

Is Making Tricks Tricky?

Édouard Bonnet, Florian Jamain, Abdallah Saffidine

December 2012

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.
- Jeu de levée à information complète :

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.
- Jeu de levée à information complète :
 - 2 joueurs se partageant m mains ordonnées par un *ordre* circulaire, jouent à leur tour une carte par main (en respectant l'ordre et la possession). La main gagnant la levée commence le tour suivant.

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.
- Jeu de levée à information complète :
 - 2 joueurs se partageant m mains ordonnées par un *ordre* circulaire, jouent à leur tour une carte par main (en respectant l'ordre et la possession). La main gagnant la levée commence le tour suivant.
 - Une seule règle : fournir dans la couleur lancée.

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.
- Jeu de levée à information complète :
 - 2 joueurs se partageant m mains ordonnées par un *ordre* circulaire, jouent à leur tour une carte par main (en respectant l'ordre et la possession). La main gagnant la levée commence le tour suivant.
 - Une seule règle : fournir dans la couleur lancée.
 - Bridge 4 jeux sans atout (no trump double dummy)

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.
- Jeu de levée à information complète :
 - 2 joueurs se partageant m mains ordonnées par un *ordre* circulaire, jouent à leur tour une carte par main (en respectant l'ordre et la possession). La main gagnant la levée commence le tour suivant.
 - Une seule règle : fournir dans la couleur lancée.
 - Bridge 4 jeux sans atout (no trump double dummy)
 - c couleurs, l rangs, mot de $\{A, B\}^*$ d'entremêlement des mains

Complexité de jeux de cartes de levées

- Complexité théorique de jeux combinatoires :
Échecs, Go, Dames, Hex, Pacman, Lemmings...
- UNO est PSPACE-complet.
- Jeu de levée à information complète :
 - 2 joueurs se partageant m mains ordonnées par un *ordre* circulaire, jouent à leur tour une carte par main (en respectant l'ordre et la possession). La main gagnant la levée commence le tour suivant.
 - Une seule règle : fournir dans la couleur lancée.
 - Bridge 4 jeux sans atout (no trump double dummy)
 - c couleurs, l rangs, mot de $\{A, B\}^*$ d'entremêlement des mains
 - Joueur A peut-il faire k levées ?

Peut-on toujours jouer sa plus grosse carte ?

Peut-on toujours jouer sa plus grosse carte ? NON !

$$\frac{RV9}{AD10}$$

Peut-on toujours jouer sa plus grosse carte ? NON !

$$\frac{RV9}{AD10}$$

Peut-on toujours jouer sa plus grosse carte ? NON !

$$\frac{RV9}{AD10}$$

Peut-on toujours jouer sa plus grosse carte ? NON !

$$\frac{RV9}{AD10}$$

Peut-on toujours jouer sa plus grosse carte ? NON !

$$\frac{RV9}{AD10}$$

Peut-on toujours jouer sa plus petite carte ?

Peut-on toujours jouer sa plus petite carte ? NON !

$$\frac{AR10}{DV9}$$

Peut-on toujours jouer sa plus petite carte ? NON !

$$\frac{AR10}{DV9}$$

Peut-on toujours jouer sa plus petite carte ? NON !

$$\frac{AR10}{DV9}$$

Peut-on toujours jouer sa plus petite carte ? NON !

$$\frac{AR10}{DV9}$$

Peut-on toujours jouer sa plus petite carte ? NON !

$$\frac{AR10}{DV9}$$

Peut-on jouer dans toute séquence ?

Peut-on jouer dans toute séquence? NON!

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence? NON!

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence? NON!

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence ? NON !

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence ? NON !

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence? NON!

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence? NON!

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Peut-on jouer dans toute séquence ? NON !

$$\begin{array}{r} \text{RDV874} \\ \hline 1096532 \end{array}$$

Est-ce qu'on peut toujours prendre ?

Est-ce qu'on peut toujours prendre ? NON !

$$\frac{RD10}{AV9}$$

Est-ce qu'on peut toujours prendre ? NON !

$$\frac{RD10}{AV9}$$

Est-ce qu'on peut toujours prendre ? NON !

$$\frac{RD10}{AV9}$$

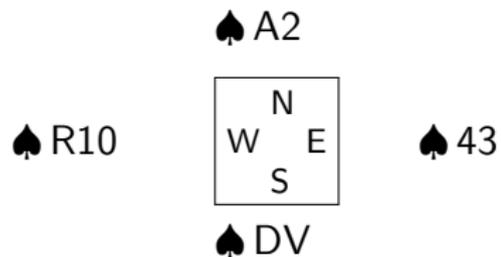
Impasse



Impasse



Impasse forçante



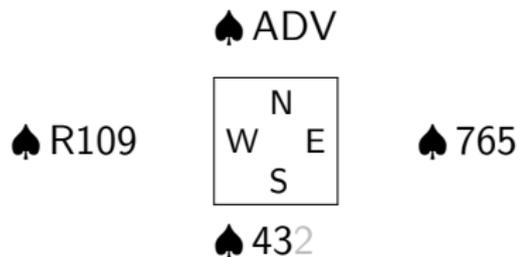
Impasse forçante



Versions étendues



Versions étendues



Versions étendues



Versions étendues



Versions étendues



Versions étendues



Versions étendues



Versions étendues



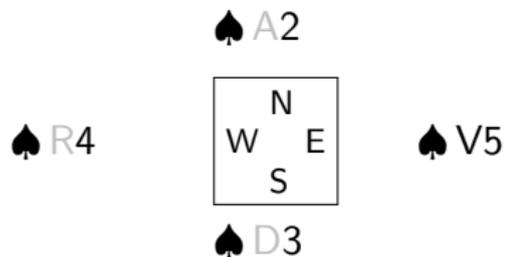
Mirage



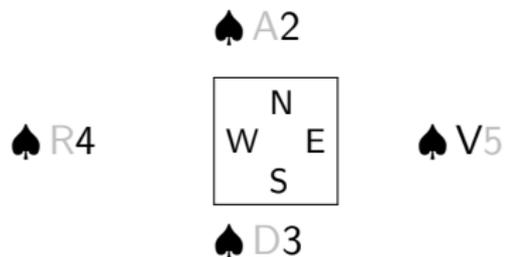
Mirage



Mirage



Mirage



Rétro-impasse



Rétro-impasse



Rétro-impasse



Rétro-impasse



Rétro-impasse



Les cartes vont de 1 à l

Lemma

Si l'adversaire possède la carte r dans une main et $r - 1$ dans l'autre, et que $l - r < \frac{l}{4}$, on ne peut pas faire toutes les levées.



- La carte la plus haute chez l'adversaire r est en Ouest, sa deuxième plus haute carte est r' , et on commence à jouer en Sud.

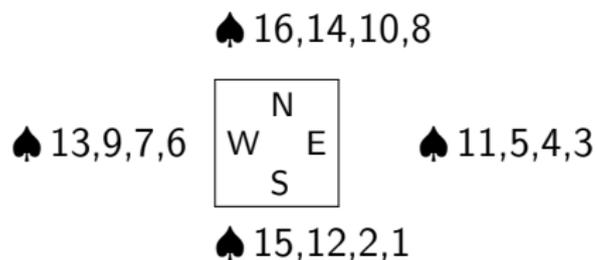
- La carte la plus haute chez l'adversaire r est en Ouest, sa deuxième plus haute carte est r' , et on commence à jouer en Sud.
- Calculer $t = l - r + \max(c_S + 1, i) + f$ où c_S est le nombre de cartes supérieures à r en Sud, i le nombre de cartes entre r' et r en Nord, f le nombre de cartes entre r' et r en Sud moins 1.

- La carte la plus haute chez l'adversaire r est en Ouest, sa deuxième plus haute carte est r' , et on commence à jouer en Sud.
- Calculer $t = l - r + \max(c_S + 1, i) + f$ où c_S est le nombre de cartes supérieures à r en Sud, i le nombre de cartes entre r' et r en Nord, f le nombre de cartes entre r' et r en Sud moins 1.
- Si $t \geq l$, on peut répondre OUI.

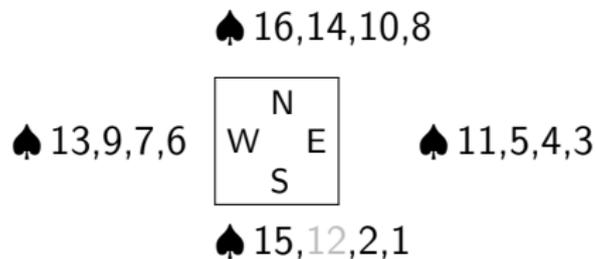
- La carte la plus haute chez l'adversaire r est en Ouest, sa deuxième plus haute carte est r' , et on commence à jouer en Sud.
- Calculer $t = l - r + \max(c_S + 1, i) + f$ où c_S est le nombre de cartes supérieures à r en Sud, i le nombre de cartes entre r' et r en Nord, f le nombre de cartes entre r' et r en Sud moins 1.
- Si $t \geq l$, on peut répondre OUI.
- Si $t \leq l - 2$, on peut répondre NON.

- La carte la plus haute chez l'adversaire r est en Ouest, sa deuxième plus haute carte est r' , et on commence à jouer en Sud.
- Calculer $t = l - r + \max(c_S + 1, i) + f$ où c_S est le nombre de cartes supérieures à r en Sud, i le nombre de cartes entre r' et r en Nord, f le nombre de cartes entre r' et r en Sud moins 1.
- Si $t \geq l$, on peut répondre OUI.
- Si $t \leq l - 2$, on peut répondre NON.
- Sinon ($t = l - 1$) on fait les impasses possibles. Ceci fait, on prend la main en Sud, on joue la carte désormais juste inférieure à r . Ouest doit la couvrir avec la carte r , on surprend en Nord et on recommence.

Rétro-impasses en cascade



Rétro-impasses en cascade



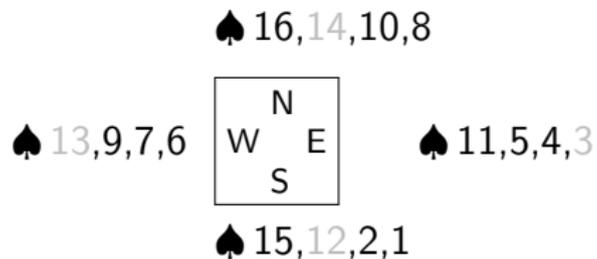
Rétro-impasses en cascade



Rétro-impasses en cascade



Rétro-impasses en cascade



Rétro-impasses en cascade



Rétro-impasses en cascade



Rétro-impasses en cascade



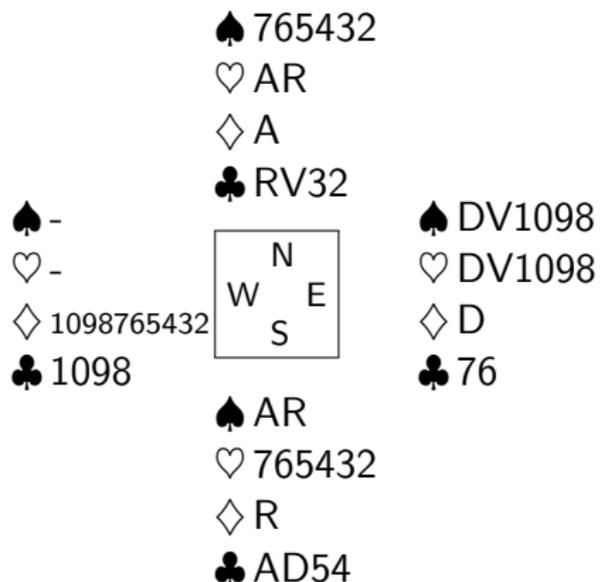
Rétro-impasses en cascade

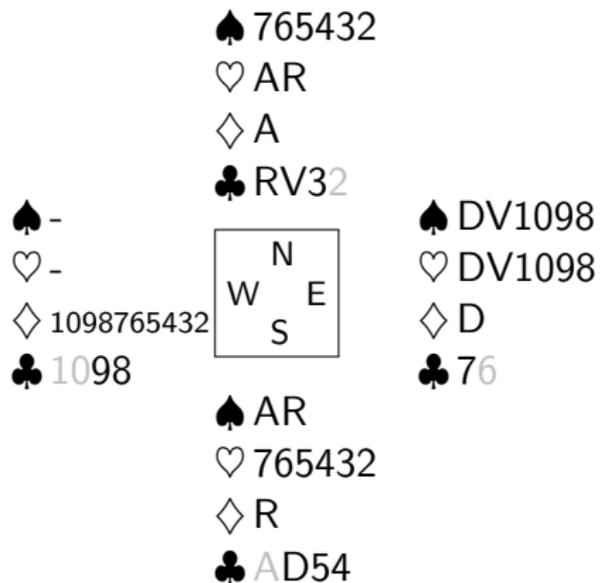


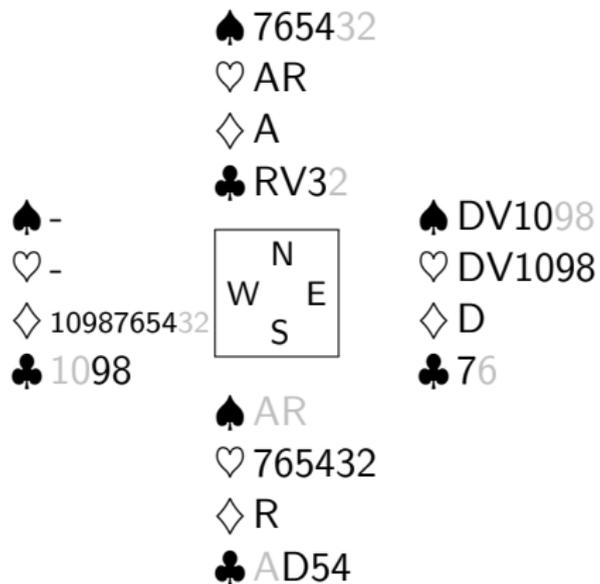
Rétro-impasses en cascade

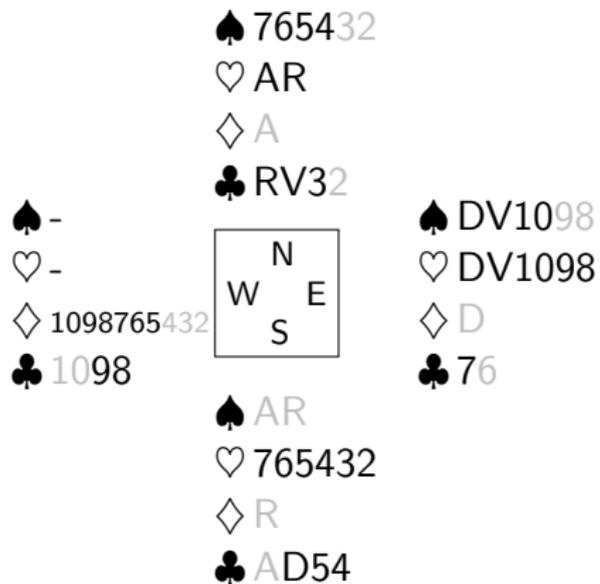


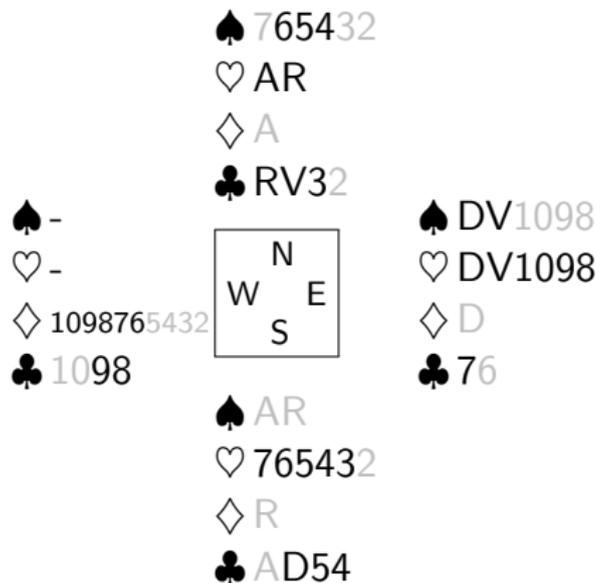
Pouvez-vous faire 10 levées sur entame du ♣10?

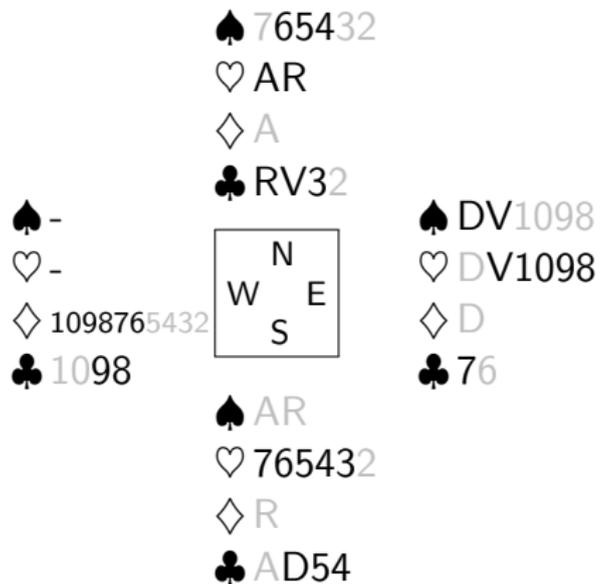


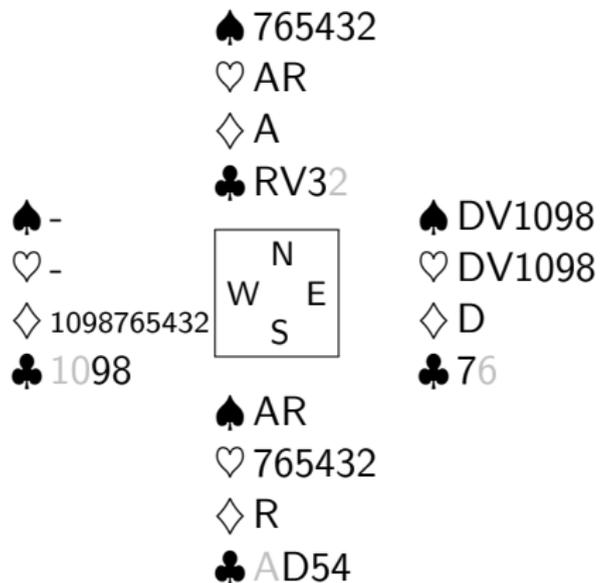


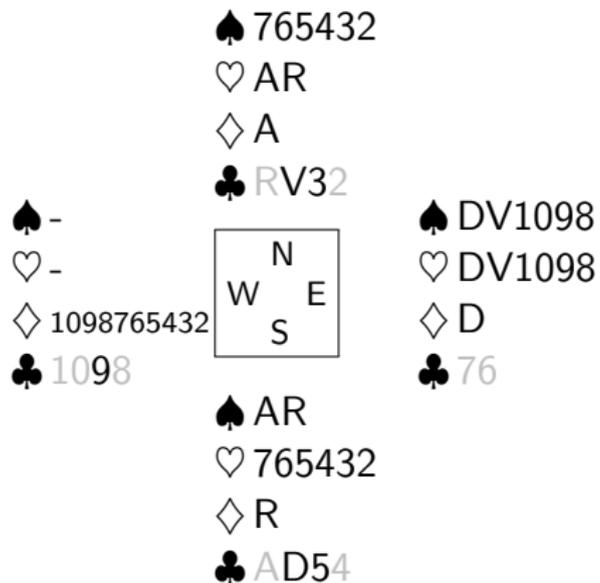


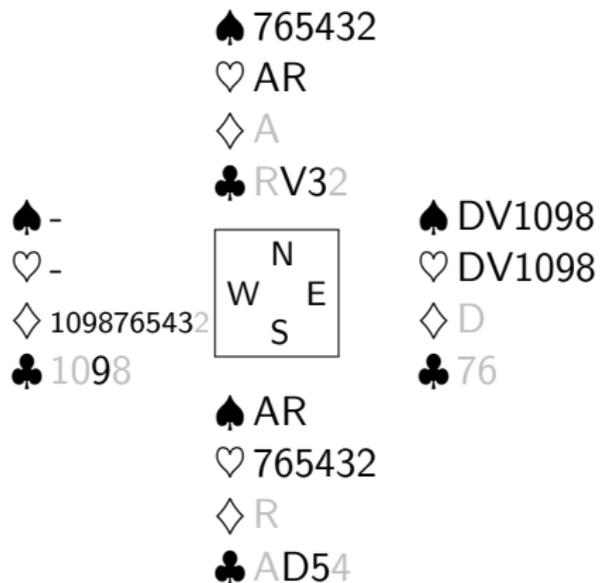


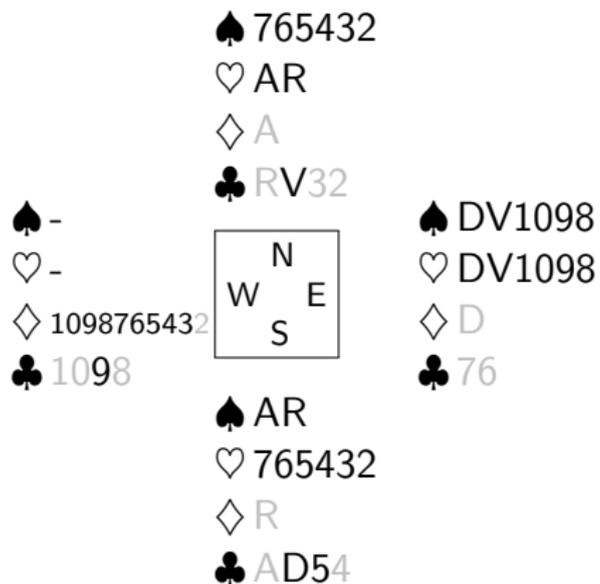


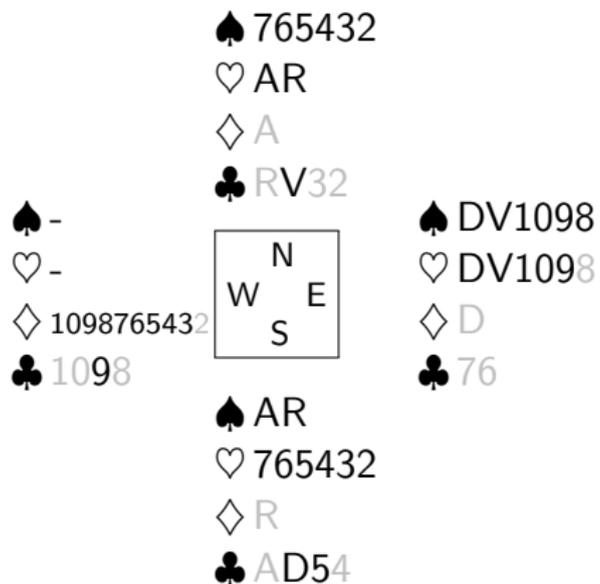


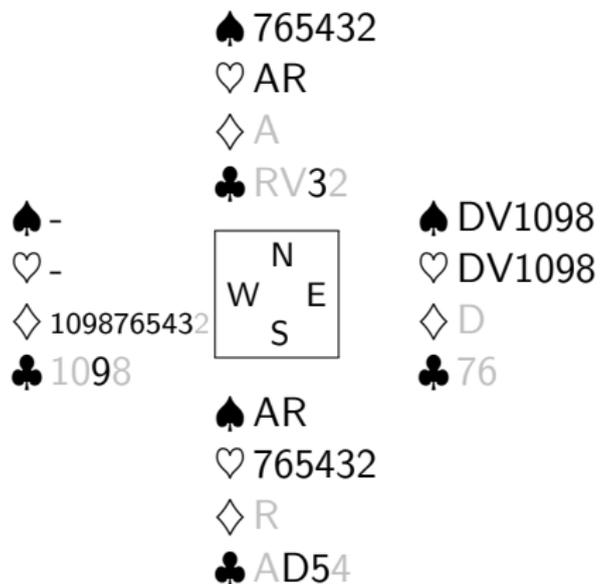


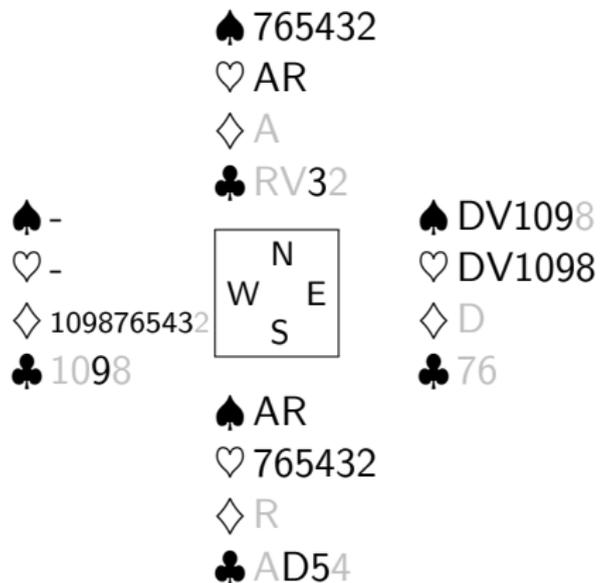


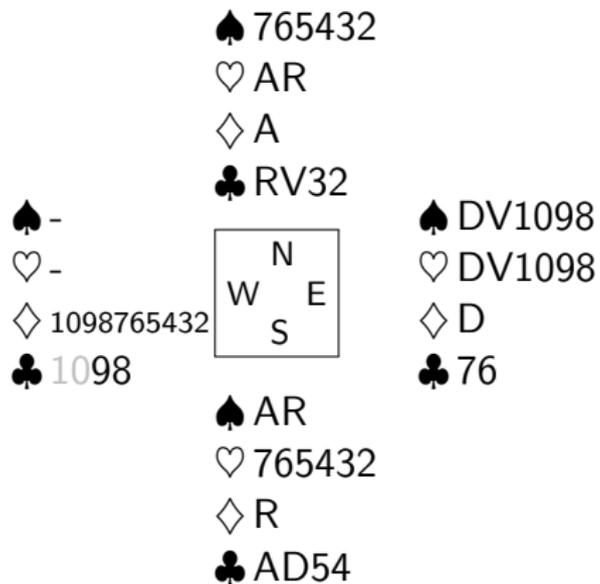


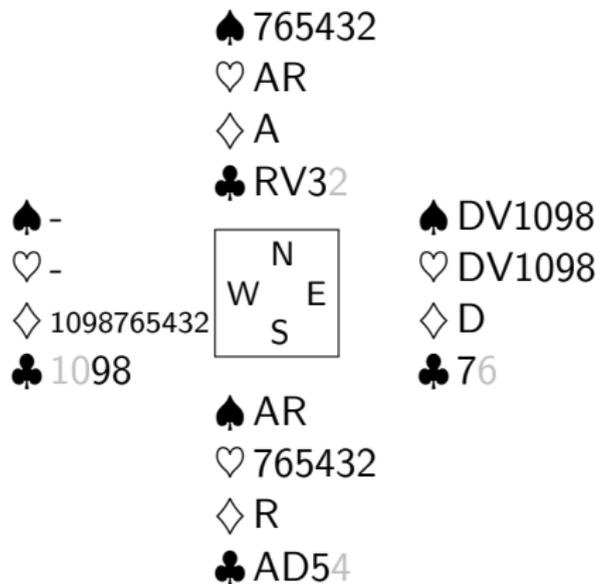


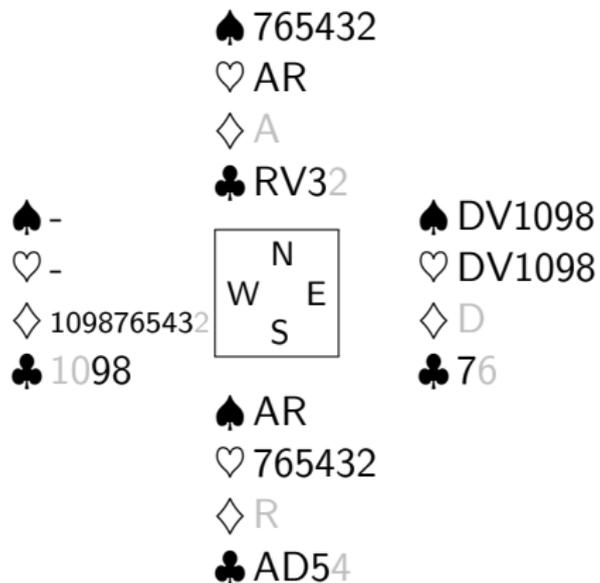


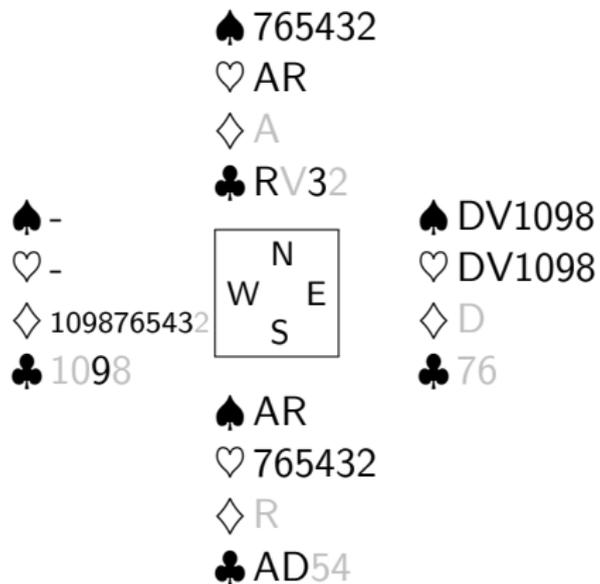


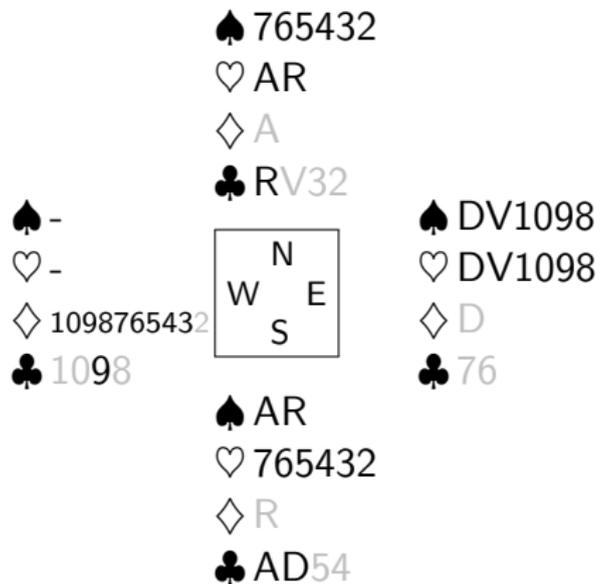


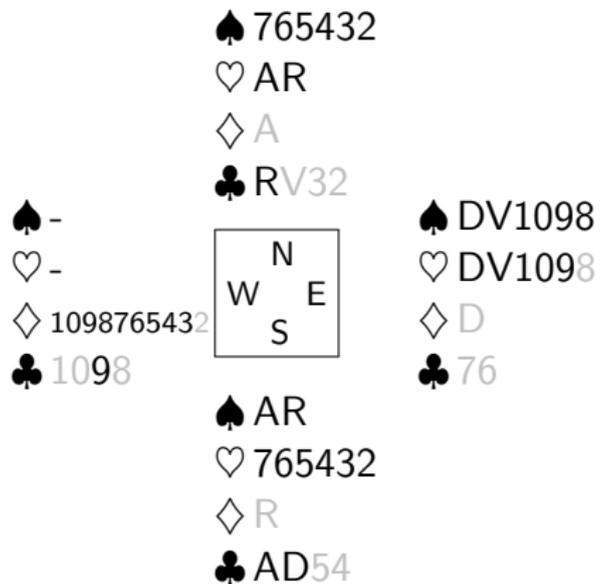


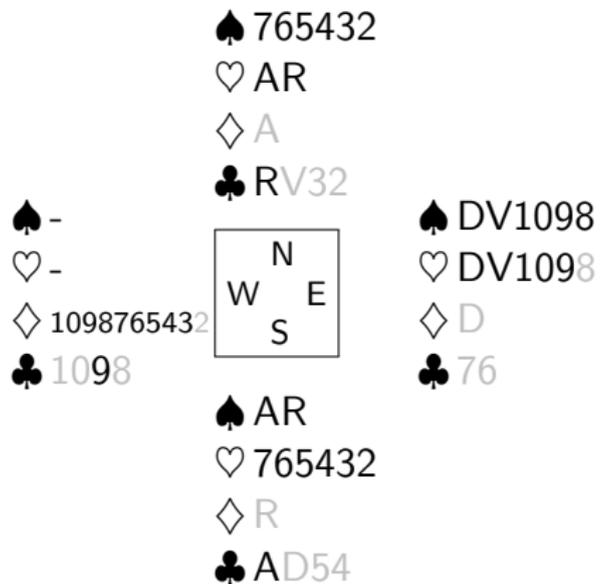


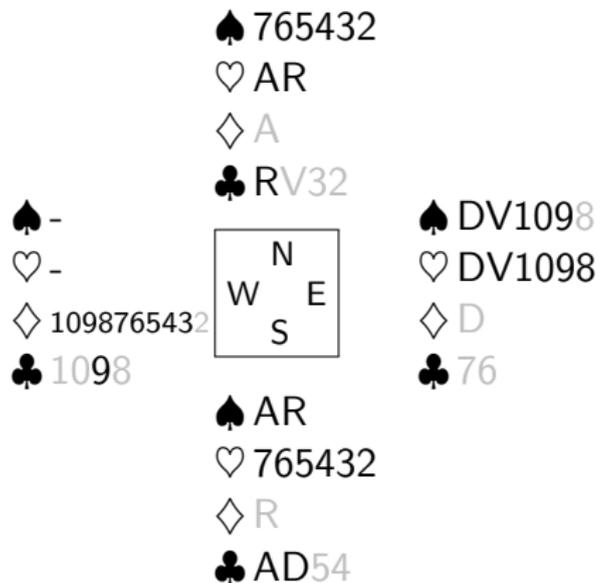


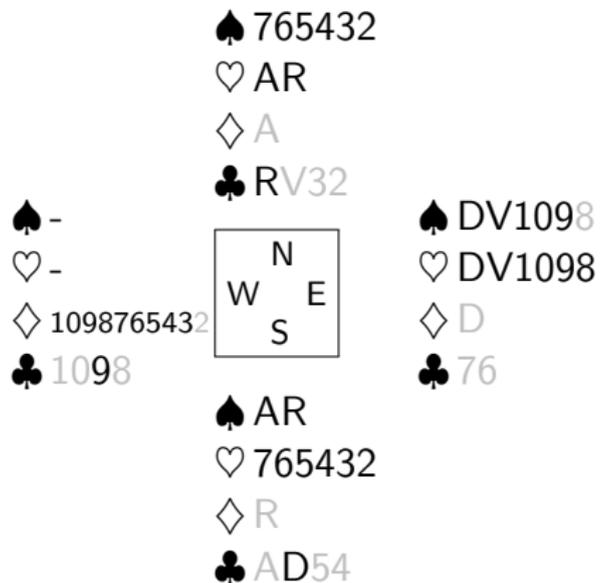






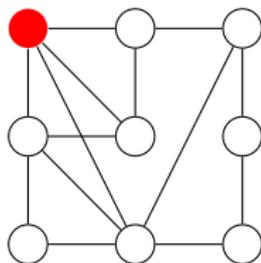






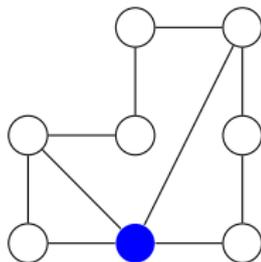
Problèmes PSPACE-complets

- QBF : $\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \dots \forall x_{2n-1} \exists x_{2n} \phi(x_1, \dots, x_{2n})$
- GENERALIZED GEOGRAPHY :



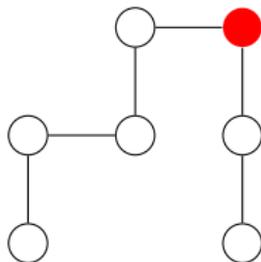
Problèmes PSPACE-complets

- QBF : $\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \dots \forall x_{2n-1} \exists x_{2n} \phi(x_1, \dots, x_{2n})$
- GENERALIZED GEOGRAPHY :



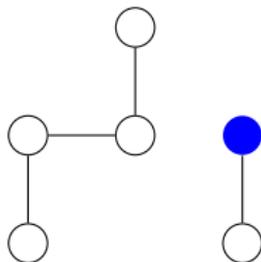
Problèmes PSPACE-complets

- QBF : $\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \dots \forall x_{2n-1} \exists x_{2n} \phi(x_1, \dots, x_{2n})$
- GENERALIZED GEOGRAPHY :



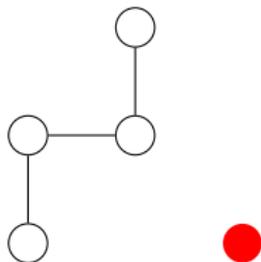
Problèmes PSPACE-complets

- QBF : $\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \dots \forall x_{2n-1} \exists x_{2n} \phi(x_1, \dots, x_{2n})$
- GENERALIZED GEOGRAPHY :



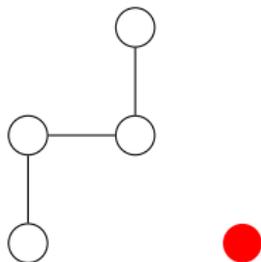
Problèmes PSPACE-complets

- QBF : $\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \dots \forall x_{2n-1} \exists x_{2n} \phi(x_1, \dots, x_{2n})$
- GENERALIZED GEOGRAPHY :

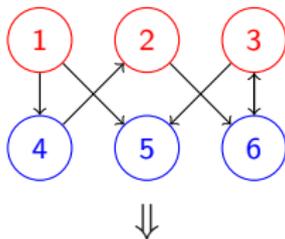


Problèmes PSPACE-complets

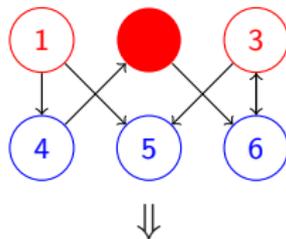
- QBF : $\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \dots \forall x_{2n-1} \exists x_{2n} \phi(x_1, \dots, x_{2n})$
- GENERALIZED GEOGRAPHY :



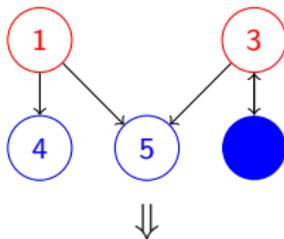
même sur des graphes dirigés bipartis



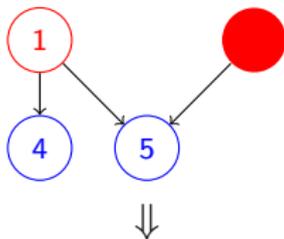
	h1		h2		h3
c_b	x	c_b	x	c_b	x
$c_{1,4}$	RDV1098...	$c_{2,6}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	RDV1098...
$c_{1,5}$	RDV1098...	$c_{4,2}$	A	$c_{3,6}$	RDV1098...
				$c_{6,3}$	A
	h4		h5		h6
c_r	x	c_r	x	c_r	x
$c_{1,4}$	A	$c_{1,5}$	A	$c_{2,6}$	A
$c_{4,2}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	A	$c_{3,6}$	A
				$c_{6,3}$	RDV1098...
	h_r		h_b		
	c_r ARDV109...		c_b ARDV109...		



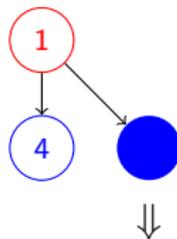
	h1		h2		h3
c_b	x	c_b	x	c_b	x
$c_{1,4}$	RDV1098...	$c_{2,6}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	RDV1098...
$c_{1,5}$	RDV1098...	$c_{4,2}$	A	$c_{3,6}$	RDV1098...
				$c_{6,3}$	A
	h4		h5		h6
c_r	x	c_r	x	c_r	x
$c_{1,4}$	A	$c_{1,5}$	A	$c_{2,6}$	A
$c_{4,2}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	A	$c_{3,6}$	A
				$c_{6,3}$	RDV1098...
	h_r		h_b		
	c_r ARDV109...		c_b ARDV109...		



	h1		h2		h3
c_b	x	c_b	x	c_b	x
$c_{1,4}$	RDV1098...	$c_{2,6}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	RDV1098...
$c_{1,5}$	RDV1098...	$c_{4,2}$	A	$c_{3,6}$	RDV1098...
				$c_{6,3}$	A
	h4		h5		h6
c_r	x	c_r	x	c_r	x
$c_{1,4}$	A	$c_{1,5}$	A	$c_{2,6}$	A
$c_{4,2}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	A	$c_{3,6}$	A
				$c_{6,3}$	RDV1098...
	h_r		h_b		
	c_r ARDV109...		c_b ARDV109...		



	h1		h2		h3
c_b	x	c_b	x	c_b	x
$c_{1,4}$	RDV1098...	$c_{2,6}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	RDV1098...
$c_{1,5}$	RDV1098...	$c_{4,2}$	A	$c_{3,6}$	RDV1098...
				$c_{6,3}$	A
	h4		h5		h6
c_r	x	c_r	x	c_r	x
$c_{1,4}$	A	$c_{1,5}$	A	$c_{2,6}$	A
$c_{4,2}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	A	$c_{3,6}$	A
				$c_{6,3}$	RDV1098...
	h_r		h_b		
	c_r ARDV109...		c_b ARDV109...		



	h1		h2		h3
c_b	x	c_b	x	c_b	x
$c_{1,4}$	RDV1098...	$c_{2,6}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	RDV1098...
$c_{1,5}$	RDV1098...	$c_{4,2}$	A	$c_{3,6}$	RDV1098...
				$c_{6,3}$	A
	h4		h5		h6
c_r	x	c_r	x	c_r	x
$c_{1,4}$	A	$c_{1,5}$	A	$c_{2,6}$	A
$c_{4,2}$	RDV1098...	$c_{3,5}$	A	$c_{3,6}$	A
				$c_{6,3}$	RDV1098...
	h_r		h_b		
	c_r ARDV109...		c_b ARDV109...		