Sasha Bontemps
Noyau parfait des groupes de Baumslag-Solitar généralisés

Muni de la topologie de Chabauty, l'espace des sous-groupes $\mathrm{Sub}(G)$ d'un groupe infini dénombrable G est un sous-ensemble fermé de l'espace de Cantor sur lequel G agit par conjugaison. Il contient un sous-ensemble $K(G)$ fermé sans point isolé et maximal pour l'inclusion, appelé noyau parfait de G. Ce fermé est invariant par conjugaison.

Dans cet exposé, nous verrons que l'action d'un groupe G sur un arbre orienté T peut donner des informations sur le noyau parfait de G et sur la dynamique induite par l'action par conjugaison de G sur $K(G)$. En 2023, Azuelos et Gaboriau ont prouvé qu'une action acylindrique donnait lieu à une orbite dense dans l'adhérence de l'ensemble $S_\infty(G,T)$ des sous-groupes de G agissant sur T avec une infinité d'orbites d'arêtes, et que cet ensemble était contenu dans le noyau parfait.

Dans la continuité du travail effectué par Carderi, Gaboriau, Le Maître et Stalder sur les groupes de Baumslag-Solitar, on étudie l'espace des sous-groupes des groupes de Baumslag-Solitar généralisés non moyennables, i.e. des groupes agissant de façon cocompacte sur un arbre orienté avec stabilisateurs de sommets et d'arêtes cycliques infinis. Ce sont des exemples typiques d'actions non acylindriques.

Cela induit une dynamique très différente sur le noyau parfait d'un tel groupe G. Nous montrons que le noyau parfait consiste exactement en l'ensemble $S_\infty(G,T)$ et qu'il existe une partition infinie dénombrable du noyau parfait telle que :

- une pièce de cette décomposition est fermée, toutes les autres sont ouvertes (et fermées ssi G est virtuellement le produit direct d'un groupe libre avec Z) ;
- il existe une orbite dense dans chaque pièce.

De plus, cette partition est calculable à partir du graphe de groupes de G, dans le formalisme de Bass-Serre.

Alaa Eddine Boukholkhal
Quelques problèmes de plongement isométrique et conforme

L'étude de la géométrie riemannienne remonte à Carl Friedrich Gauss, qui a exploré la géométrie des surfaces dans l'espace euclidien $\mathbb{E}^3$. Puis, Bernard Riemann a dépassé la barrière de l'espace ambiant et a introduit la notion abstraite de "variétés riemanniennes". Le problème de plongement isométrique peut se poser ainsi : Riemann a-t-il inventé plus de variétés riemanniennes que Gauss ? Dans cet exposé, nous explorerons l'histoire de ce problème jusqu'à la solution de Nash, avant d'aborder le problème de plongement conforme des surfaces.

Antoine Etesse
Autour des polynômes différentiellement homogènes

Lors de cet exposé, nous discuterons de la structure de l'algèbre des polynômes dits *différentiellement homogènes* en $(N+1) \geq 2$ variables, tronqués à un *ordre* arbitraire $k \geq 0$. Géométriquement, il s'agit des fonctions (généralisées) sur le $k$ème espace de jets $J_k\mathbb{P}^N$ de l'espace projectif de dimension N. Par exemple, pour $k = 0$, on obtient tout simplement les polynômes homogènes en $(N+1)$ variables.

Nous verrons que, pour tout $k \geq 0$, l'algèbre est finiment engendrée, et préciserons la description explicite d'un ensemble minimal de générateurs. Du point de vue de la théorie des invariants, cela fournit un « Premier Théorème Fondamental »(selon la terminologie usuelle) pour une certaine classe de groupes unipotents. (Un « Deuxième Théorème Fondamental »consisterait en la description des relations entre les générateurs, en cours d'étude).

La motivation d'une telle étude est issue de l'hyperbolicité (au sens de Kobayashi) des hypersurfaces projectives lisses. Il est en effet bien connu depuis des travaux de Siu et Demailly (entre autres) que les fonctions (généralisées) sur les espaces de jets d'hypersurfaces projectives donnent des informations assez fines sur l'hyperbolicité. Espérer appréhender de tels objets nécessite, a minima, qu'ils soient compris dans le cas des espaces ambiants, à savoir les espaces projectifs.

Albert Fathi
Une leçon d'agrég.

Théorème de Dini. Partitions de l'unité.

Emmanuel Giroux
Réduction lagrangienne et périodicité de Bott

Etant donné un type de symétrie (-1, 1 ou 0) et un module projectif de type fini sur un anneau muni d'une anti-involution, on verra que la réduction lagrangienne définit une fibration entre certaines grassmanniennes associées. La clé de la preuve est la formule de composition d'Hörmander-Sikorav. Exprimé dans dix cas particuliers (où l'anneau est une algèbre à division de dimension finie sur les réels), ce résultat donne une nouvelle démonstration de la périodicité de Bott.

Etienne Ghys
Quelques contributions mathématiques d'Ampère

En ce jour du 250ème anniversaire de la naissance d'Ampère, né à Lyon, membre de l'"Académie des Sciences, Belles Lettres et Arts de Lyon", je voudrais évoquer quelques-uns de ses résultats mathématiques. J'essaierai d'esquisser quelques points communs entre Ampère et Jean-Claude Sikorav.

Bruno Sevennec
Les parapluies de Möbius

L'artiste marseillaise Sylvie Pic a proposé lors d'un colloque de visualiser un ruban de Möbius "complet", réunion de droites. Selon le choix du plan variable dans lequel ces droites tournent, plusieurs solutions sont possibles.

Elle a alors produit une série de dessins représentant quatre choix naturels, chacun selon quatre angles, entièrement réalisés à la main. Leur compréhension mathématique donne lieu à de la géométrie algébrique pas toujours élémentaire mais "connue" depuis au moins 100 ans.

Jean-Claude Sikorav
Sur le diamètre de Hofer de tubes cotangents

Khanevsky a montré en 2009 que si $L \subset [0,1] \times (-1,1)$ est un arc de $(0,0)$ à $(1,0)$ découpant deux régions d'aires égales, donc isotope à $L_0 = [0,1] \times \{0\}$ en préservant l'aire, alors l'infimum de l'aire balayée par une telle isotopie peut être arbitrairement grand. Il a aussi annoncé le même résultat pour les courbes fermées essentielles $L \subset S^1 \times (-1,1)$ découpant deux régions d'aires égales.

Nous montrons que le premier résultat ne subsiste plus si l'isotopie est autorisée à aller dans $[0,1] \times \mathbb{R}$ tout entier, et esquissons l'adaptation de la preuve au cas de S^1. Ceci serait le premier pas pour montrer une conjecture de Viterbo (2007) sur la « norme spectrale » d'une sous-variété lagrangienne L dans un tube cotangent D^*M isotope hamiltoniennement à la section nulle.

Jean-Yves Welschinger
Mesures des amibes des courbes planes complexes aléatoires.

J'estimerai le comportement asymptotique de l'aire des amibes des courbes planes complexes aléatoires. Étant donnée une collection de bidisques complexes de taille inverse à la racine carrée du degré des courbes, cela passe par une minoration de la probabilité que l'un au moins de ces disques soit une carte locale de la courbe complexe. Il s'agit d'un travail en commun avec Özgür Kişisel.