

# MP 28 – Instabilités, non linéarités

31 mai 2021

Clément Gidel & Pascal Wang

**Niveau :**

**Commentaires du jury**

**Bibliographie**

✦ *Le nom du livre, l'auteur*<sup>1</sup>

→ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

**Prérequis**

➤ prérequis

**Expériences**

☞ Biréfringence du quartz

**Table des matières**

## Introduction

## Conclusion

Ouverture :

## Plan : Clément

A mon avis le plan de Corentin est idéal. On a 2 instabilité (VDP et Rayleigh Plateau) et 2 NL (Bordas et élément NL).

I) Pendule aux angles moyens. On fait pas en live la linéarité mais on montre que le capteur est bien linéaire. On fait une acquisition en live pour montrer les premiers effets de la linéarité : enrichissement des harmoniques ( à 3 f ) **a mettre bien en valeur au tableau**. On fait aussi la formule de Bordas avec un fit et les incertitudes associées.

II) Oscillateur de VDP. 1) Element NL. On étudie la NL en électronique, on fait sentir que le mutiplieur va introduire une NL (Attention, bien mettre les hypothèses comme ampli idéaux. On détaille pas plus que ça à mon sens les calculs mais on dit qu'on a bien une carac NL grâce aux multiplieurs (regarder un peu en détail le calcul en préparation).

Ensuite, comme le fait Corentin on cable notre propre élément NL **pour montrer la forme de la caractéristique seulement. Les mesures des coeff  $\alpha$  et  $\beta$  sont elles faites sur le boitier car c'est celui ci qu'on va utiliser.**

On fait alors une FFT pour se convaincre que c'est NL en envoyant un sinus et en sortie en ayant d'autres harmoniques.

2) Oscillateur VDP. l'idée ici c'ets d'utiliser notre élément NL précédent (**Bien mettre en valeur au tableau qu'on réutilise ce qu'on a fait juste avant**). On montre l'existence d'une valeur critique de la résistance : On peut montrer la trajectoire dans le plan de phase et donc le cycle limite, on doit trouver  $R_{NL} = -\alpha R_{C1}$ . La mesure quantitative est : pour différentes valeur de RNL proche de la bifurcation, et on mesure la valeur de l'amplitude des oscillations. On trace ainsi le diagramme de bifurcation (cf Krob p 172).

**Le pb sur le boitier déjà câblé c'est qu'on peut pas partir d'une condition initiale qqc pour montrer la convergence vers le cycle limite. Cependant, on peut montrer qu'on a un point fixe pour RNL assez grand et un cercle qui se déforme pour RNL petit. On montre alors qualitativement les différents régimes avant de tracer le diagramme de bifurcation**

Yohann Faure : Tracer en mode XY les cycles (plus ou moins déformés) dans le plan de phase. En ouvrant le circuit puis en le refermant, on devrait voir la convergence vers le cycle limite par des oscillations à l'intérieur ou à l'extérieur du cycle selon le conditions limite (ouverture de la branche contenant l'élément non linéaire ou court-circuit de l'entrée inverseuse du premier AO en la reliant à la masse). En effet, on a convergence depuis la conditon initiale (intérieur du cycle dans le premier cas, extérieur dans le second à cause de la saturation des AO). L'utilisation du mode persistance de l'oscilloscope est très utile.

Corentin propose de tracer le log de l'amplitude des oscillations au voisinage de la résistance critique en fonction du log de  $(RNL - R_{critique})$  pour trouver en gros l'exposant critique : En dessous d'une certaine résistance critique l'origine qui était une spirale stable devient une spirale instable entourée d'un cycle limite stable. Ce cycle limite est caractéristique des systèmes non-linéaires en 2D, il n'est pas possible d'en obtenir en linéaire. Je pense que c'est relativement rapide. **Penser à regarder sur le Krob ce qu'on mesure exactement. Si j'ai bien compris on mesure l'ampli des oscillations quasi sinuoidales. On trouve bien une relation affine mais un coeff directeur proche de 0.7 au lieu de 0.5 bon après on avait pas exactement la bifurcation à la résistance critique ce qui peut expliquer la différence.**

III) Instabilité de Rayleigh Plateau. Idée de la manip : on fait couler un liquide dans une burette, perturbation au filet d'eau intial donne une condition sur la longueur d'onde des modes instables qui vont se développer. On regarde alors quand le filet devient des gouttes et nous extrayons l'écartement moyen, assimilé à la longueur d'onde du mode le plus instable. **On peut faire le traitement d'une image en live : on mesure  $r_0$  rayon du cylindre initial et on mesure  $\lambda_{max}$  avec la moyennation sur le nombre de gouttes qu'on a sur l'image. On insiste ensuite sur l'incertitude qui est purement de nature statistique et pas liée à la résolution et on montre les résultats faire en préparation.**

**Astuces :** Pour Rayleigh Plateau on prend une burette pour controler le jet qu'on met au max pour mettre le débit constant. P 105.58 pour faire réservoir d'eau. Hydroxyde de calcium pour réfléchir. Caméra IDS 32.27. Trépied 32.11.

Objectif de 50 mm mais on peut prendre plus petit. On choisit 20 Hz pour le strombo, 60ms pour le temps d'exposition. **Attention à secouer la poudre dans les tuyaux pour remettre un peu de solide dans les gouttes.**

De plus, se mettre dans le noir obligé.

## Passage

### Plan

Non linéarité : équation non linéaire. Principe de superposition non vérifié. Phénomènes associés : saturation, seuils, enrichissement des harmoniques, période d'oscillation qui dépend de l'amplitude.

I/ Pendule pesant aux grands angles. 1) Etalonnage. 2) Formule de Borda. 3) Portrait de phase et enrichissement spectral. Spectre au début et à la fin d'une acquisition de 5 min

II/ Oscillateur à relaxation, synchronisation.

### Questions

- Comment calculer la formule de Borda ? Utiliser la conservation de l'énergie pour exprimer  $dx/dt$  en fonction de  $x$  et injecter dans  $T = \int dx/(dx/dt)$ .
- Fonctionnement d'un potentiomètre ?
- C'est combien la limite des petits angles ?
- Pour la formule de Bordas, pourquoi avoir pris sur une seule période ? Car la période dépend de l'amplitude, et aux très grands angles, l'amplitude varie beaucoup.
- Pour l'amplitude, mesure max et min même si elle varie un peu, car on n'est pas sûr d'avoir fait le zéro parfaitement bien.
- Dans la transition grands angles petits angles, est ce que la seule observation est que le pic secondaire dans la tf disparaît (disparition des fréquences secondaires) ? Non, la période change donc le pic se décale.
- Pour le portrait de phase, faire attention aux axes, mettre les mêmes échelles (????) pour voir si on a un cercle, ou dans quelle sens est étirée l'ellipse.
- Pour le lissage, latispro ne fait pas des moyennes sur les points, mais il fait des interpolations de paraboles sur quelques points (nb de point dépend si lissage fort ou faible).
- Si on met plus que deux métronomes, cela change le temps d'établissement de la synchronisation.

### Commentaires

## Passage : Charlie

### Plan :

I) Pendule pesant, expression de la pulsation propre (cf fascicule). On fait une acquisition pour des angles moyens, on cherche à voir les harmoniques à  $3f_0$  qui apparaissent (pas mis en valeur au tableau). On mesure l'amplitude max pour différentes mesures pour remonter à la formule de Bordas et faire un fit des coeff  $T = T_0(1 + 1/16\theta_m^2 + 11/3072\theta_m^4)$ . On trouve comme coeff  $\pm$  et  $\pm$ , l'incertitude associée

pulsation propre :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{MgL}{J_0 + ML^2}}$ , et  $T_0 = 1.13 \pm 0.09s$ . Formule de Borda :  $T(\theta) = T_0 \left(1 + \frac{\theta^2}{16} + \frac{11}{3072}\theta^4\right)$  résultats :  $T = T_0(1 + a\theta^2 + b\theta^4)$ , on mesure  $T_0 = 1.122 \pm 0.006s$ ,  $a = (71 \pm 17)10^{-3}$ ,  $b = (2 \pm 8)10^{-3}$

II) Élément non linéaire. on a une fonction de transfert type  $s = \alpha e + \beta e^2$ , où  $\alpha, \beta = f((R, Ohm))$ . On fait une acquisition sur latis-pro/regressi pour déterminer par régression linéaire les valeurs de  $\alpha = 0.344$  et  $\beta = 0.132V^{-2}$ .

III) Oscillateur de Van der Pol. On fait le montage classique, cf photo. On fait ensuite la mesure de  $\alpha$ .

IV) Pendule tournant. On mesure l'angle d'inclinaison du pendule en projetant l'ombre fait par par une Quartz-iode sur un rapporteur en papier. C'est purement une expérience qualitative.

## Remarques/commentaires

- On a quand même 400% d'erreur sur le deuxième coeff de la formule de Bordas, à partir de ce moment là, on a des questions à se poser sur les incertitudes.
- Est-ce qu'on doit régler l'offset des AO avant de faire les expériences ?
- 🚫 Important de contextualiser l'instabilité et la non linéarité dans ce montage.
- Important de dire quel thème on traite dans chaque sous partie (instabilité ou NL).
- La manip claire sur l'instabilité est le pendule pesant, ça vaut peut être le coup de la présenter en 1er.
- g

## Questions

- Def instabilité et non linéarité. Comment on va qu'on est NL sur le pendule pesant ? Période qui dépend de l'amplitude et enrichissement des harmoniques.
- Pourquoi est-ce qu'on ne voit pas très bien l'harmonique 3 ? Il y a un facteur 1/3 skip.
- Comment on mesure l'angle ici ? Capteur linéaire (potentiomètre, on a résistance qui change avec position donc tension qui change).
- Portrait de phase : ellipses signifie qu'on est en régime linéaire. Il faudrait être plus précis dans l'acquisition des signaux pour montrer la non-linéaire.
- Comment on a mesuré la période ? Via Latis pro avec sa modélisation, et l'incertitude est mesurée "à la main".
- Pertinent de faire une TF sur 5 période ? Résolution fréquentielle de 1/5 périodes, ici 0.2Hz, on va pouvoir voir le spectre sur quelle gamme ?
- Expliquer avec les mains d'où viennent les non linéarités. L'idée est que ça vient des multipliers.
- Ou sont exactement les éléments non-linéaire dans les montages électrique ?
- 🚫 Bien mettre en évidence pourquoi on choisit les différentes valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .
- 🚫 Pas de mise en évidence d'instabilité sur les manip.
- Tu veux changer de binôme ? :(
- Est-ce qu'on pourrait parler d'instabilités sur l'oscillateur de VdP ?
- Qu'est ce qu'il détermine le côté duquel le pendule part ? En pratique, position verticale équilibre instable et petite perturbation donne un côté préférentiel.
- Tu nous présente différents aspect sois de non linéaire, sois d'instabilité, peux tu nous faire le lien entre ces deux concepts ?
- Est-ce qu'il existe d'autres expérience de physique non linéaire ? Optique laser.
- Autres idées de manip : Quartz en optique mais difficilement faisable.
-