Quelques remarques sur le diagramme de Nyquist

- Le problème : système décrit par une équa diff
  (en notations de Laplace) $D(p)\,\underbrace{S(p)}_{\text{sortie}} = T(p)\,\underbrace{e(p)}_{\text{entrée}}$

quand $e(p)=0$!

⟹ Solutions de la forme $S(t) = \sum_{r=1}^{d} \underbrace{C_r}_{\text{coeff} \in \mathbb{C}} e^{p_r t}$

avec p_r, $r=1\ldots d$ les racines du polynôme D de degré d.

⟶ Question : les p_r ont-elles toutes $\mathrm{Re}(p_r)<0$ (stabilité)
ou certaines ont-elles $\mathrm{Re}(p_r)>0$? (instabilité)

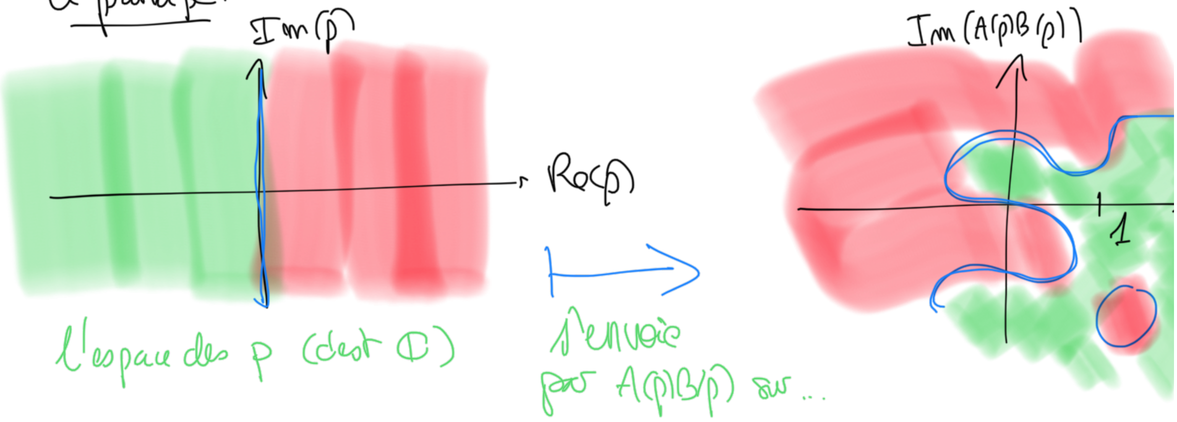
↳ c'est pour répondre à ça qu'on regarde le diagramme de Nyquist.

- Dans le cas d'un système bouclé, $H(p) = \dfrac{A(p)}{\underbrace{1-A(p)B(p)}_{\text{ça c'est notre } D(p)}}$

→ question : les* valeurs de p telles que $A(p)B(p) = 1$ ont-elles $\mathrm{Re}>0$ ou $\mathrm{Re}<0$?

*(elles existent toujours et sont au nombre de degré (AB).)

- Le principe :

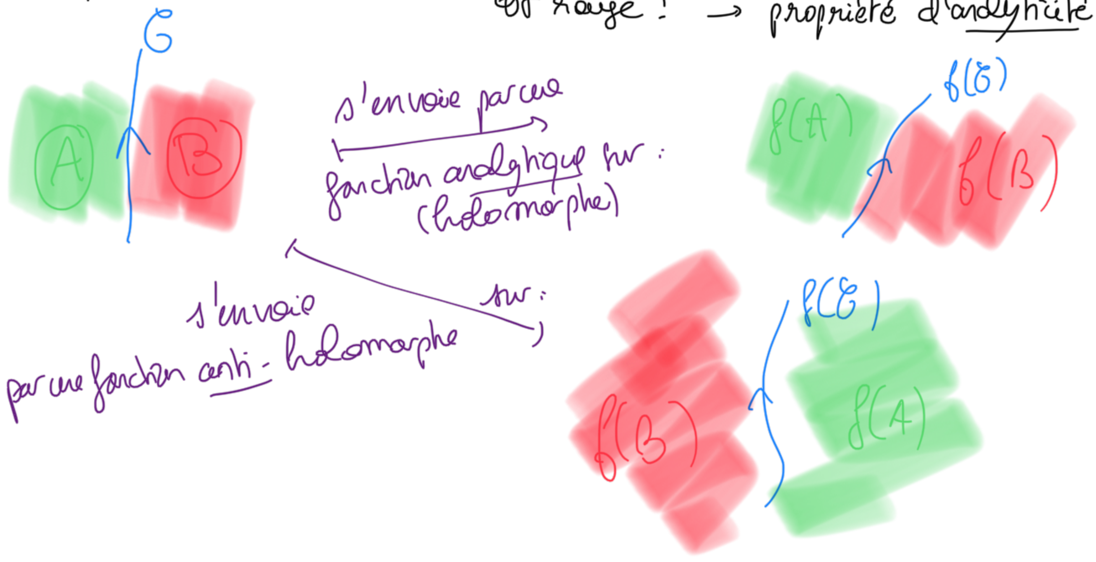


La question est donc : est-ce que le point $A(p)B(p)=1$ est :

↳ en zone verte : càd l'image par AB d'un p de $\mathrm{Re}<0$?

↳ en zone rouge : càd ______________ $\mathrm{Re}>0$?

- Une propriété importante : comment savoir qui est vert et qui est rouge ? → propriété d'analyticité.



(Évidemment ça c'est juste pour vous aider à comprendre, ne mettez pas ça dans votre LP ☺)

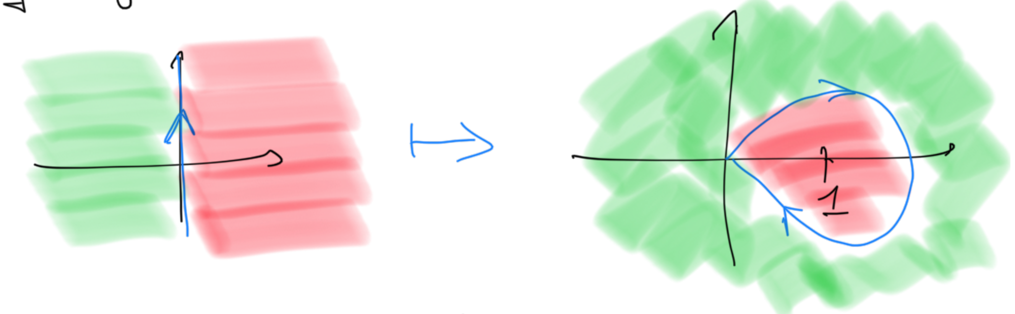
(Prenez par exemple $f_{holo} : z \mapsto z$ et $f_{antiholo} : z \mapsto \bar{z}$ pour vous convaincre de cette propriété).

- Pourquoi c'est important ?

Parce que du coup, il suffit de connaître l'image par AB de l'axe imaginaire (et le sens de parcours) pour savoir où est la zone verte et où est la zone rouge.

Voilà pq diagramme de Nyquist ⟺ tracer AB(jω).

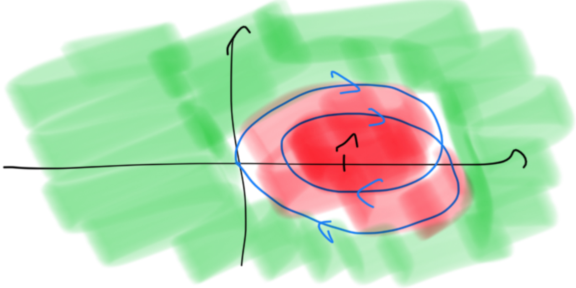
Ainsi :



Notez que quand vous tracez la boucle bleue au tableau, la zone d'instabilité (rouge) doit se trouver à droite dans le sens de parcours.

- <u>Qques remarques supplémentaires :</u>

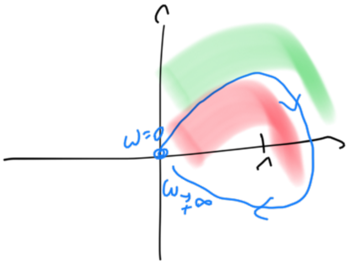
↳ "Habituellement", si p est une racine de $1-AB$, alors $\bar{p}$ en est une aussi. Ce n'est pas une propriété très solide mais dans les cas réels il faut cependant s'attendre plutôt à des diagrammes comme ça :



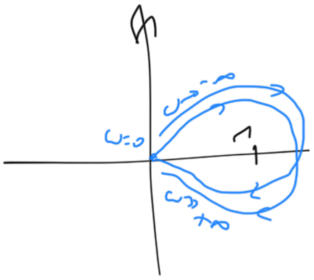
Le nombre de tours que la ligne bleue (qui est pour rappel l'image par AB de l'axe imaginaire) fait autour du point 1 donne le <u>nombre</u> de racines de partie réelle positive de l'équation $1-A(p)B(p)=0$.
On peut s'attendre à ce que ce soit un multiple de 2.

↳ Du coup, on peut généralement étudier la stabilité juste en regardant $AB(j\omega)$ avec $\omega>0$ (l'autre moitié de la courbe est généralement symétrique)

i.e. on a ça



et implicitement c'est ça :



Mais au fond le schéma de gauche suffit à savoir que le système bouclé est instable. (mais n'en parlez pas dans votre LP hein)

↳ Toujours pas une propriété générale, mais utile qd même :

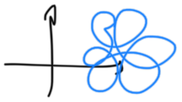
Généralement on trace Nyquist pour un truc genre oscillateur, où A(p) est une chaîne de gain et B(p) un filtre passe-bande.

Donc en gros $A(p)B(p) \sim \frac{p}{1+p^2}$ $\xrightarrow{p\to 0} 0$ $\xrightarrow{p\to\pm\infty} 0$

si bien que "généralement", la boucle bleue part de 0 et arrive à 0. (si on trace $AB(j\omega)$ pour $\underline{\omega>0}$)

(Pareil, pas la peine d'en parler dans votre LP mais si on vous demande pq votre diagramme ressemble à

et pas à genre



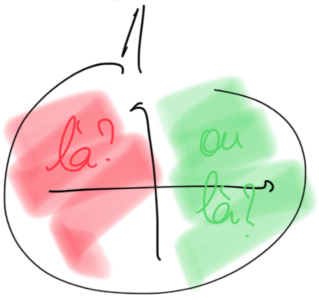
c'est une partie de la réponse).

(L'autre partie c'est que ça correspond probablement à un polynôme AB d'un degré 6 ou 7, au moins).

Bilan : le diagramme de Nyquist c'est un peu subtil.

On est souvent tenté de citer le critère de Barkhausen, $\boxed{AB(j\omega)=1}$, et de dire que la logique de Nyquist c'est de "savoir <u>si</u> AB=1 ou pas".

Mais c'est pas ça le problème : on <u>sait</u> qu'il y a des solutions à l'équation $AB(p)=1$, on sait même qu'il y en a degré(AB). La question c'est <u>où</u> sont les p telles que $AB(p)=1$!



Quand on a compris ça ensuite le reste c'est du détail.

Pensez juste à tracer vos boucles

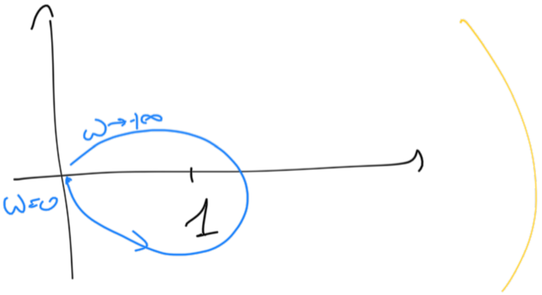
et pas

:)

↳ Si vous avez compris cette dernière remarque : félicitations ! Vous avez triomphé de toutes les épreuves !

↳ Si vous n'avez pas compris : hélas ! Retournez au début du livre et retentez l'aventure !

↓ sauf si vous répondez à l'énigme de la dernière chance :



stable ou instable ?