètre de l'œil sont égaux, c'est à dire le grossissement minimal que la lunette doit avoir pour que l'observateur bénéficie de toute sa luminosité. On rq que G_e augmente avec le diamètre de l'objectif.

- * ODG : les observations usuelles à la LA se font de nuit. La pupille de l'œil est alors dilatée, et on peut considérer $d_{oeil} \sim 5$ mm. On en déduit que le grossissement équipupillaire d'une lunette commerciale est de l'ordre de 12, et celui de la lunette de Yerkes de l'ordre de 200. Dans les deux cas, on a $|G| \gg G_e$.

2.3 Clarté

- * La **clarté** cherche à caractériser le bénéfice visuel résultant de l'utilisation de l'instrument du point de vue de la luminosité (Dettwiller).
- * On la définit comme le rapport du flux lumineux ϕ' reçu par une cellule du détecteur au centre de laquelle se trouve l'image d'un point de l'objet en présence de l'instrument, et du flux ϕ reçu par la même cellule au centre de laquelle on a l'image du même point de l'objet sans l'instrument.

$$C = \frac{\phi'}{\phi} \quad (5)$$

- * On remarque donc que la clarté dépend à la fois du détecteur, de l'objet, et de l'instrument. C'est donc compliqué! En particulier, il est nécessaire de distinguer le cas où l'objet est résolu par la LA (auquel cas son image se forme sur plusieurs cellules) du cas où il ne l'est pas, et alors son image ne se forme que sur quelques cellules, à la limite une seule.
- * *Cas d'un objet non résolu* : la lunette reçoit quasiment une onde plane, d'éclairement uniforme. Le rapport des flux est alors égal au rapport des surfaces des pupilles d'entrée². Dans les conditions normales d'utilisation de la lunette, $|G| \geq G_e$, et c'est donc l'objectif qui joue le rôle de diaphragme d'ouverture et qui est confondu avec la pupille d'entrée, et on a alors :

$$C = \frac{D^2}{d_{oeil}^2} = G_e^2 > 1 \quad (6)$$

- * *Cas d'un objet résolu* : l'image est alors étendue sur plusieurs cellules, et le raisonnement plus compliqué. On admettra que l'on peut montrer que, pour $|G| \geq G_e$ la clarté vaut :

$$C = \frac{G_e^2}{G^2} < 1 \quad (7)$$

- * Conclusion : une étoile lointaine, ponctuelle, sera plus lumineuse au travers de la lunette. Par opposition un objet étendu, par exemple le ciel ou la Lune, sera moins lumineux au travers de la LA. Ceci permet d'expliquer qu'une LA permette l'observation d'étoiles en plein jour ou à proximité de la Lune, invisibles à l'œil nu.

². Il faudrait aussi ajouter ici le taux de transmission de l'instrument et de l'œil. Nous avons choisi de ne pas entrer dans ce détail.

3 Champ

3.1 Diaphragme de champ et vignettage

- * Explication qualitative du problème sur un schéma : si on considère des rayons de plus en plus inclinés, il viendra un moment où ils ne passeront plus dans l'oculaire.
- * Dessins plus précis (cf. transparent) : on voit que pour des inclinaisons extrêmes, tous les rayons n'atteignent plus l'image. La luminosité va donc décroître vers l'extérieur de l'image : c'est le phénomène de **vignettage**. On définit alors le **champ de pleine lumière** et le **champ de contour**.
- * On dit que l'oculaire joue le rôle de **diaphragme de champ** de la LA : c'est lui qui limite l'incidence des rayons appartenant au champ de pleine lumière.
- * Montrer sur la manip.
- * Le vignettage est un problème car il altère la beauté de l'image en donnant une impression de flou. Deux solutions :
 - On place un diaphragme au niveau d'une image intermédiaire qui va endosser le rôle de diaphragme de champ. Comme on le met au niveau d'une image intermédiaire, le résultat sera net.
 - On peut aussi mettre un **verre de champ**, qui est une lentille convergente, au même endroit. Comme on le met au niveau d'une image intermédiaire, il ne modifiera pas le grossissement. Mais il va faire reconverger les rayons, augmentant de fait le champ de pleine lumière. En plus, sa monture servira de diaphragme de champ et coupera le champ de contour. Et en bonus il augmentera le champ de la LA, que l'on va définir maintenant.

3.2 Champ image et champ objet

- * Considérons un rayon issu du bord supérieur de l'objectif et passant par le bord inférieur de l'oculaire. Il émerge de la LA en faisant un angle limite θ'_{lim} . L'observateur, dont l'œil est placé au niveau du cercle oculaire, possède alors un **champ de vision image** égal à $2\theta'_{lim}$.
- * Un calcul dans la limite $|G| \gg 1$ montre que $\theta'_{lim} \simeq r/f'_{oc}$, où r est le rayon du diaphragme de champ. Pour limiter la distorsion, r doit rester petit devant f'_{oc} (facteur 6 au moins). On en déduit que le champ image de la LA est alors de l'ordre de 20° .
- * On en déduit immédiatement le champ objet par application du grossissement : $2\theta_{lim} = 2\theta'_{lim}/|G|$.
- * ODG :
 - Pour $G = -100$, on a $2\theta_{lim} \sim 0,2^\circ$: c'est très petit ! Ainsi pour chercher une planète ou une étoile on utilise souvent un chercheur³, petite lunette auxiliaire de faible grossissement fixée sur le tube de la LA.
 - Grossissement limite pour que la Lune ($0,5^\circ$ de diamètre apparent) apparaisse en entier dans la LA : 40. Avec toutes les LA, on voit donc la Lune par morceaux seulement (ce qui est plutôt souhaitable !)
- * Rq : ici pour simplifier on n'a pas pris en compte le verre de champ, qui va augmenter le champ objet d'un facteur environ 2.

4 Résolution

4.1 Diffraction

- * La formule du grossissement $G = -f'_{obj}/f'_{oc}$ peut faire croire qu'il suffit de jouer sur les focales pour voir les détails de mieux en mieux. Hélas non ! C'était oublier la **diffraction** qui est une limite fondamentale, liée à la nature intrinsèque de la lumière.
- * En fait, le diaphragme d'ouverture (en l'occurrence l'objectif) crée une tâche d'Airy d'ouverture angulaire $1,22\lambda/D$ (en rad).
- * Question naturelle : quel est l'écart angulaire minimal entre deux étoiles pour pouvoir les résoudre séparément à l'aide de la LA ? On peut formuler la réponse à l'aide du **critère de Rayleigh** : deux objets ponctuels de même luminosité sont tout juste résolus si le max de la tâche de diffraction de l'un correspond au premier min de celle de l'autre (cf. figure 3), i.e.

$$\Delta\theta \geq \Delta\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (8)$$

Se méfier si les objets sont de luminosité différente !

- * On voit apparaître ici l'intérêt d'un objectif de grand diamètre !

3. Je conseille l'astrophysicien.

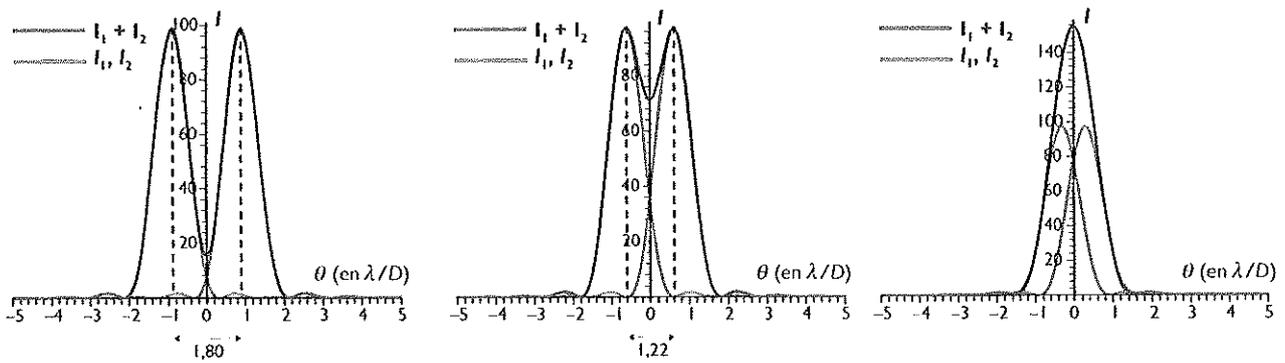


Fig. 3 – Illustration du critère de Rayleigh : étoiles résolues, tout juste résolues, et non résolues. (Houard p. 173)

- * Manip : on remplace l'objet lumineux par deux fentes, et on place une fente réglable devant l'objectif. On regarde avec Caliens dans l'œil, et on observe que lorsqu'on ferme la fente objectif il vient un moment où on ne résout plus les deux fentes.
- * ODG à 500 nm :
 - LA commerciale : $D \sim 6$ cm, d'où $\Delta\theta_R \sim 2''$
 - LA de Yerkes : $D = 1$ m, d'où $\Delta\theta_R \sim 0,1''$
- * Autre ODG : distance min qu'on peut résoudre sur la Lune (diamètre $d_{Lune} \sim 3500$ km, diamètre apparent $\alpha_{Lune} \sim 32'$) :

$$d_{min} = \frac{d_{Lune}}{\alpha_{Lune}} \Delta\theta_R = 3,6 \text{ km (lunette amateur) ou } 0,2 \text{ km (lunette de Yerkes)} \quad (9)$$

Rq : ici tout est idéal ! En pratique on sera beaucoup plus limité, notamment par la turbulence atmosphérique.

4.2 Limitations dues à l'œil

- * N'oublions pas que la LA a pour but de former une image visible à l'œil ! On rappelle que celui-ci est caractérisé par sa résolution $\Delta\theta_{œil} \sim 1'$.
- * Pour que l'on puisse bénéficier de tous les détails fournis par la LA, il faut que ce soit la diffraction qui soit le facteur limitant, sans quoi on a bossé pour rien ! Ainsi on doit avoir $\Delta\theta'_R = |G| \Delta\theta_R \geq \Delta\theta_{œil}$, d'où :

$$|G| \geq \frac{\Delta\theta_{œil}}{\Delta\theta_R} \equiv G_R \quad (10)$$

G_R (positif par convention) est appelé **grossissement résolvant**. C'est le grossissement limite où la diffraction et la résolution de l'œil limitent de la même façon la perception de l'image.

- * ODG : pour une LA commerciale, $G_R \sim 30$, et pour la lunette de Yerkes, $G_R \sim 600$.
- * Remarques :
 - Comme pour le grossissement équipupillaire, $|G| \gg G_R$.
 - La condition de grossissement résolvant est plus contraignante que celle de grossissement équipupillaire.
 - Même dépendance en D que le grossissement équipupillaire.
- * On introduit alors la notion de **grossissement optimal** : il doit être tel qu'on soit un peu au dessus de la limite de la diffraction, mais pas trop pour avoir des images jolies. Il est communément pris comme condition :

$$2G_R \leq G_{opt} \leq 5G_R \quad (11)$$

- * ODG :
 - Lunette amateur : $|G| = 100$, $5G_R = 150$
 - Lunette de Yerkes : $|G| = 2000$, $5G_R = 3000$

Conclusion : on constate avec grande surprise que les LA en question ont été bien pensées !

4.3 Autres limitations

- * Aberrations chromatiques : le verre est dispersif, les focales dépendent de λ . Un pas vers la solution est d'utiliser des achromats, mais ça ne résout pas tout (schématiquement, ça décale le pb à l'ordre suivant).
- * Aberrations géométriques : lorsque le diamètre de l'objectif devient de l'ordre de sa focale, on sort des conditions de Gauss. De plus les lentilles composant les objectifs et oculaires utilisés ne sont pas rigoureusement stigmatiques. La solution tient à de l'ingénierie perfectionnée des lentilles.
- * Turbulence atmosphérique, responsable de fluctuations d'indice optique qui entraîne un scintillement des étoiles, et qui limitent considérablement la résolution à 1' d'angle (la vraie limite est ici). Solution : usage de télescopes et d'optique adaptative (cf. Houard p. 185, en gros ce sont des miroirs déformés et asservis).

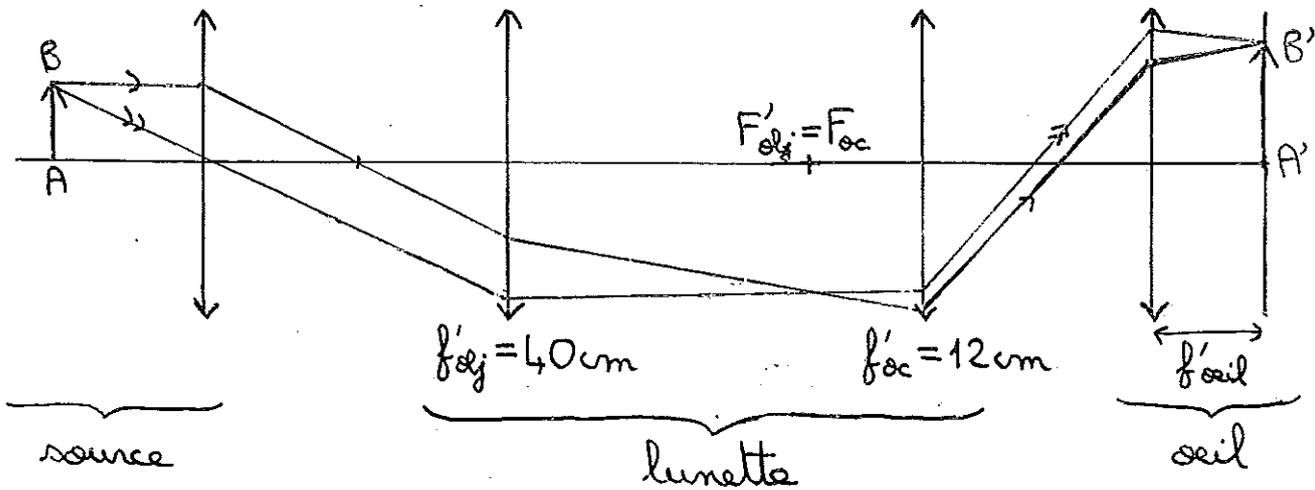
Conclusion

- * Instrument d'intérêt historique.
- * Instrument modèle : tout ce qu'on a défini (grossissement, diaphragmes, pupilles, clarté, champ, résolution) peut s'appliquer à tout autre instrument d'optique.
- * Mais par contre ce n'est pas un instrument utilisé dans la recherche d'aujourd'hui. On utilise plutôt des télescopes, p.ex. Hubble. Ils sont plus faciles à construire car les miroirs ne nécessitent qu'une face "optiquement parfaite" contre deux aux lentilles. En outre, comme mentionné, seuls les miroirs permettent l'utilisation d'optique adaptative.

Bonus : une présentation alternative et plus expérimentale du cercle oculaire

- * Pb fondamental : où mettre l'œil ?
- * Définition expérimentale : en promenant un papier derrière l'oculaire, on observe qu'il y a un endroit où l'extension du faisceau est minimale. C'est le **cercle oculaire**, où l'on mettra l'œil.
- * À partir du schéma, on montre que le cercle oculaire est le conjugué de l'objectif par l'oculaire (attention ce n'est pas forcément la façon standard de construire des rayons).
- * Dans le langage des instruments d'optique, on dit que l'objectif est le **diaphragme d'ouverture** de la LA : c'est lui qui limite la quantité de lumière admise dans l'instrument. Le cercle oculaire est alors l'image du diaphragme d'ouverture par la partie de l'instrument située après le DO. On l'appelle la **pupille de sortie**. On peut définir de même la **pupille d'entrée** comme l'antécédent du DO par la partie de l'instrument située avant lui. Dans le cas présent, DO et pupille d'entrée sont confondus.
- * Puis calcul de la position et du diamètre.

Lunette astronomique:



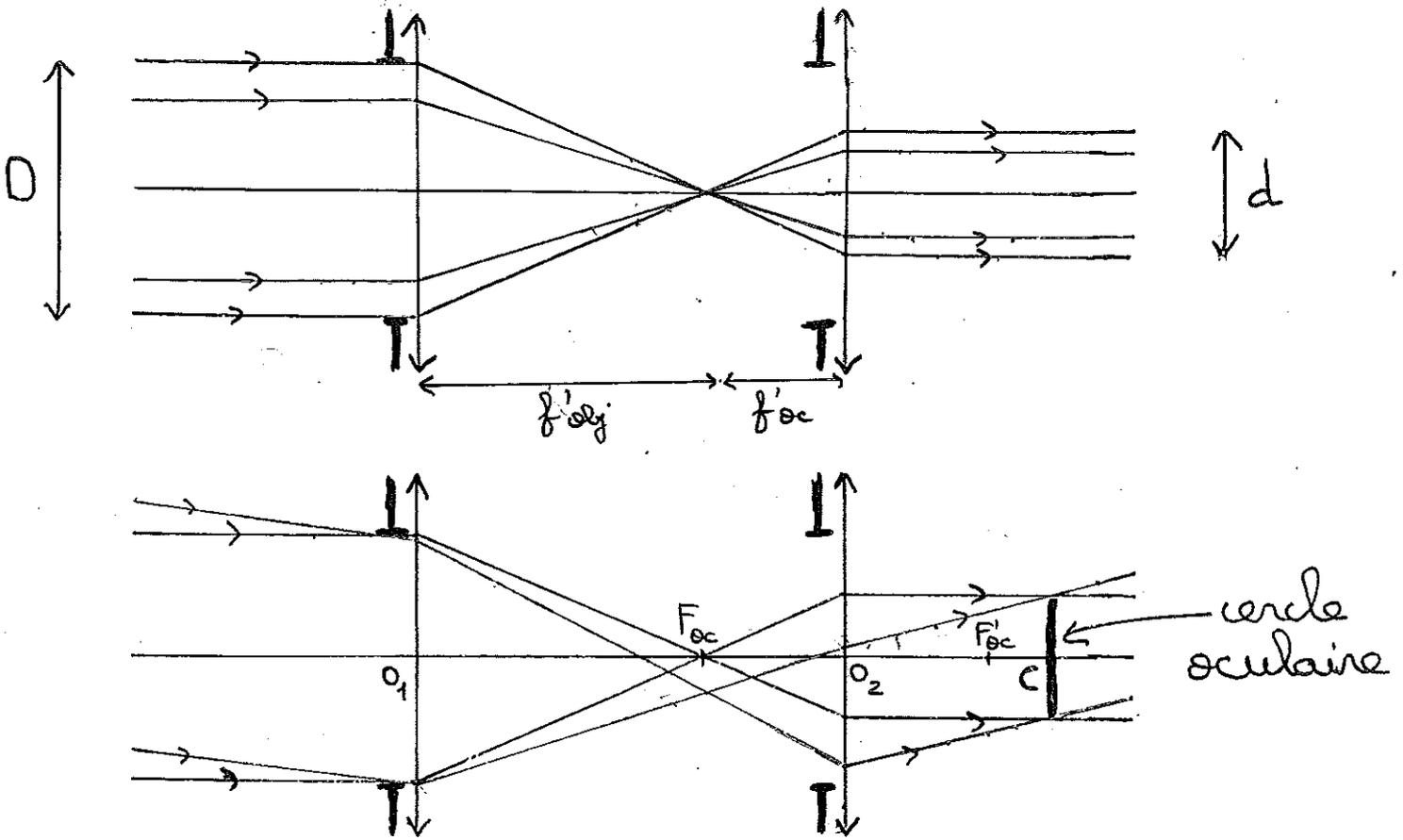
Grossissement:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ sans lunette: } A'B'_{\text{sans}} = (\pm) \text{ cm} \\ \bullet \text{ avec lunette: } A'B'_{\text{avec}} = (\pm) \text{ cm} \end{array} \right\} |G| = \frac{\frac{A'B'_{\text{avec}}}{f'_{œil}}}{\frac{A'B'_{\text{sans}}}{f'_{œil}}} = \frac{A'B'_{\text{avec}}}{A'B'_{\text{sans}}}$$

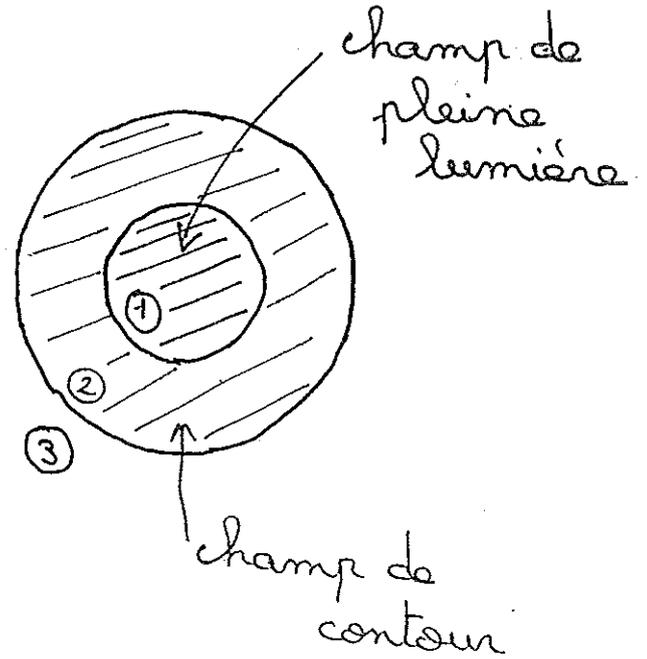
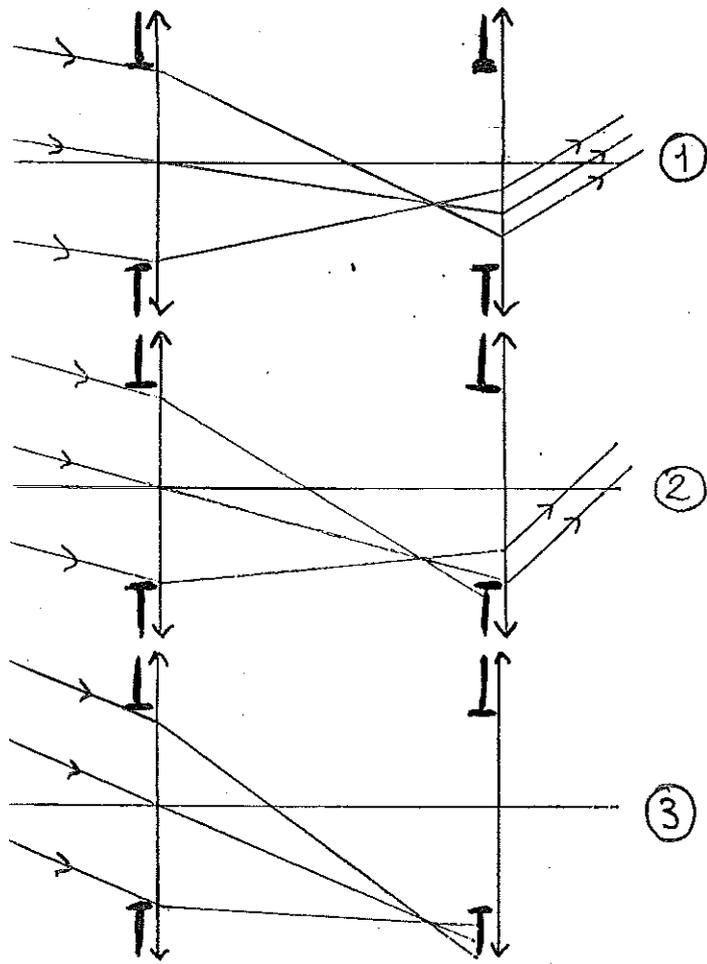
$$|G| = \frac{+}{-}$$

$$\rightarrow \text{Valeur théorique: } |G|_{th} = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}} = 3,3.$$

Diaphragme d'ouverture:



Diaphragme de champ:



Suppression du vignettage:

