

---

# MESURE DE FRÉQUENCES TEMPORELLES (OPTIQUE EXCLUE)

---

## Niveau

## Commentaires du jury

- Le jury est visiblement beaucoup plus sensible à la pertinence du choix des manip et à la clarté des explications qu'à la complexité de celles-ci. C'est un montage de métrologie, pour lequel il faut beaucoup soigner la discussion sur les incertitudes, d'autant plus que les expériences sont simples. Pousser l'exploitation jusqu'au bout, notamment quand on obtient une valeur numérique d'une grandeur physique, il faut toujours se poser la question de sa cohérence (ordre de grandeur, signe, unité) et la comparer explicitement à une valeur attendue (notice, grandeur tabulée, constante fondamentale....) afin de conclure de façon pertinente la mesure (fidélité, justesse, précision....).
- Expliquer le choix des composants utilisés pour chaque partie du circuit, surtout si c'est un montage type « boîte-noire » précâblé (le jury est alors très critique voire dubitatif devant ceux-ci).
- Effet Doppler : Une fois la mesure de la vitesse du son bien obtenue, il est impératif de conclure et de citer une application (mesure de la température de la pièce par exemple, cf héliosismologie).
- Il faut être au courant de la résolution spectrale de la FFT, du critère de Shannon, ce qui est fondamental dans ce montage métrologique consacré aux fréquences. Le jury ne s'attend pas à ce qu'on présente des manip parfaites avec des incertitudes très petites, il vaut mieux avoir de grandes incertitudes et être honnête sur le résultat du moment qu'on peut le justifier et l'expliquer. On attend des illustrations de différents domaines : électronique, mécanique (pendule).

## Bibliographie

- Des détails sur les éléments de circuits électriques : multiplieur et ampli logarithmique.

## Pré-requis

—

## Expériences

—

## Table des matières

|   |                                                                 |   |
|---|-----------------------------------------------------------------|---|
| 1 | Mesure de fréquence en chronométrant une période                | 2 |
| 2 | Mesure au fréquence-mètre                                       | 3 |
| 3 | Mesure de fréquence avec la transformé de Fourier               | 6 |
| 4 | Mesure de deux fréquences proche grâce à la détection synchrone | 6 |
| 5 | Questions                                                       | 7 |
| 6 | Manipulation surprise :                                         | 7 |

# Introduction

Les mesures de fréquences ont une importance capitale en métrologie. Historiquement, c'est à partir de la fréquences d'oscillation de pendules que l'on mesurait  $\vec{g}$ . Mais la seconde est également défini à partir d'une mesure de fréquence : c'est 9 192 631 770 fois la période de radiation correspondant à la transition entre 2 niveaux d'énergie de l'atome de Césium 133. Ça permet aussi de mesurer des vitesses : de l'expansion de l'univers au voitures sur l'autoroute, on réalise des mesures de fréquences.

On va ici présenter différentes méthodes de mesure de fréquences, en soulignant à chaque fois leurs intérêts et leurs limites, en commençant par mesurer  $\vec{g}$

## 1 Mesure de fréquence en chronométrant une période

Expérience introductive (mais quantitative). On motive ce que l'on cherche dans une mesure de fréquence : remonter à des grandeurs physique.

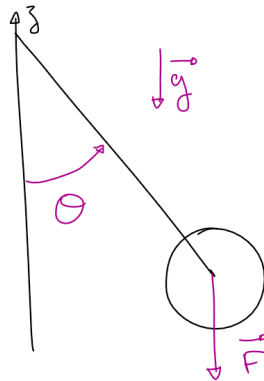


FIGURE 1 – Pendule

### Matériel :

- Pendule pesant permettant de déplacer une masse
- Chronomètre
- Regressi

Finalement on a pris un pendule simple.

On considère un pendule pesant dont la tige est caractérisé par un moment d'inertie  $J$  sur laquelle on peut déplacer une masse  $m$  :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-mgl}{(J + ml^2)} \sin(\theta) \quad (1)$$

Attention on a supposé ici que le centre d'inertie était positionné au centre de la masse. On se place dans l'approximation des petits angles :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-mgl}{(J + ml^2)} \theta \quad (2)$$

On a donc une fréquence d'oscillation de :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{(J + ml^2)}} \quad (3)$$

On mesure la fréquence d'oscillation en chronométrant plusieurs périodes : pour  $n$  périodes on chronomètre  $\Delta t \pm \delta t$ . On a donc  $f = \frac{n}{\Delta t} \pm \frac{n\delta t}{(\Delta t)^2}$

On mesure la fréquence pour différentes valeurs de  $l$ . On peut ensuite en déduire  $g$ .

- Si on considère  $J$  connue, alors en traçant  $(2\pi f)^2 \frac{J+ml^2}{m} = f_{unc}(l)$  on a une droite de pente  $g$
- Si on ne connaît pas  $J$ , alors il faut tracer :  $(2\pi f_0)^2 ml^2 = f_{unc}\left(\frac{ml}{(2\pi f_0)^2}\right)$  car on a la relation :  $(2\pi f_0)^2 ml^2 = g \left(\frac{ml}{(2\pi f_0)^2}\right) - J$ . La pente donne alors à nouveau  $g$

Nous avons pu ici mesurer la fréquence car les périodes sont assez longues, qu'en est-il quand les oscillations sont plus rapides ? Par exemple dans le cas d'un diapason. La note que l'on entend correspond à la propagation d'une onde de surpression, qui oscille à une fréquence  $f$  que nous ne pouvons pas mesurer en chronométrant.

## 2 Mesure au fréquence-mètre

On va essayer de mesurer la fréquence d'une note d'un diapason. Pour cela on va fabriquer notre propre fréquence mètre.

**Matériel :**

- 1 diapason
- 1 micro et son adaptateur
- 1 AO (ou 2 si on veut faire le suiveur)
- 4 résistances avec  $R_1 \ll R_2$  et  $2R_4 = R_3$
- Diode
- Porte ET (ou deux porte NON ET)
- Porte NON ET
- Bascule JK
- Horloge TBF
- Compteur

Le principe est de compter le nombre d'oscillations que l'on a en une seconde ce qui nous donne directement la fréquence.

- On commence par transformer le signal d'entrée pour qu'il puisse être compté par notre compteur (qui permet de compter le nombre de dents d'un créneau d'amplitude 0-5V) :
- On utilise un comparateur à hystérésis à seuil très faible. On a alors en sortie un créneau  $-15/15V$  avec la même fréquence que le signal d'entrée. On choisit un seuil très faible de sorte que l'on change de  $+15$  à  $-15$  dès que l'on passe par 0.
- On redresse le courant pour ne garder que les tension positive à l'aide d'une diode. On a alors un signal 0/15V.
- Avec un pont diviseur de tension pour se ramener à une tension entre 0/5V.
- On multiplie le signal avec le signal issu d'une horloge de fréquence 0.5 Hz (avec une porte ET). On a alors pendant une seconde un créneau à la fréquence recherché et pendant 1s rien.
- On compte le nombre de dent du créneau grâce au compteur

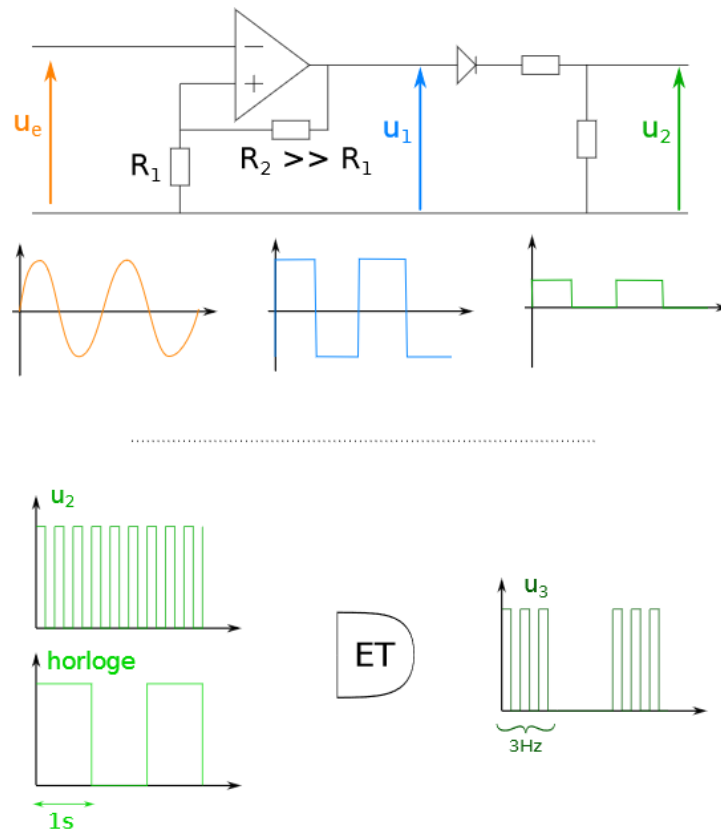


FIGURE 2 – Prince du fréquence mètre source De La Salle, On notera qu'il y a un suiveur en sortie de  $u_2$  dans le facicule de TP

Là soit on mesure qu'une fréquence, soit on fait plusieurs mesures en fonction de la position d'une masse sur un diapason mais je ne suis pas sûr qu'il y ait une loi sympa...

Par rapport aux incertitudes : La moitié du temps, le compteur comptera une monté de moins que le nombre de période. On a donc un incertitude de 1 Hz quelque soit la fréquence (tant que cela reste mesurable par le compteur).

On peut noter que s'il y a du bruit, ou qu'il n'y a pas qu'une seul fréquence contenue dans le signal, il est possible que notre comparateur à hystérésis induisent des créneaux supplémentaire non voulue, ce qui fausse la mesure.

Attention il est important de mettre une résistance et une capa en parallème de la dernière porte ET du fréquence mètre sinon à haute fréquence, il y a du bruit du aux portes ET.

#### Transition :

Cela marche bien si on a un signal bien définit avec une seule fréquence, ce n'est pas le cas pour tout les signaux, en

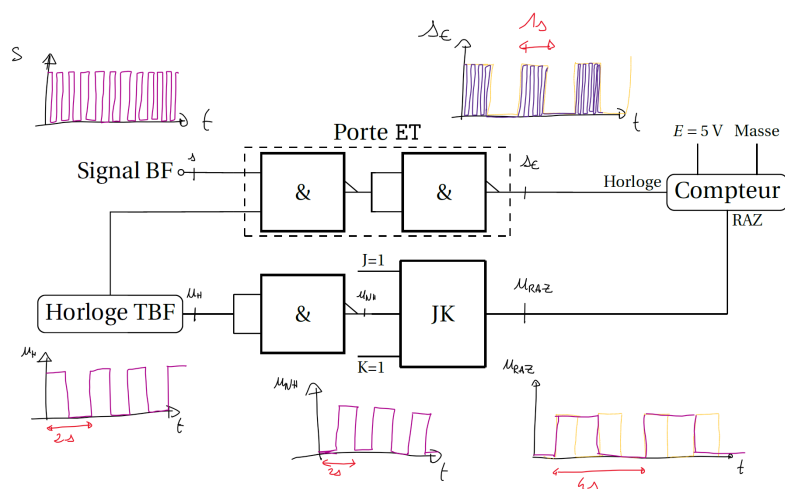


FIGURE 3 – *Principe du compteur détaillé*

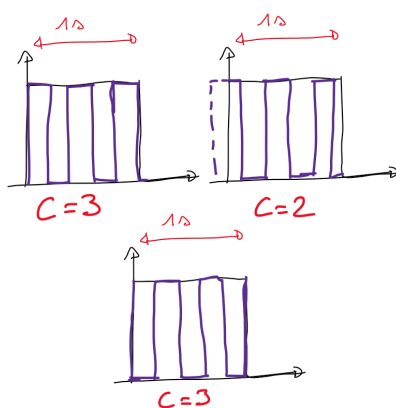


FIGURE 4 – *Incertitude*

effet si on prends une flûte par exemple, même si l'on peut reconnaître une note (une fondamentale), elle possède plusieurs harmoniques.

### 3 Mesure de fréquence avec la transformé de Fourier

**Matériel :**

- Flûte
- Micro et addapteur
- Plaquette latis pro
- Ordinateur

On veut mesurer la fréquence du fondamentale d'un la<sub>3</sub> d'une flûte à bec et de ses 3 premiers harmoniques. Finalement on l'a fait avec deux diapasons l'un en face de l'autre. L'intérêt de cette manip est de déterminer les paramètres optimaux permettant de faire la TF. On doit respecter le critère de Shannon qui est :

$$f_e > 2f_{max} \quad (4)$$

On veut avoir les 3 premiers harmoniques, donc  $f_{max} = 1760 \text{ Hz}$ . De plus la résolution de la FFT est  $\frac{f_e}{N}$  où  $N$  est le nombre de point que l'on prends. Aussi plus on augmente  $f_e$  et mieux on vérifie le critère de Shannon mais plus on diminue la résolution. Le choix du nombre de point dépend aussi de la durée du signal. Si on choisit  $f_e = 4 \text{ kHz}$  on a alors  $T_e = 2.5 \times 10^{-4}$ . On veut au moins 100 oscillations de la fréquence la plus faible par exemple. On veut donc une acquisition de  $\delta t > 100/f_{la} = 0.23 \text{ s}$ . On peut par exemple prendre  $\delta t = 0.3 \text{ s}$

On peut pointer les première harmonique et montrer qu'elle sont toutes multiple de la première.

Alors moi je suis pas contre, par contre, ce qui m'embête c'est que l'aspect expérimentale des TF nécessite de faire beaucoup d'explications. Genre en gros, il me semble pour que ce soit vraiment intéressant il faut le faire sur latis pro (direct sur l'oscillo c'est trop boîte noire et les paramètres important de quantification sont déjà fait pour toi), parce que ce qui est intéressant c'est de bien choisir la fréquence d'échantillonnage et le temps d'acquisition. Du coup pour que ce soit intéressant il faut les justifier. Genre il faut pas que tu rentres des valeurs et que tu sorte un spectre direct... Mais si c'est bien présenté ça peut être très bien, surtout qu'il me semble que c'est quelque chose d'important en TP au lycée et prépa. *Après en 30 minutes c'est chaud quoi...*

### 4 Mesure de deux fréquences proche grâce à la détection synchrone

Quand on a deux fréquences proche on peut vouloir les séparer. Pour cela on peut par exemple utiliser la détection synchrone. On va illustrer ce principe avec le banc à effet Doppler. C'est le principe qui est utilisé dans les radars (de la route mais pas à la même fréquence).

**Matériel :**

- Banc Doppler avec alimentation
- Capteur de position relié à un chronomètre pour détermination de la vitesse de l'émetteur mobile.
- Multiplieur
- R et C pour passe bas

L

Le principe de l'effet Doppler est que lorsqu'un émetteur et un récepteur ont une vitesse relative non nulle, la fréquence reçue par le récepteur est modifiée par rapport à celle émise par l'émetteur. Ici on considère un émetteur qui avance à une vitesse  $v_e$  vers le récepteur.

$$f_r = \frac{c}{c - v_e} f_e \quad (5)$$

On fait une détection synchrone pour trouver la variation de fréquence.

Le principe de la détection synchrone est le suivant :

- On multiplie le signal de sortie avec celui d'entrée. On a donc un produit de cosinus de fréquence différentes qui peut se réécrire :

$$\cos(2\pi f_e t) \cos(2\pi f_r t) = \frac{1}{2} (\cos(2\pi(f_e + f_r)t) + \cos(2\pi(f_e - f_r)t)) \quad (6)$$

On a donc deux fréquences dont une très grande et l'autre petite ( $\delta f$ ).

- On utilise un filtre passe bas pour couper la haute fréquence. Un filtre d'ordre 1 fonctionne bien avec une fréquence de coupure de l'ordre de 50 Hz

La question est comment mesure-t-on cette fréquence à la fin ? On a tout fait pour pas utiliser l'oscilloscope.... Si on es serain on utilise notre fréquence mètre!!

## 5 Questions

- C'est quoi un pendule simple (non pesant) ?
  - C'est un pendule dont la taille caractéristique de la masse qui oscille est petite devant la distance à l'axe de rotation.
- Comment tu justifie l'incertitude sur le temps pour la période d'un pendule ?
- Quel sens donné à la fréquence d'un signal amortie ?
- C'est quoi la caisse en dessous du diapason ? Une caisse de résonnance ?
  - C'est une caisse qui permet une bonne adaptation d'impédance.
- C'est quoi l'intérêt du montage à hystérésis dans le fréquence mètre ?
  - Il permet de s'affranchir d'un certain niveau de bruit de la source.
- Quelle précision est nécessaire en musique ? Comment fonctionne un accordeur ?
- C'est quoi la bande passant de l'AO dans la manière où on l'utilise ?
- Ici on est limiter par le Slew-Rate : la pente en temps pour passer de  $-V_{sat}$  à  $+V_{sat}$  qui est de l'ordre de  $10^5$
- Comment fonctionne la FFT
  - Cela fonctionne avec une méthode récursive pour calculer les coefficient de fourrier. Grâce à ce choix récursif on a une complexité en  $O(n \ln(n))$
- Quel est l'intérêt de la détection synchrone ? (pensez à expliciter plus l'objectif en présentant)
- Quel est le fonctionnement du chronocapteur ?
- Est-ce qu'il y a de la diffraction au niveau de l'émetteur dans le banc Doppler ?
  - Oui
- Comment on peut s'affranchir de la dépendance en amplitude avec l'éloignement ?
  - Faire une lentille (avec un gaz par exemple)
- c'est quoi le spectre du signal après la détection synchrone et comment on peut améliorer la détection synchrone ?
  - Fréquence à  $\delta f$  et  $f_e + f_r$ . On peut optimiser en prenant un filtre d'ordre supérieur (pas utile ici.)

## 6 Manipulation surprise :

Déterminez le coefficient de restitution d'une balle de ping pong.

En répétant plusieurs fois un laché d'une hauteur déterminée et en mesurant la hauteur de rebond, on peut remonter au rapport : énergie finale sur énergie initiale. Il est également possible de remonter à ce rapport en chronométrant le temps entre deux rebond grâce à un micro par exemple. Il faut avoir en tête que l'on suppose ici que le coefficient de restitution est indépendant de la vitesse.