MP 25 : Mesure de fréquences temporelles (domaine de l'optique exclu)

14/12/2017

Rose Lauren & Mangeolle Léo

On a perdu les hautes fréquences !
Le vieux dans La Créature des Profondeurs

Niveau : L3

Commentaires du jury

2015, 2016, 2017 : Le principe de ce montage est de présenter les techniques de mesure de fréquences. Il ne s'agit pas de réaliser différentes expériences faisant intervenir des phénomènes périodiques et de parvenir à une détermination de fréquence moins précise que celle obtenue avec le fréquencemètre présent sur la paillasse. [Ajout 2017] Ainsi le jury aimerait que le stroboscope ne soit plus utilisé comme fréquencemètre pour l'étude des résonances de la corde de Melde.

2014 : Ce montage ne consiste pas en l'étude d'une succession de phénomènes périodiques à l'aide d'un fréquencemètre commercial, ce qui serait beaucoup trop élémentaire et redondant, mais bien aux techniques de mesure de fréquences.

2010, 2013 : La résolution spectrale lors d'une transformée de Fourier discrète n'est pas toujours connue. Les candidats gagneraient à connaître les méthodes de détermination de fréquence par multiplication (translation) ou hétérodynage.

2011, 2012 : La résolution spectrale lors d'une transformée de Fourier discrète n'est pas toujours connue. Même si un stroboscope présente un intérêt pédagogique, il ne saurait être préféré à un fréquencemètre. Lorsqu'on dispose d'une méthode plus précise, l'utilisation du chronomètre n'est pas recommandée.

2007 : Le candidat doit avoir un minimum de connaissances sur la fonction FFT des logiciels spécialisés ou des oscilloscopes.

Bibliographie

- ✍ Jolidon ⟶ Effet Doppler, hétérodynage, pendules couplés
- ✍ Duffait Electronique ⟶ Le principe du fréquencemètre
- ✍ BUP $n°$ 804 ⟶ Effet Doppler
- ✍ BUP $n°$ 867 ⟶ Pendules couplés

Expériences

- Période d'oscillation d'un pendule au chronomètre
- Analyse d'un diapason au fréquencemètre
- Effet Doppler
- Pendules couplés

Prérequis

- ➢ TF, FFT
- ➢ Circuits avec des AO

Table des matières

Introduction

On appelle *fréquence* temporelle le nombre de fois qu'un phénomène périodique se reproduit par unité de temps. On parlera de manière équivalente de *période* telle que : $T = 1/f$.

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer des fréquences temporelles, certaines étant plus pertinentes suivant le système étudié. Si le système est simple, on peut se contenter de compter le nombre de périodes sur un temps donné mais s'il devient plus compliqué, il faudra recourir à d'autres méthodes plus complexes, la plus connue étant sans doute la FFT, mais on présentera aussi l'hétérodynage, le cas général de la détection synchrone.

1 Mesure directe : outils de mesure par comptage

1.1 Le Chronomètre

La méthode la plus simple pour mesurer une fréquence c'est compter le nombre de périodes sur une certaine durée. Le système le plus simple à étudier avec cette méthode est sans doute le pendule.

Mesure d'une période au chronomètre

✍ Aucun ⏲ 3-5min

On fixe un poids au bout d'une corde dont on mesure la longueur au préalable. On chronomètre le temps mis par le pendule pour faire une dizaine d'oscillations (dans l'approximation des petits angles). On remonte à la période. En préparation, on a fait plusieurs mesures pour des longueurs différentes. Si on trace T^2 en fonction de l, on peut remonter à g, la constante de gravitation et vérifier la loi : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. [Note : en fait c'est beaucoup mieux d'intervertir les axes pour avoir g directement ; on ne l'a pas fait dans la figure ci-dessous] On trouve $g = (\quad \pm \quad)$ m.s^{-2}.

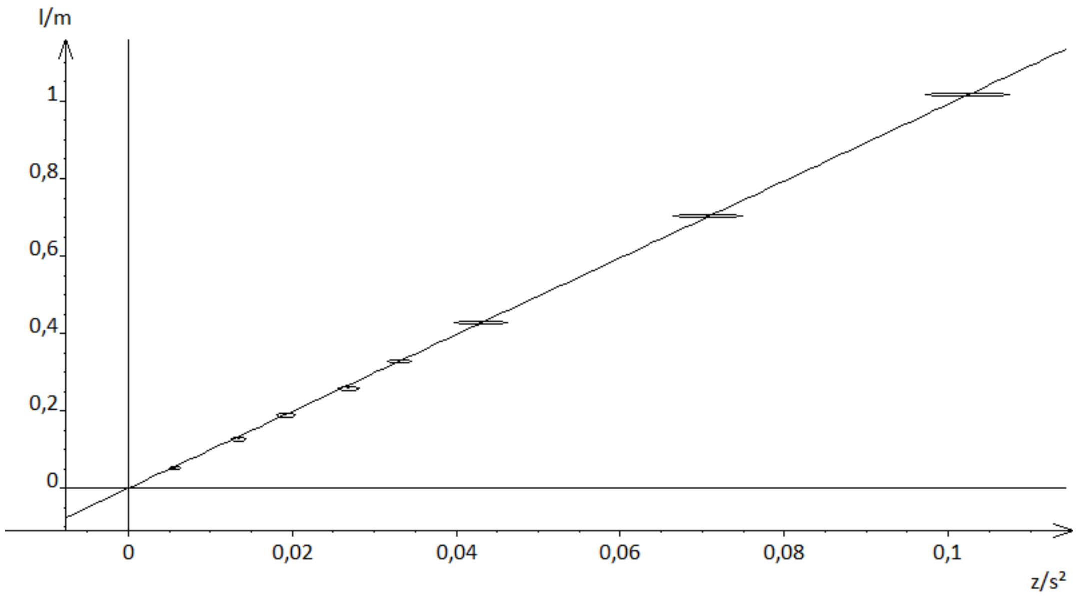

Figure 1 – On trace $T^2/4\pi^2$ en fonction de l. Le coefficient directeur est $1/g$.

Cependant cette technique n'est efficace qu'à basse fréquence, et pour un système simple. Si on prend un diapason, il devient impossible de mesurer sa fréquence à la main.

1.2 Le Fréquencemètre

✍ Duffait Electronique, mais c'est mieux expliqué dans le poly.

1.2.1 Principe du fréquencemètre

Un fréquencemètre utilise un signal créneau (noté 1) d'amplitude 5 Vpp, d'offset 2.5 V, de fréquence 0.5 Hz, de sorte qu'il agisse comme une porte de 1 s pour le signal à analyser (noté 2). Ce dernier doit également être sous forme créneau (une forme sinusoïdale fonctionne aussi) d'amplitude 5 Vpp et d'offset 2.5 V, pour que le fréquencemètre fonctionne correctement.

Le fréquencemètre va donc compter le nombre de passages du signal (2) de 0 V à 5 V (créneau montant) durant la première demi-période du signal (1), *i.e.* pendant 1 s. Le résultat s'affiche sur un boîtier compteur-afficheur pendant la seconde demi-période du signal (1) (1 s), puis se remettre à zéro au passage du signal (1) de 0 V à 5 V et pendant toute la période qui suit. Cela est illustré sur le schéma 2 issu du Duffait Electronique.

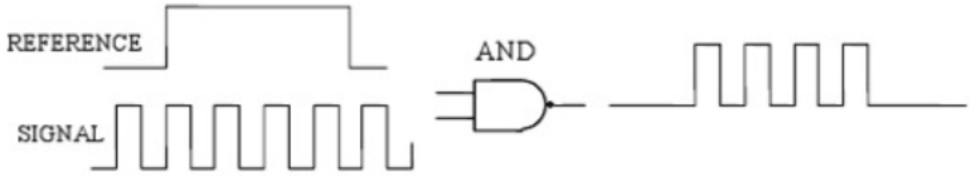

Figure 2 – Schéma du principe du fréquencemètre dans le Duffait Elec. (D'ailleurs, référez-vous plutôt à celui du bouquin, plutôt qu'à cette image trouvée sur internet à l'arrache.)

☕

On présente la chose avec deux GBF, l'un délivrant le signal porteur 1, l'autre délivrant un signal 2 de la forme voulue (créneau, amplitude pic-à-pic 5 V, offset 2.5 V, fréquence n'importe, ici 120 Hz).
Conclusion, ça marche bien à basse fréquence mais souvent à 1 ou 2 Hz près. À haute fréquence, le fréquencemètre n'arrive plus à compter.

1.2.2 Fréquence d'un diapason

On va donc essayer de compter la fréquence émise par un diapason, captée par un micro. Le signal étant un signal sinusoïdal, centré sur zéro, d'amplitude inconnue, il faut le convertir en signal de la forme voulue. Pour cela on va (en fait, non, parce que ça marche pas... mais en théorie, c'est ça donc on vous le met quand même) utiliser un montage dont le schéma est dans le poly de TP et aussi dans le Duffait, a priori, donc vous le retrouverez (je n'ai pas réussi à mettre la main dessus facilement).

Le montage est composé d'un montage à hystérésis, transformant le signal sinusoïdal en signal créneau -15 V/+15 V (régime en saturation basse ou haute), suivi d'une diode passante (→ créneau 0 V - 15 V) et d'un pont diviseur de tension (→ créneau 0 V - 5 V) et finissant par un montage suiveur pour adapter l'impédance.

☕

Pour montrer le fonctionnement du montage précédent, on applique un signal d'entrée sinusoïdal de fréquence $f = 440\,Hz$ avec le GBF, et on observe la sortie : on obtient un signal créneau 0 V - 5 V de même fréquence.

☕

Mesure de la fréquence d'un diapason La 440 Hz

✍ Duffait Electronique ⏲ 2 min

On remplace le GBF par le signal d'un micro proche de la caisse de résonance d'un diapason qu'on excite et on regarde combien le compteur donne : de la merde, certainement (mais il est censé afficher $f = 440 \pm 2$ Hz). Du coup on va utiliser un fréquencemètre commercial beaucoup plus précis. Mais le principe reste le même.

Si a priori ça ne marche pas, c'est peut-être dû à l'intensité un peu arbitraire du signal issu du micro et du diapason, du montage merdique précédent (il y a toujours un problème sur un des composants...) ou que sais-je.

On peut aussi modifier la fréquence d'un diapason à l'aide d'une petite masselotte fixée sur l'un des bras du diapason. En mesurant la fréquence au fréquencemètre, on se rend compte que la fréquence est proche. Si de plus, on lance deux diapasons, de fréquences proches mais non égales, on entend des battements mais on ne peut plus mesurer la fréquence au fréquencemètre, le système devient plus complexe. On va donc utiliser la méthode de la détection synchrone, dite aussi hétérodynage dans un cas plus général.

2 Mesure indirecte par détection synchrone

✍ Jolidon, BUP n°804

2.1 Principe de la détection synchrone

Jusqu'ici, on a pu mesurer des fréquences sans aucun a priori sur leur valeur, juste avec une idée de leur ordre de grandeur pour choisir entre le chronomètre et le fréquencemètre. L'idée originale de l'hétérodynage est de se servir de l'information dont on dispose sur la fréquence à mesurer pour la mesurer plus précisément. Ainsi, dans le cas de l'effet Doppler, on alimente l'émetteur avec du 40 kHz ; en fonction de sa vitesse, on ne sait pas exactement combien vaudra la fréquence mesurée par le récepteur (c'est là tout l'intérêt de la mesurer, me feront remarquer les plus perspicaces d'entre vous), mais on se doute bien qu'elle ne sera pas très éloignée de 40 kHz. L'astuce consiste donc à multiplier ce signal de fréquence $f = 40\,\text{kHz} + \delta f$ inconnue par un signal sinusoïdal à 40 kHz, ce qui nous donne en sortie un signal avec deux fréquences : δf les battements, et $80\,\text{kHz} + \delta f$ la porteuse. On place un filtre passe-bas en sortie et on récupère une sinusoïde de fréquence δf de l'ordre de 10 Hz, que l'on peut mesurer avec une précision diabolique (à l'oscilloscope, par exemple). C'est le principe de l'*hétérodynage*.

En fait, la principale incertitude qu'on a sur la mesure en sortie ne vient pas du phénomène mesuré, mais des GBF : à quel point peut-on leur faire confiance pour générer la même fréquence 40 kHz, et pas 40002 Hz pour l'un et 39999 Hz pour l'autre, ce qui ruinerait complètement notre mesure d'effet Doppler ? Réponse : on utilise le même GBF dont on dédouble la sortie (ATTENTION : à utiliser avec modération ! Un vieux sage a dit que "les T il faut tous les brûler, c'est de la merde"). On est alors sûr que c'est bien la même fréquence qu'on envoie et dans l'émetteur d'ultrasons et dans le multiplieur. Dans ce cas, on ne parle pas d'hétérodynage mais de *détection synchrone*.

2.2 Application à l'effet Doppler

☕

Effet Doppler par détection synchrone

✍ Jolidon, BUP n°804 ⏲ 5 min

On utilise le banc de la collection pour illustrer l'effet Doppler. Un émetteur mobile envoie un signal ultrasonore (soit $f_0 = 40\,\text{kHz}$) à un récepteur. Les signaux de l'émetteur et du récepteur sont envoyés sur un multiplieur suivi d'un filtre passe-bas et on observe le signal de sortie à l'oscilloscope. Lorsque l'émetteur n'est pas en mouvement, on ne détecte aucun signal. En revanche, dès que ce dernier a une vitesse non nulle (constante, de préférence) on enregistre un signal de fréquence δf.
On mesure la vitesse de l'émetteur avec des détecteurs séparés d'une distance fixe, qui mesurent le temps de parcours entre ces deux émetteurs (en vrai, c'est les mêmes détecteurs que pour le TP sur la chute d'une bille). Ainsi on remonte à une valeur plutôt précise de la vitesse v de l'émetteur.
On trace ensuite δf mesurée en fonction de v et on fait une régression linéaire (figure 3). On doit trouver : $\delta f = a/t = f_0 v/c$

Lorsque le système devient plus complexe et que le signal périodique n'est pas parfaitement sinusoïdal, c'est qu'il existe plusieurs fréquences. On peut alors décomposer le signal en série de Fourier, avec plusieurs fréquences. Pour mesurer ces fréquences on utilise l'outil FFT : Fast Fourier Transform.

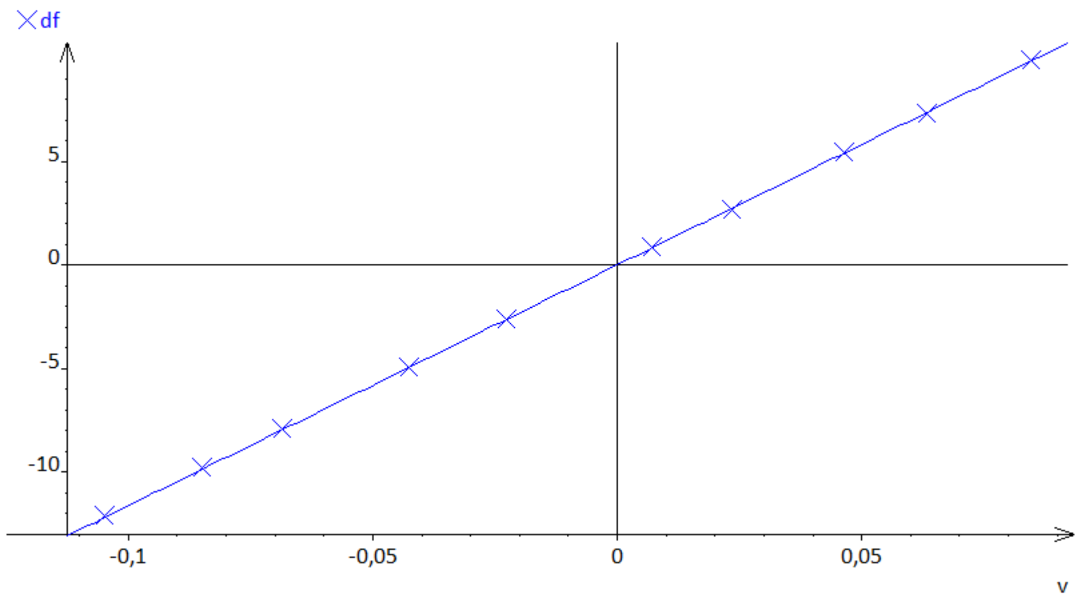

Figure 3 – δf en fonction de v.

3 Analyse numérique des périodes propres par FFT

✍ Jolidon, BUP n°867

On prendra l'exemple de quatre pendules couplés. Le système ayant quatre degrés de liberté (les positions des masses), on a donc quatre fréquences différentes (cf cours sur les phonons). Ces fréquences-là doivent vérifier la loi de dispersion :

$$\omega_{N,p}^2 = \Omega_1^2 + 4\Omega_2^2 \sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N-1)}\right),$$

avec p l'ordre de la fréquence, N le nombre de pendules (ici 4 ; on le note parce qu'on peut faire plus de mesures avec $N = 3$, en fixant une des masses : on a alors plus de points sur la courbe de la loi de dispersion) et $\Omega_1^2 = g/L$, $\Omega_2^2 = k/m$.

Pour les incertitudes sur k, L et m, on se contente des incertitudes statistiques obtenues en moyennant les valeurs correspondant à tous les ressorts, masses et longueur de corde.

Pendules couplés

✍ Jolidon, BUP n°867 — ⏲ 5 min

On applique un mouvement quelconque aux pendules. On se rend compte qu'on n'arrive pas à voir des périodes facilement, c'est impossible à mesurer au chronomètre. On doit donc utiliser une autre méthode de mesure : l'analyse numérique par transformée de Fourier. Pour cela on enregistre le mouvement des pendules à l'aide d'une caméra videocom, les réflecteurs sur les masses des pendules renvoient la lumière émise par les LED au niveau de la caméra, ce qui permet de repérer simplement la position des masses. On applique ensuite la FFT sur les signaux des positions et on observe quatre pics identiques pour chacun des pendules correspondant aux fréquences propres. On trace ensuite le carré de ces fréquences en fonction de $4\sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N-1)}\right)$ pour retrouver la relation de dispersion (figure 4).

Conclusion et ouverture

Nous avons vu qu'il existe de nombreuses méthodes de mesure de fréquences, mais il en existe d'autres, comme le stroboscope (par comparaison de fréquences). On peut aussi mesurer des longueurs d'ondes avec un banc hyperfréquence (mais il faudrait alors utiliser la vitesse des ondes dans l'air) ou un Michelson ou un Fabry-Pérot dans le domaine de l'optique.

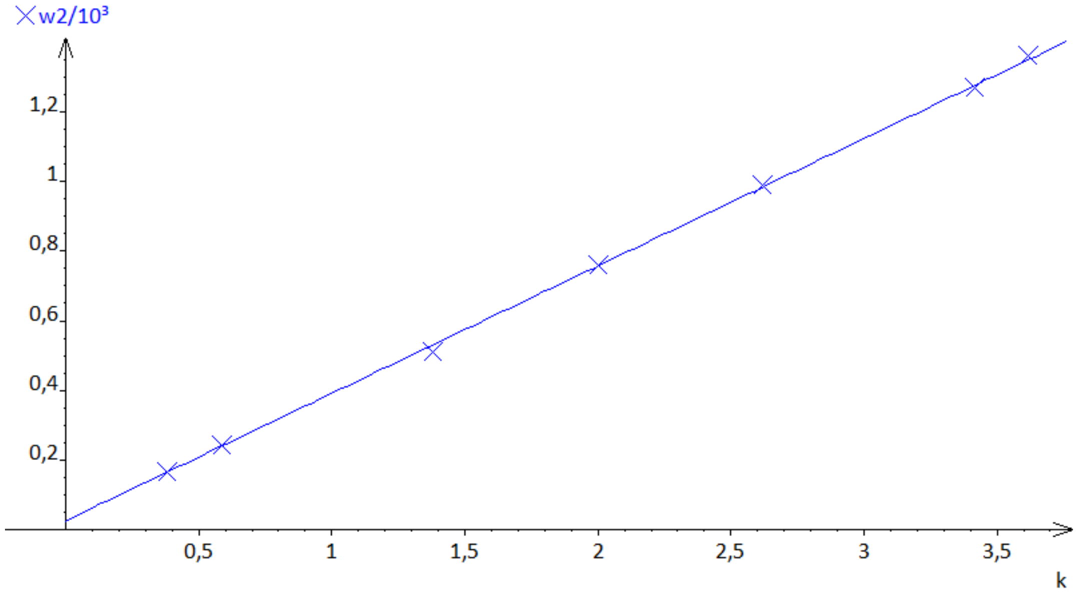

FIGURE 4 – Carré des fréquences excitées des pendules $\omega_{N,p}^2$ en fonction de $4\sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N-1)}\right)$.

Questions, commentaires, brouillon...