

MP 13 : BIRÉFRINGENCE ET POUVOIR ROTATOIRE

08.12.17

Anne Missiaen & Jeanne Bernard

Mais qu'est-ce qui s'path ?!
LES AGREGS DEVANT CE MONTAGE

Bibliographie

- ✦ *Optique expérimentale* **Sextant** → Indispensable
- ✦ *Expériences d'optique : agrégation de Sciences Physiques,* → Tout aussi indispensable
Duffait
- ✦ *Optique* **Houard** → Explications très claires et très éclairantes
- ✦ *Optique physique* **Taillet** → Explications tout aussi très claires et très éclairantes

Expériences

- ☞ Mise en évidence de la biréfringence par un prisme de spath
- ☞ Mesure de la biréfringence d'une lame "épaisse" de quartz
- ☞ Mesure de l'épaisseur d'une lame "mince" de quartz
- ☞ Détermination de la composition d'une solution de glucose à partir du pouvoir rotatoire.
- ☞ Dépendance en longueur d'onde du pouvoir rotatoire

Table des matières

1	Biréfringence	2
1.1	Mise en évidence avec un prisme de spath	2
1.2	Mesure de la biréfringence d'une lame "épaisse" de quartz	3
1.3	Mesure de l'épaisseur d'une lame "mince" de quartz avec un compensateur de Babinet	5
1.3.1	Etalonnage du Babinet	5
1.3.2	Mesure de l'épaisseur de la lame mince	6
2	Polarisation rotatoire	7
2.1	Détermination de la composition d'une solution de glucose grâce à la loi de Biot	7
2.2	Dépendance en longueur d'onde du pouvoir rotatoire	8

Introduction

✦ *Houard p.250*

C'est en 1669 que le danois Erasmus Bartholin publie une série d'observations étonnantes réalisées à l'aide d'un cristal de spath d'Islande¹. Il constate que l'image d'un objet, observée à travers ce cristal, est dédoublée! C'est ce qu'on appellera la "**double réfraction**" ou "**biréfringence**". Liée à l'anisotropie de certains cristaux, elle permet d'expliquer la formation de cette image double et la coloration de certaines lames minces cristallines.

Dans ce montage, nous allons donc nous intéresser à des **matériaux anisotropes**, dont **la réponse dépend de la polarisation de l'onde considérée**. Deux phénomènes seront présentés :

1. **la biréfringence**, qui est la double réfraction de la lumière dans un milieu (l'onde voit deux indices optiques différents et se propage donc à deux vitesses différentes dans le milieu) ;
2. **la polarisation rotatoire**, qui est la propriété de certains matériaux à faire tourner le plan de polarisation de la lumière.

Nous choisissons ici d'étudier le quartz, afin de mettre en évidence ses propriétés de biréfringence et de polarisation rotatoire, tout en expliquant l'importance de la manière dont sont taillées les lames cristallines.

Le quartz présente de la biréfringence ET de la polarisation rotatoire, ce n'est pas le cas de tous les matériaux anisotropes. Certains, comme le spath, ne présente que la biréfringence alors que d'autres ont seulement un impact sur le plan de polarisation de la lumière incidente.

1 Biréfringence

1.1 Mise en évidence avec un prisme de spath

✦ *Duffait p.141 Sextant p.278*



Biréfringence d'un prisme de spath

✦ Sextant et Duffait

⌚ 4min

Matériel : QI, filtre AC, fente, lentille CV 10cm, prisme de spath, polariseurs, écran.

Protocole :

- Faire l'image de la fente en lumière blanche sur l'écran/le mur avec la lentille CV.
- Intercaler le prisme de spath et le tourner de façon à faire apparaître sur l'écran/le mur deux spectres colorés correspondant aux rayons ordinaire et extraordinaire.
- A l'aide d'un polariseur, mettre en évidence la polarisation des deux rayons :
 1. le faisceau ordinaire possède une direction de polarisation perpendiculaire à l'axe optique (en fait : au plan de section principale) ;
 2. le faisceau extraordinaire possède une direction de polarisation parallèle à l'axe optique (plutôt au plan de section principale).

1. Une des formes cristallines du carbonate de calcium CaCO_3 .

Choix de la manipulation d'introduction

Ici on a le choix entre utiliser un prisme de spath et un rhomboèdre de quartz. L'avantage du rhomboèdre est de montrer que lorsque celui-ci est tourné dans son plan, le rayon ordinaire n'est pas dévié alors que le rayon extraordinaire tourne. Le problème avec cette expérience est qu'en réalité le rayon ordinaire tourne aussi un peu... De plus, il est difficile d'avoir une grande image, ce qui peut être dommage pour une manip d'intro.

Exploitation : Un matériau biréfringent sépare un faisceau incident non polarisé en deux faisceaux (ordinaire et extraordinaire) polarisés rectilignement et de directions de polarisation orthogonales entre elles. Les images de la fente sont irisées à cause de la dispersion dans le prisme : les indices optiques (ordinaire et extraordinaire) dépendent de la longueur d'onde incidente.

L'axe optique est parallèle aux arêtes du prisme, et la polarisation de l'onde extraordinaire est parallèle à l'axe optique. Donc l'onde extraordinaire est coupée (alors que l'onde ordinaire passe) par le polariseur lorsque celui-ci est à 90 degrés de l'axe optique. C'est l'inverse lorsque le polariseur est à 0 degré.

On met alors en évidence que **le spath est un milieu uniaxe négatif** : $\Delta n = -0.172 < 0$ (Sextant).

↓ Comment peut-on quantifier la biréfringence d'un matériau ? Il s'agit de mesurer ce Δn (aussi appelé biréfringence) pour un cristal donné.

1.2 Mesure de la biréfringence d'une lame "épaisse" de quartz

↗ Sextant p.285

On parle de "**lames épaisses**" par opposition aux "**lames minces**" pour lesquelles la séparation spatiale entre rayon ordinaire et extraordinaire est négligeable. On ne peut pas observer de spectre cannelé avec une lame mince, alors qu'avec une lame épaisse, c'est possible et très démonstratif.

On choisit ici une lame épaisse de quartz de 4mm, taillée parallèlement à l'axe optique (*i.e.* l'axe optique est contenu dans un plan parallèle aux faces).

Eclairage en lumière parallèle

On utilise un éclairage en lumière parallèle, ce qui permet de se placer à angle d'incidence constant. Cela simplifie l'expérience puisque les indices optiques vus par l'onde dans le milieu dépendent de sa direction d'incidence.

Mise en évidence des lignes neutres

↗ Sextant p.283 et Duffait p.144

⊖ 4min

Matériel : QI, filtre AC, 2 polariseurs, lame de quartz 4mm parallèle, lentille CV 10cm, écran.

Protocole :

- Conjuguer la lame et l'écran avec la lentille CV.
- Ajouter le polariseur et l'analyseur croisés.
- Tourner la lame dans son plan. Mettre en évidence 2 directions orthogonales qui rétablissent l'extinction.

Exploitation : Les directions de P et A lors des 2 extinctions sont celles des **lignes neutres de la lame**. L'une des deux est l'axe optique du cristal.

Lorsque la vibration rectiligne émergeant du polariseur P est parallèle à l'une des lignes neutres, son état de polarisation est inchangé après traversée de la lame. L'onde est alors coupée par l'analyseur, on observe une première extinction.

Le fait que la lumière réapparaisse lorsque l'on ajoute P et A croisés s'explique de la manière suivante. Dans le cas général, l'onde incidente, polarisée rectilignement suivant la direction de P, est décomposée en 2 ondes de polarisations orthogonales et chacune parallèle à une ligne neutre de la lame. Ces 2 ondes voyagent dans la lame à des vitesses différentes. Leur polarisation est ensuite projetée sur la direction de A en sortie. On observe donc de la lumière en introduisant la lame entre P et A croisés.

Interférences en lumière polarisée et spectre cannelé de biréfringence

⚡ Sextant p.290

⊖ 5min

Matériel : QI, filtre AC, 2 polariseurs, lame de quartz 4mm parallèle, lentille CV 10cm, écran, PVD puis spectromètre SpidHR.

Protocole :

- Ajouter un PVD après l'analyseur.
- Tourner la lame en plaçant ses lignes neutres à 45° de P et A. On observe un spectre de lumière qui semble continu.
- Faire tourner la lame et observer. On joue sur le contraste de la figure obtenue.

Exploitation : La lumière entre dans la lame, polarisée rectilignement suivant la direction de P. Elle est projetée sur les 2 lignes neutres de la lame, où elle voit 2 indices différents (n_o et n_e). Cette différence d'indice crée un déphasage entre le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire. La différence de marche introduite par la lame d'épaisseur e s'écrit alors :

$$\delta = (n_o - n_e) \cdot e = \Delta n \cdot e \quad (1)$$

L'analyseur reprojette ensuite les 2 rayons suivant sa direction passante. L'amplitude résultante dépend du déphasage : il y a interférences.

⚠ Les 2 vibrations de polarisations différentes ne peuvent interférer que parce que l'analyseur les reprojette sur une même direction ! On n'observe pas d'interférences sans l'analyseur, car les 2 polarisations (ordinaire et extraordinaire) sont orthogonales. On comprend donc que si l'une des lignes neutres de la lame est parallèle à la direction passante de A, un seul rayon est transmis, il n'y a pas d'interférences et le spectre observé est continu.

Dans le cas général, l'intensité sur l'écran s'exprime (cf *Duffait p.146*) :

$$I = I_0 \sin^2 \left(\frac{\Phi}{2} \right) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi \delta}{\lambda} \right) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi \Delta n \cdot e}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Les longueurs d'onde éteintes correspondent alors à des interférences destructives *i.e.* à un déphasage :

$$\frac{\pi \Delta n \cdot e}{\lambda} = p \cdot \pi \Leftrightarrow \boxed{\Delta n \cdot e = p \cdot \lambda} \quad \text{avec } p \in \mathbb{N} \quad (3)$$

↓ *Peu visibles sans capteurs, les cannelures du spectre peuvent être mises en évidence remarquablement en utilisant un spectromètre.*



Spectre cannelé de biréfringence et mesure de Δn

⚡ Sextant p.290

⊖ 5 min

Protocole :

- Etalonner si besoin le spectromètre Spid HR (cela permet d'établir une correspondance entre les positions sur le détecteur CCD et les valeurs de longueurs d'onde associées).
- Remplacer le PVD par la fibre optique reliée au spectromètre, lui-même connecté à un ordinateur disposant du logiciel SpidHR.
- Utiliser les curseurs pour repérer 2 longueurs d'onde éteintes λ_1 et λ_2 . Compter le nombre p de cannelures (*i.e.* d'extinctions) entre λ_1 et λ_2 .

Exploitation : Pour remonter à Δn par ces mesures, on utilise le calcul suivant :

$$\begin{aligned}\Delta n \cdot e &= k_1 \cdot \lambda_1 = (k_1 + p) \cdot \lambda_2 \\ \Rightarrow k_1 &= p \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ \Rightarrow \Delta n &= \frac{p \cdot \lambda_1 \lambda_2}{e \cdot \lambda_1 - \lambda_2}\end{aligned}\quad (4)$$

Résultats obtenus en préparation :

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= (600 \pm 1) \text{ nm} & p &= 11 \\ \lambda_2 &= (514 \pm 1) \text{ nm} & e &= (4.0 \pm 0.1) \text{ mm} \\ \Delta \lambda &= (86 \pm 1) \text{ nm} \\ \Rightarrow \Delta n &= (9.9 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}\end{aligned}\quad (5)$$

Incertitudes

$$u(\Delta n) = \Delta n \cdot \sqrt{\left(\frac{u(e)}{e}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda_1)}{\lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda_2)}{\lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta \lambda)}{\Delta \lambda}\right)^2}$$

Il est difficile d'évaluer l'incertitude sur l'épaisseur e de la lame épaisse. En utilisant un palmer, nous avons déterminé $\Delta e \sim 0.1 \text{ mm}$.

Comparer la valeur obtenue aux valeurs tabulées (Duffait p.154) :

- $\Delta n = 0.009044$ à 700nm
- $\Delta n = 0.009504$ à 400nm

↓ *A présent que nous avons déterminé expérimentalement la valeur de la biréfringence du quartz, nous pouvons exploiter cette propriété de biréfringence pour mesurer l'épaisseur d'une lame "mince".*

1.3 Mesure de l'épaisseur d'une lame "mince" de quartz avec un compensateur de Babinet

Transition : Remplacer la lame épaisse de 4mm par une lame mince de $60 \mu\text{m}$ (taillée parallèlement à l'axe optique). On n'observe plus la même figure ! A présent, on a une seule couleur interférentielle (qui correspond aux teintes de Newton) et non plus un spectre cannelé. Nous allons donc présenter une autre méthode permettant d'étudier les propriétés de telles lames "minces".

1.3.1 Etalonnage du Babinet

Etalonnage du Babinet

↗ Duffait p.150

⊖ 6min

A présenter ou non pendant le montage. Savoir bien expliquer le principe de l'étalonnage si la question est posée par le jury.

Matériel : QI, filtre AC, 2 polariseurs, lentille CV 10cm, compensateur de Babinet, filtres interférentiels, écran.

Protocole :

- Croiser P et A.
- Enlever A et ajouter le compensateur de Babinet et faire l'image sur l'écran de la face du Babinet avec la lentille CV.

- Ajouter le filtre interférentiel λ_0 (jaune par exemple : 589nm) et l'analyseur : les franges apparaissent.
- Amener un réticule sur le bord d'une frange sombre et noter la position d_1 du vernier.
- Translater le babinet pour décaler le système de franges d'une dizaine de franges et noter le déplacement d_2 lu sur le vernier.

Exploitation : On note $d_0 = d_2 - d_1$ le déplacement lu sur le vernier pour une frange. Il correspond à une différence de marche λ_0 . En effet, l'intensité sur l'écran est proportionnelle à $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta\right)$. Pour les franges claires, ce terme vaut 1 et on a alors $\delta = \lambda_0$.

Résultats obtenus en préparation :

$$d_0 = (5.5 \pm 0.1) \text{ mm}$$

$$\lambda_0 = (589 \pm 5) \text{ nm}$$

1.3.2 Mesure de l'épaisseur de la lame mince



Mesure de l'épaisseur d'une lame mince de quartz

↗ Duffait p.150

⊖ 6min

Protocole :

- Enlever le filtre interférentiel et replacer la frange noire entre les réticules, au centre de l'image. Noter la valeur d_{ref} de la position sur le vernier.
- Placer la lame mince (quartz $60 \mu\text{m}$ taillée parallèlement) à la place du filtre interférentiel. (On peut aussi la mettre après le compensateur de Babinet.)
- Faire tourner la lame dans son plan de manière à avoir une intensité maximale à l'écran. Cette position correspond à placer la lame à 45° par rapport à l'analyseur et au polariseur. Les franges sont décalées, éventuellement hors du champ.
- Tourner le vernier de manière à ramener au centre la frange sombre. Noter le déplacement correspondant d_{fin} .

Exploitation : L'expérience marche bien avec une lame de quart de $60 \mu\text{m}$ taillée parallèlement à l'axe optique. Résultats obtenus en préparation :

On note : $d_{lame} = d_{fin} - d_{ref}$ et on obtient : $d_{lame} = (5.4 \pm 0.1) \text{ nm}$.

1. Par un produit en croix, on a alors :

$$\delta_{lame} = \lambda_0 \frac{d_{lame}}{d_0} \quad (6)$$

$$\delta_{lame} = (5.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Incertitudes

$$u(\delta_{lame}) = \delta_{lame} \sqrt{\left(\frac{u(\lambda_0)}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{u(d_0)}{d_0}\right)^2 + \left(\frac{u(d_{lame})}{d_{lame}}\right)^2}$$

2. On peut alors remonter à l'épaisseur de la lame en utilisant le calcul expérimental de la biréfringence Δn du quartz réalisé à l'expérience précédente².

En notant e_{lame} l'épaisseur de la lame de quartz, nous avons la relation suivante :

² On se rend bien compte ici qu'on se mord la queue : si on a pu calculer expérimentalement la biréfringence du quartz Δn précédemment, c'était en supposant l'épaisseur de la lame épaisse connue...

$$\delta_{lame} = \Delta n \cdot e_{lame} \quad (7)$$

Avec les valeurs suivantes :

$$\Delta n = (9.9 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$$

$$\delta_{lame} = (5.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Nous obtenons alors :

$$e_{lame} = (59 \pm 3) \mu\text{m} \quad (8)$$

Cette valeur est bien en accord avec la valeur de $60 \mu\text{m}$ indiquée sur la lame. L'incertitude est assez élevée certes, mais le résultat reste satisfaisant.

↓ Biréfringence artificielle : photoélasticité

2 Polarisation rotatoire

La **polarisation rotatoire** (ou activité optique) est la propriété qu'ont certains matériaux de faire tourner le plan de polarisation de la lumière.

⚠ Le phénomène de polarisation rotatoire n'a pas de lien avec la biréfringence du quartz. En effet, pour une **lame taillée perpendiculairement à l'axe optique** (comme nous allons en utiliser à présent), la lame se comporte comme un milieu isotrope d'indice n_0 .

Remarques

- Le *pouvoir rotatoire* est un nombre quantifiant le phénomène de *polarisation rotatoire*.
- Le phénomène de polarisation rotatoire est plus faible que celui de biréfringence, c'est la raison pour laquelle la polarisation rotatoire est souvent masquée par la biréfringence dans le cas d'un matériau présentant les deux phénomènes.

2.1 Détermination de la composition d'une solution de glucose grâce à la loi de Biot

Le D-glucose peut-être rencontré en solution sous deux formes anomère : le α -glucose et le β -glucose ayant toutes les deux un pouvoir rotatoire spécifique différent.

On rappelle la loi de Biot :

$$\alpha = [\alpha]_{\lambda}^T \cdot l \cdot c \quad (9)$$

avec $[\alpha]_{\lambda}^T$ le pouvoir rotatoire spécifique, l la longueur de la cuve utilisée (en dm) et c la concentration (en g/mL).

Dans le cas du glucose, on peut écrire :

$$\alpha = [\alpha]_{\alpha} \cdot l \cdot c_{\alpha} + [\alpha]_{\beta} \cdot l \cdot c_{\beta} \quad (10)$$

$$= l \cdot c_{tot} \cdot ([\alpha]_{\alpha} \cdot x_{\alpha} + [\alpha]_{\beta} \cdot (1 - x_{\alpha})) \quad (11)$$

D'où :

$$x_{\alpha} = \frac{\frac{\alpha}{l \cdot c_{tot}} - [\alpha]_{\beta}}{[\alpha]_{\alpha} - [\alpha]_{\beta}} \quad (12)$$



Détermination de la composition d'une solution de D-glucose en mesurant son pouvoir rotatoire

✎ Notre tête

⊖ 5min

Matériel : QI, AC, filtre 589 nm, 2 polariseurs, une cuve, un support boy, (pour préparer la solution : du glucose, une balance, un agitateur magnétique, un erlenmeyer)

Protocole :

- Croiser les 2 polariseurs.
- Intercaler la cuve remplie de solution de glucose.
- Tourner l'analyseur et mesurer l'angle nécessaire à rétablir l'extinction.

Exploitation : On se place en lumière monochromatique car le pouvoir rotatoire dépend de la longueur d'onde (cf prochaine manip). On choisit le filtre à 589 nm car les pouvoirs rotatoires spécifiques sont donnés dans le handbook pour la raie D du sodium.

Résultats obtenus en préparation :

$$\begin{aligned} c_{tot} &= (0.114 \pm 0.002) \text{ g/mL} & [\alpha]_{\alpha} (20^{\circ}\text{C}, D) &= 112.2^{\circ} \cdot \text{mL} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{dm}^{-1} \\ l &= (1.50 \pm 0.2) \text{ dm} & [\alpha]_{\beta} (20^{\circ}\text{C}, D) &= 18.7^{\circ} \cdot \text{mL} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{dm}^{-1} \\ \alpha &= (10 \pm 2)^{\circ} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{\alpha} = (43 \pm 8)\%} \quad (13)$$

Le Handbook donne $x_{\alpha} \sim 36\%$: la différence vient sûrement de la température, et du temps passé entre la préparation de la solution et l'expérience.

2.2 Dépendance en longueur d'onde du pouvoir rotatoire

Le pouvoir rotatoire dépend de la longueur d'onde, on va vérifier la loi suivante :

$$\alpha = f\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \quad (14)$$

Dépendance en longueur d'onde du pouvoir rotatoire

✎ Duffait p.170

⊖ 6min

Matériel : QI, AC, filtre interférentiel, 2 polariseurs, lame de quartz \perp de 4mm d'épaisseur, lentille CV 10cm

Protocole :

- Croiser les polariseurs.
- Intercaler la lame et la lentille, conjuguer la lame et l'écran.
- Ajouter le filtre interférentiel.
- Pour différentes longueurs d'onde, mesurer l'angle duquel il faut tourner le polariseur pour rétablir l'obscurité.

✎ Duffait p.170

Conclusion

Il nous faut bien distinguer les 2 phénomènes étudiés, qui n'apparaissent pas nécessairement ensemble :

Matériau	Biréfringence	Polarisation rotatoire
Spath	oui	non
Quartz	oui	oui
Solution de glucose	non	oui

Nombreuses applications :

- Biréfringence : lames onde, demi-onde, quart d'onde pour sélectionner des polarisations particulières ; écrans LCD à cristaux liquides ; photoélasticité ;
- Polarisation rotatoire : Reconnaître une espèce chimique (polarimètre de Laurent) ; isolateurs optiques (lasers, effet Faraday).

Questions, commentaires, réponses à la question du sens de la vie et idées de cadeau pour le Secret Santa