

Fonctions et algorithmes avec boucles conditionnelles

1 Arithmétique

Question 1.1 (Décomposition base k). *Écrire une fonction Python qui prend en arguments deux entiers n et k et qui renvoie le nombre de termes dans la décomposition base k de n .*

Question 1.2 (Algorithme de Héron). *L'algorithme de Héron pour le calcul de la racine carrée de $a > 0$ consiste en le calcul de la suite $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$ en fonction d'un x_0 tel que $0 < x_0 < a$.*

Écrire une fonction Python prenant en arguments x_0 , a et n et renvoyant le n -ième terme de la suite. Comparer avec le résultat de la fonction Python `math.sqrt`.

Question 1.3 (Test naïf de primalité). *Écrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et qui renvoie `True` si n est premier et `False` sinon. Afin d'accélérer l'algorithme, on pourra remarquer que si $n = b \cdot q$ alors ou bien $b^2 \leq n$, ou bien $q^2 \leq n$.*

Question 1.4 (Persistance d'un entier).

- (1) *Écrire une fonction Python `prod` qui prend en argument un entier et qui renvoie le produit de ses chiffres.*
- (2) *La persistance d'un entier n est le nombre minimal de fois qu'il faut itérer `prod` avant de tomber sur un nombre compris entre 0 et 9, c'est-à-dire le plus petit $i \geq 0$ tel que $0 \leq \text{prod}^i(n) \leq 9$. Écrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et qui renvoie sa persistance.*