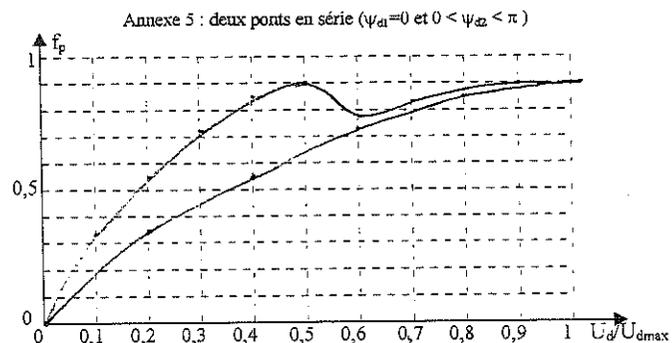
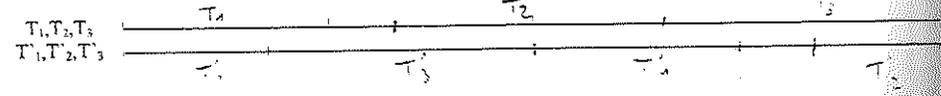
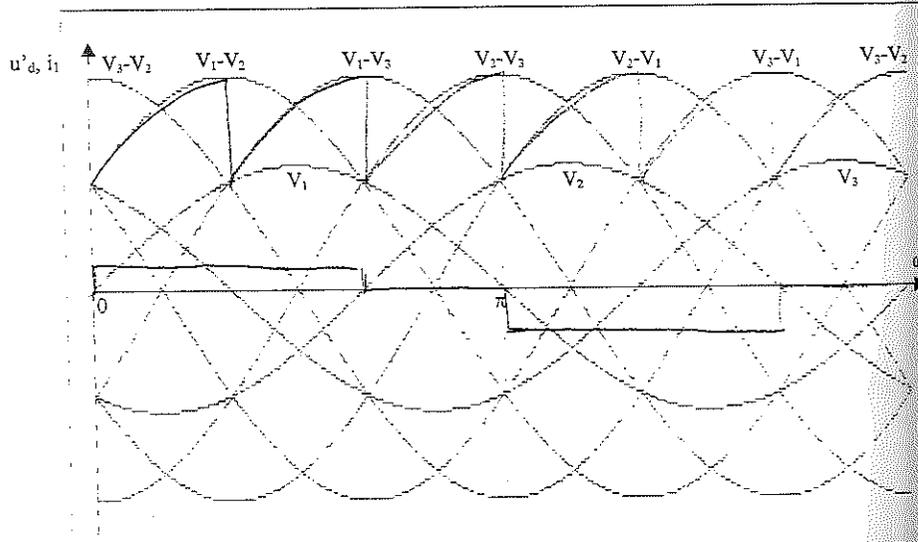


$U_d/2U_{dmax}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{\psi_{d2}}{f_p}$						



Annexe 6 : facteur de puissance pour les deux stratégies de commande



Annexe 7 : allure de  $u_d$  et de  $i_1$  pour  $\psi = 5\pi/6$

# Agrégation de sciences physiques

## Concours externe

### OPTION PHYSIQUE

Composition de physique - Session : 2000

#### Question préliminaire

QP.1.a La différence de marche  $\delta = S_2P - S_1P$ , le déphasage  $\delta\phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{S_1P - S_2P}{\lambda}$  permettent d'obtenir l'intensité sur l'écran :  $I = 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(2\pi \frac{S_2P - S_1P}{\lambda}\right) \right]$ . Les surfaces d'égale ordre d'interférence sont des hyperboloïdes de révolution de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

QP.1.b. On pose  $BC = L$

La droite  $S_1S_2$  est axe de symétrie de révolution du système. Les franges ont cette symétrie ; ce sont des cercles centrés sur B. En B, la frange est brillante ( $p_0$  entier)  $\delta(B) = \delta_0$  ; en P, ce sera la n-ième frange brillante si  $\delta = S_1P - S_2P = p(P)\lambda$  avec :  $p(P) = p_0 - n$ .

$\delta = S_1P - S_2P = (S_1B - S_2B) \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{BP^2}{BC^2} \right)$ , que l'on peut encore écrire  $p\lambda = p_0\lambda \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{BP^2}{BC^2} \right)$ . D'où :

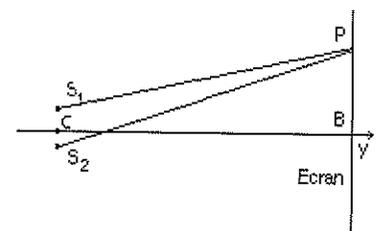
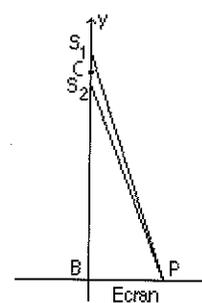
$r_n = BP = L \sqrt{2 \frac{p_0 - p}{p_0}}$ . Le rayon des anneaux croît comme la racine carrée des nombres entiers successifs.

QP.1.c. Cette fois, les franges ont la forme d'hyperboles, obtenues en prenant l'intersection des hyperboloïdes avec le plan de l'écran. Au voisinage du point B, on peut assimiler ces franges à des droites parallèles à Oy.

L'interfrange est la période spatiale du phénomène observé sur l'écran.  $i = \frac{\lambda L}{a}$   $\delta = S_1B - S_2B = \frac{ax}{L}$   
 $I = 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda L}\right) \right]$

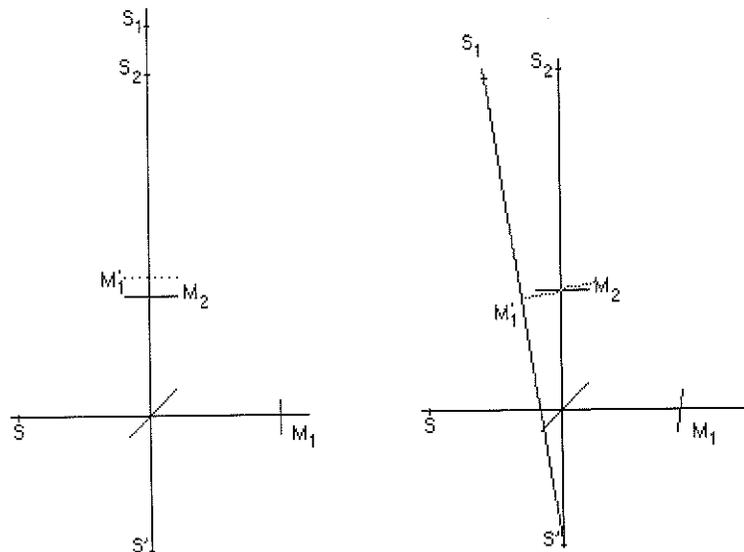
QP.2. L'intensité s'écrit  $I = 2I_0 \left[ 1 + \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{OP}) \right]$ . Les surfaces d'égale intensité sont des plans normaux au vecteur  $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$ . On observe généralement sur un écran normal à ces plans (donc parallèle à  $\vec{i}_1 - \vec{k}_2$ ).

11 On utilise un laser et une lentille de courte focale ( $L_1$  par exemple). On peut aussi utiliser un objectif de microscope.



I.2.a. Dans ce cas,  $S_1S_2$  sont les images de S dans l'ensemble miroir ( $M_1$ )-séparatrice, et dans l'ensemble séparatrice-miroir ( $M_2$ ) ;  $S_1S_2 = 2e = 1 \text{ mm}$  et  $L = D + d + 2d' = 40 \text{ cm}$ . On obtiendra les franges en plaçant un écran n'importe où ; les franges seront circulaires (cas de la question préliminaire 1.b.) si l'écran est normal à OB au point B.

I.2.b. On obtient des interférences non localisées dues au dédoublement géométrique de la source S. Si l'interféromètre est réglé,  $S_1$  et  $S_2$  sont alignées sur l'axe Oy. Les franges sont circulaires de centre B.



$p_0 = 2e/\lambda = 1580,28$ . On cherchera les franges correspondant à p demi entier soit :

$p_1 = 1579,5 ; p_2 = 1578,5 ; p_3 = 1577,5$ .

$BP_1 = 40 \sqrt{\frac{0,78.2}{1580}} = 1,26 \text{ cm} \quad BP_2 = 40 \sqrt{\frac{1,78.2}{1580}} = 1,90 \text{ cm}$

$BP_3 = 40 \sqrt{\frac{2,78.2}{1580}} = 2,37 \text{ cm}$

I.2.c.  $S_1$  et  $S_2$  sont les images du point source S dans les deux miroirs ( $M'_1$ ) et ( $M_2$ ), ces deux miroirs étant eux-mêmes éclairés par l'intermédiaire de la séparatrice.

I.3.a. Le dédoublement de la source se produit maintenant latéralement.  $S_1S_2 = \alpha(D+D'+2d) = 40 \cdot \frac{\pi}{180.30} = 0,23 \text{ mm}$ . L'interfrange vaut :  $i = \frac{\lambda L}{a} = \frac{\lambda}{\alpha} = 0,95 \text{ mm}$ . Les franges sont rectilignes parallèles à Oz.

I.3.b. Le système de franges est invariant par translation parallèle à Oz. Si on remplace la source par une fente fine parallèle à Oz, la figure d'interférence est inchangée.

I.3.c. On a l'équivalent de 2 fentes (images de la source primaire) dont les points interfèrent deux à deux. Deux points qui interfèrent (provenant donc du dédoublement d'un même point de la source primaire) sont à la distance  $a$  l'un de l'autre.

On découpe la source primaire en éléments de longueur  $du$ , placés à la distance  $u$  du centre. L'interfrange est égal à  $i$ .

$dI = 2dI_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi(X-u)}{i} \right)$  avec  $dI_0 = I_0 \frac{du}{b}$  (la source est uniformément éclairée)

$I = \frac{2}{b} \int_0^{\frac{b}{2}} I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi(X-u)}{i} \right) du$  soit :  $I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi X}{i} \cdot \text{sinc} \frac{\pi b}{i} \right)$

[en fait les franges sont décalées par rapport au centre, puisque  $S_2$  est sur Oy et que  $S_1$  est déplacé de la quantité calculée ci-dessus. Ce décalage est sans intérêt expérimentalement, puisque le miroir ( $M_1$ ) tourne autour d'un axe qui n'est pas rigoureusement  $A_1Z$ ].

Le contraste est  $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ . Le résultat précédent donne :  $C = \left| \text{sinc} \frac{\pi b}{i} \right|$

Numériquement :  $C = 0,93$ . Le "contraste" permet de quantifier les différences de luminosité des franges sombres et claires. Un bon contraste correspondra à des franges d'intensité très différenciée.

I.3.d. La cohérence spatiale est liée à la largeur géométrique de la source. L'élargissement de la source diminue le contraste par perte de cohérence spatiale.

Ici, la condition pour avoir un bon degré de cohérence spatiale est  $\frac{b}{i} \ll 1$ , soit  $b \ll \frac{\lambda L}{a}$  ou  $a \ll \frac{\lambda L}{b}$

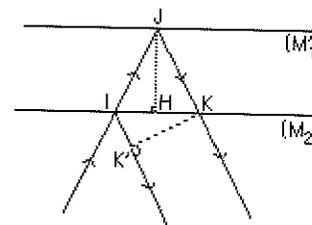
$\frac{L}{b} = \theta$  est l'angle sous lequel on voit la source.  $\frac{\lambda}{\theta}$  s'appelle largeur de cohérence spatiale  $l_c$ . La condition ci-dessus peut encore s'écrire  $a \ll l_c$ .

$\frac{\lambda L}{b} = \frac{0,546 \times 0,4}{0,2} = 1,1 \text{ mm} \quad \frac{\lambda L}{a} = \frac{0,546 \times 0,4}{0,2} = 1,1 \text{ mm}$

I.3.e. Si la source est étendue, les franges se localisent (ici franges du coin d'air d'angle  $\alpha$ ). On observera dans le plan des miroirs, ou bien dans le plan conjugué dans une lentille de projection.

II.1. Nous avons l'équivalent d'une réflexion sur une lame à faces parallèles formée de ( $M_2$ ) et de ( $M'_1$ ) (évidemment sans réflexions multiples !)

II.2  $\delta = 2IJ - IK' = \frac{2e}{\cos i} - 2e \tan i \sin i = 2e \cos i$



II.3.  $\delta$  ne dépend que de  $i$ . L'ordre d'interférence aussi. Pour une valeur de  $i$  donnée, les rayons vont se répartir sur un cercle de l'écran qui sera vu depuis le centre optique de la lentille sous l'angle  $i$ .  
→ franges d'interférences circulaires localisées à l'infini.

II.4. Au centre  $p = p_0$ . La valeur de  $p$  décroît à partir du centre.

Ici,  $p_0 = \frac{2e}{0,546} = 1831,5$ , c'est une frange sombre [on admet que la séparatrice n'introduit pas

de déphasage].  $p_1 = 1830,5$ ;  $p_2 = 1829,5$ .  $r = f \sqrt{\frac{(p_0 - p)\lambda}{e}}$ , avec  $p_0 - p = 1$  ou  $2$ .

$r_1 = 3,30$  cm  $r_2 = 4,67$  cm.

II.5. La largeur de la source influe seulement sur l'intensité du phénomène ; les franges sont localisées à l'infini (ou dans le plan focal d'une lentille convergente).

II.6. On diminue  $p$ , les anneaux rentrent (vers le centre), mais leur espacement augmente.

II.7. Pour montrer des interférences à toute une classe, il convient d'utiliser une lentille de grande focale, pour avoir des anneaux les plus grands possibles.

Pour réaliser un enregistrement, on utilisera une lentille de focale plus courte, de manière à obtenir une intensité suffisamment grande.

III.1  $I(t) = I_0 \left[ 1 + \cos 2\pi \frac{\delta(t)}{\lambda} \right]$  avec  $\delta(t) = 2(X - d')$   $X = d' - e + Vt$  soit  $\delta(t) = 2(-e + Vt)$

$I(t) = I_0 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi}{\lambda} (-e + Vt) \right]$ ; on enregistre donc des sinusoïdes de période  $T = \frac{\lambda}{2V}$ .

III.2. L'intensité est la somme des intensités obtenues pour chacune des raies du doublet :

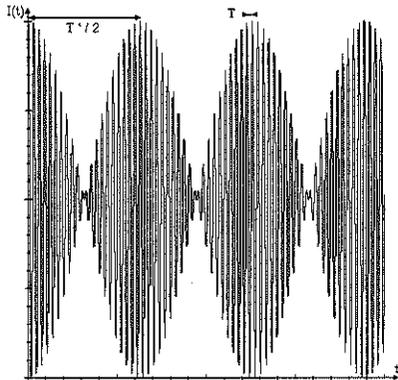
$I(t) = I_0 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi}{\lambda_1} (-e + Vt) + 1 + \cos \frac{4\pi}{\lambda_2} (-e + Vt) \right] = 2I_0 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi}{\lambda} (-e + Vt) \cdot \cos \frac{2\pi(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2} (-e + Vt) \right]$

Le terme en  $\cos \frac{2\pi \delta \lambda}{\lambda^2} (-e + Vt)$  a une période  $T' = \frac{\lambda^2}{\delta \lambda V} = \frac{2\lambda}{\delta \lambda} T$   $T' \gg T$ .

Ce terme varie lentement : il s'agit de l'enveloppe des sinusoïdes (fréquence des battements).

Pour le doublet jaune du mercure, entre deux antioïncidences, on mesure  $\frac{T'}{2} \cdot \frac{T'}{2T} = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{578}{2}$

$\frac{T'}{2T} = 289$  : il y a 289 sinusoïdes serrées à l'intérieur de chacun des fuseaux.



III.3.a. Pour une radiation non monochromatique, l'intensité délivrée s'écrit :  $dI = B(\sigma)d\sigma$ , soit, après interférence, sur l'écran :  $dI = B(\sigma)(1 + \cos 2\pi\sigma\delta)d\sigma$ .

Au total,  $I = \int B(\sigma) d\sigma + \int B(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma$ .

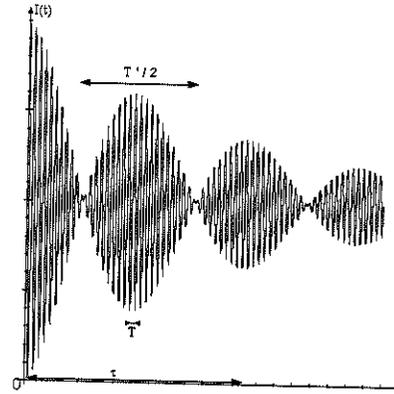
Pour une lorentzienne :

$B(\sigma) = B_0 \frac{\Delta\sigma^2}{(\sigma - \sigma_0)^2 + \Delta\sigma^2} \Rightarrow I = \pi \frac{\Delta\sigma}{2} B_0 \cos(2\pi\sigma_0\delta) \exp(-2\pi\Delta\sigma\delta) + \int B(\sigma) d\sigma$

soit :  $\Rightarrow I = I_0 [1 + \exp(-4\pi(-e + Vt)\Delta\sigma) \cos(4\pi\sigma_0(-e + Vt))]$  et donc :

$\tau = \frac{1}{4\pi V \Delta\sigma} = \frac{\lambda^2}{4\pi V \Delta\lambda}$

III.3.b. Pour le doublet, on obtient un enregistrement du type ci-dessous, où les amplitudes des fuseaux décroissent exponentiellement.



Chaque maximum de fuseau est obtenu pour  $t_n = n \frac{\lambda_1^2}{2V\delta\lambda} \cdot \frac{2\tau}{T'} = \frac{\delta\lambda}{2\pi\Delta\lambda} \frac{2\tau}{T'} = \frac{\delta\lambda}{2\pi\Delta\lambda}$ .

Son amplitude est :  $a_n = K \exp(-2\pi\Delta\sigma 2Vt_n) = K \exp(-\pi n \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda})$

Avec  $\Delta\lambda = 0,1$  nm et  $\delta\lambda = 2$  nm,  $a_n = K \exp(-0,16n)$

On peut porter  $\log a_n$  en fonction de  $n$ . Le coefficient directeur de la droite obtenue est égal à  $\frac{\pi\Delta\lambda}{\delta\lambda}$

III.4.a. La raie sera de type lorentzienne pour une lampe à vapeur de mercure "haute pression", l'élargissement étant dû aux collisions entre atomes de mercure. On aurait une raie de type gaussienne pour un élargissement ayant comme origine l'effet Doppler.

III.4.b. T doit être plus grand que le temps de réponse du système d'enregistrement, qui est limité par les performances de l'enregistreur.

Le temps caractéristique de l'enregistreur est de 0,05 seconde.  $V < \frac{10^{-3} \cdot 0,5}{2,05} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm.s}^{-1}$

Le moteur d'enregistrement de la vis du chariot tourne à la vitesse de 1 tour en 10 minutes, soit :  $\frac{0,5}{600} = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Les conditions d'enregistrement sont donc correctement remplies.

IV.1. Si on considère l'onde produite comme incohérente, ce sont des interférences localisées sur le coin d'air. On peut les observer en regardant directement les miroirs, ou plus commodément en faisant l'image de ceux-ci sur l'écran à l'aide d'une lentille convergente. L'écran sera dans le plan conjugué du plan des miroirs.

Franges rectilignes parallèles à l'intersection de (M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>).

IV.2.  $\delta = 2 \alpha x'$ , x' étant la distance à la droite commune à (M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>).

Franges brillantes si  $\delta = p \lambda$ , sombres pour  $\delta = (p + \frac{1}{2}) \lambda$

Interfrange  $i = \frac{\lambda}{2 \alpha}$ ; avec  $\alpha = 2'$ ,  $i = 0,54 \text{ mm}$ .

Avec la lentille de 20 cm de focale, soit (L<sub>2</sub>), le système sera moins encombrant qu'avec (L<sub>1</sub>), et plus lumineux qu'avec (L<sub>3</sub>).

$|\gamma| = \frac{2}{0,54} = 3,67$ ;  $\gamma < 0$ ; on utilise les formules de Newton :  $\gamma = \frac{\overline{FO_1}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FO_1}}$ . On en déduit :

$\overline{FA} = \frac{\overline{FO_1}}{\gamma} = -5,43 \text{ cm}$  et  $\overline{FA'} = \gamma \overline{FO_1} = 73,5 \text{ cm}$ . L'encombrement total sera de 1,2 m environ (la lentille, placée à 15,4 cm de O, et l'écran à 109 cm de la lentille).

IV.3.a. Pour une direction incidente caractérisée par i, les ondes qui interfèrent font entre elles un angle  $2 \alpha$  : leurs vecteurs d'onde s'écrivent :  $\vec{k}_1 = k \sin i \vec{e}_x - k \cos i \vec{e}_y$

$$\vec{k}_2 = k \sin(i + 2\alpha) \vec{e}_x - k \cos(i + 2\alpha) \vec{e}_y$$

$$\text{IV.3.b. } \varphi = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} \quad \text{et} \quad I = 2I_0 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} 2\alpha(x \cos(i + \alpha) + y \sin(i + \alpha)) \right]$$

I dépendra peu de i si  $\frac{dI}{di} = 0$ , soit pour  $i_0$  tel que :  $-x \sin(i_0 + \alpha) + y \cos(i_0 + \alpha) = 0$ ;

C'est le plan (II) normal à la direction moyenne des rayons émergents.

$$\text{IV.3.c. } \delta = 2 e \cos i_0 \text{ (voir calcul plus haut)}; \delta = 2 x \alpha \cos i_0 = 2 x \alpha \left( 1 - \frac{i_0^2}{2} \right) \text{ si } i_0 \text{ est petit.}$$

Il y aura brouillage si  $\delta - \delta_0 = \pm \frac{\lambda}{2}$  avec  $\delta_0 = 2 x \alpha$   $2 x \alpha \frac{i_0^2}{2} = \frac{\lambda}{2}$  et  $2 x \alpha = p \lambda$ .

soit :  $p i_0^2 = 1$ ;  $i_0^2 = \frac{1}{p}$   $i_0 = 0,0447 \text{ rad}$ . Pour  $p = 500$ ;  $i_0 = \frac{b}{2f}$   $b = 1 \text{ cm}$ . Cette condition n'est pas très restrictive.

IV.4.a. Fente parallèle à Oz

$$\text{IV.4.b. } I = 2I_0 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_1} (2\alpha x' + 2x) + 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_2} (2\alpha x' + 2x) \right]$$

$$I = 2I_0 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (2\alpha x' + 2x) \cdot \cos \frac{\pi \delta \lambda}{\lambda^2} (2\alpha x' + 2x) \right]$$

Au voisinage de  $x' = 0$  (c'est le coin), il y aura disparition des franges, puis réapparition pour  $\frac{\delta \lambda}{\lambda^2} (2x) = 1$ , soit :  $x = \frac{\lambda^2}{2 \delta \lambda} = 0,29 \text{ mm}$ .

V.1. On obtient autour de l'ordre 0 des franges très contrastées, puis irisées. Enfin, pour p plus grand (au moins égal à 15), on obtient du "blanc d'ordre supérieur". Lorsqu'on déplace (M<sub>1</sub>), le contraste diminue.

V.2. Le spectroscopie analyse la lumière provenant du Michelson → spectre cannelé.

$\delta = 2 e$  : les cannelures sombres correspondent à :  $2 e = (p + \frac{1}{2}) \lambda$

a. Pour  $e = 0,02 \text{ mm}$ , on a à résoudre :  $2 e = (p + \frac{1}{2}) \lambda$ , avec  $0,4 < \lambda < 0,75 \mu\text{m}$ .

$2 e = 40 \mu\text{m}$   $\frac{2 e}{0,75} < p < \frac{2 e}{0,4}$  soit  $53 < p < 100$ . Il y aura environ 47 cannelures sombres dans le spectre.

b. Pour  $e = 1,5 \text{ mm}$ , il y aura un nombre très important de cannelures dans le spectre ; celles-ci ne seront plus visibles.

V.3. Les franges se déplacent, la lame introduisant une différence de marche supplémentaire  $2(n-1)e$ . On doit donc déplacer le chariot de  $(n-1)e$  (en le rapprochant du centre O) pour rattraper ce décalage.

V.4.a. En lumière blanche, il en sera de même avec un contraste qui diminue rapidement.

V.4.b. En fait, la différence de marche  $\delta = 2(n-1)e$  dépend elle-même de la longueur d'onde.

V.4.c. Ordre 0 :  $\delta = 0$ . Il y a un ordre 0 pour chaque longueur d'onde en général.

Frange achromatique : elle est définie par  $\frac{d\delta}{d\lambda} = 0$  ; l'ordre ne dépend pas de la longueur d'onde (cette frange peut être sombre ou brillante -ou intermédiaire-, selon la valeur de p qui satisfait à la condition précédente.

Teinte plate : intensité uniforme :  $\frac{d\delta}{di} = 0$  (en lumière monochromatique)

$$\delta = 2[x + (n-1)e] \text{ avec } n = A + \frac{B}{\lambda^2} \cdot D' \text{ où } p = 2 \left[ \frac{x + (A-1)e}{\lambda} + \frac{B e}{\lambda^3} \right] \quad \frac{dp}{d\lambda} = 0 :$$

$$-\frac{x + (A-1)e}{\lambda^2} - \frac{3B e}{\lambda^4} = 0. \text{ On en tire : } x = -(A-1)e + \frac{3B}{\lambda^2} e = - \left[ (n-1) + \frac{2B}{\lambda^2} \right] e < 0. \text{ On obtient}$$

la frange achromatique en rapprochant le miroir (M<sub>1</sub>).

$$p_0 = - \frac{4B}{\lambda^3} e \text{ pour la longueur d'onde pour laquelle l'œil est le plus sensible.}$$

V.5. On se règle à la teinte plate en lumière monochromatique, en recherchant à obtenir une intensité uniforme sur tout l'écran. Pour la teinte plate, il faut envisager des incidences non normales dans le Michelson, et donc dans la lame équivalente.

$$\delta = 2(x - e) \cos i + 2 n e \cos r \approx 2(x - e) \left( 1 - \frac{i^2}{2} \right) + 2 n e \left( 1 - \frac{r^2}{2} \right)$$

$$\delta = 2(x + (n-1)e) - (x - e)i^2 - n e r^2 = \delta_0 - (x - e)i^2 - e \frac{i^2}{n} = \delta_0 - i^2 \left[ x - e \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \right]$$

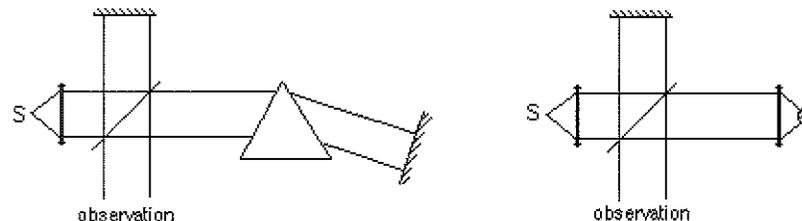
d sera indépendant de  $i$  pour  $x = e(1 - \frac{1}{n}) > 0$ . Il faut donc rapprocher ( $M_1$ ) pour obtenir la teinte plate. Il faut éloigner ( $M_1$ ) pour retrouver la frange achromatique en lumière blanche.

V.6. La compensatrice sert à compenser la différence de marche subie par l'un des deux trajets à l'intérieur de la séparatrice. Cette compensatrice est utile surtout en lumière blanche, car la différence de marche subie se traduirait sans elle par une variation de l'ordre d'interférence en fonction de la longueur d'onde. La compensatrice doit être réalisée dans le même verre que la séparatrice.

VI.1. Franges d'égale épaisseur. Analogue à des anneaux de Newton (mais sans déphasage de  $\pi$ ). Si le réglage est parfait, le centre doit être clair (égalité des chemins optiques).

$\delta = 2e$ , avec  $e(2R - e) = r^2$ , c'est-à-dire  $e \approx \frac{r^2}{2R}$ . Il y aura des franges brillantes pour  $\delta = p\lambda$ , le

rayon des franges brillantes sera donné par :  $r = \sqrt{pR\lambda}$ . Il n'y a pas de différence entre miroir convexe et miroir concave.



VI.2. Si ( $M_1$ ) est concave, l'ordre 0, et donc tous les autres se déplacent vers l'extérieur. Les anneaux "sortent".

Si ( $M_1$ ) est convexe, au contraire, les anneaux "rentrent".

VI.3. On utilise un miroir (supposé idéal) derrière le prisme ou derrière la lentille. Si le prisme ou la lentille sont parfaits, on observera des franges du coin d'air parfaitement rectilignes. Sinon, la figure d'interférence permettra de visualiser (et de localiser) le défaut d'indice ou d'épaisseur.

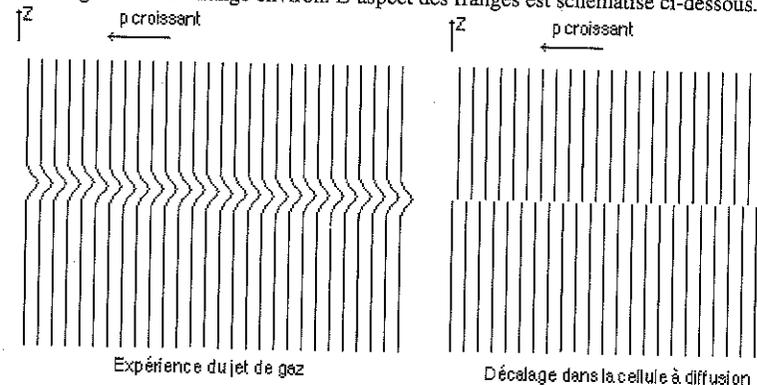
VII.1. Initialement, les franges sont parallèles à Oz.

Si l'angle de rotation est positif, ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) sont disposés comme sur la figure (vue de dessus).

$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{(SS,P) - (SS_2,P)}{\lambda}$  croît vers la gauche. Les franges sont localisées. Le jet de gaz augmente localement le trajet optique et donc l'ordre d'interférence observé.  $\Delta\delta = 2e(n_b - n_a) = 0,66 \cdot 10^{-3}$  mm

$\frac{\Delta\delta}{\lambda} = \Delta p \approx 1$

Le décalage est d'une frange environ. L'aspect des franges est schématisé ci-dessous.



VII.2.a. On suppose que, loin des bandes d'absorption,  $n-1$  est proportionnel à la masse volumique du gaz, ici de l'air. D'où :

$$\frac{\Delta(n-1)}{n-1} = \frac{\Delta P}{P} \quad \Delta n = (n-1) \frac{\Delta P}{P}$$

$$\Delta p = \frac{2e}{\lambda} \Delta n = (n-1) \frac{2e}{\lambda} \frac{\Delta P}{P} \quad \text{avec } \Delta p = 0,05,$$

$\Delta P = \frac{0,05 \cdot 0,633 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4} \cdot 20} = 5,3 \cdot 10^{-3}$  bar. Si  $\Delta P > 0$ , alors  $\Delta p > 0$ , les franges se déplacent vers les X décroissants.

VII.2.b.  $\frac{\Delta(n-1)}{n-1} = -\frac{\Delta T}{T} \quad \frac{\Delta T}{T} = -5,3 \cdot 10^{-3}$  ;  $\Delta T = -1,6$  K. Si  $\Delta T > 0$ , alors  $\Delta p < 0$ , les franges se déplacent vers les X croissants.

VII.3.a.  $n(z,t) = n_s + A C(z,t)$ .

VII.3.b.  $\delta = 2\alpha x + 2[n(z,t) - 1]a$ . Les franges sont rectilignes, mais décalées de  $\frac{2A(C_{o1} - C_{o2})a}{\lambda}$  interfranges.

VII.3.c.  $\tau \approx \frac{l^2}{D}$ . Le phénomène est très lent. Au bout d'un temps très long, le décalage tend vers 0.

VII.3.d. pour  $z < 0$ ,  $C(z,0) = C_{o2}$  ; pour  $z > 0$ ,  $C(z,0) = C_{o1}$  ;  
 Pour  $t > 0$ ,  $C(-\infty, t) = C_{o2}$  ; pour  $t > 0$ ,  $C(+\infty, t) = C_{o1}$ .

Il y a continuité de  $C$  :  $C(0^-, t) = C(0^+, t)$  et continuité du flux de particules :  $\frac{\partial C}{\partial z}(0^-, t) = \frac{\partial C}{\partial z}(0^+, t)$ .

VII.3.e. Exprimons les conditions aux limites à l'infini :  $C_{o2} = E$ ,  $C_{o1} = G$  ;  $E + \frac{\sqrt{\pi}}{2} F = G - \frac{\sqrt{\pi}}{2} H$

$$F \left[ e^{-u^2} \right]_{u=0} \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{z}{2\sqrt{Dt}} \right) \right)_{z=0} = H \left[ e^{-u^2} \right]_{u=0} \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{z}{2\sqrt{Dt}} \right) \right)_{z=0}$$

On en déduit :  $G = C_{o1}$ ,  $E = C_{o2}$   $F = H = \frac{C_{o1} - C_{o2}}{\sqrt{\pi}}$

VII.3.f. L'équation d'une frange s'écrira :  $x = p \frac{\lambda}{2a} + \frac{a[n(z,t)-1]}{\alpha} = K - \frac{aAC(z,t)}{\alpha}$

$\Delta = y(z = +\infty) - y(z = -\infty) = \frac{aA}{\alpha} (C_{o1} - C_{o2})$  La pente s'écrira :

$m = \frac{dx}{dz} = \frac{aA}{\alpha} \left( \frac{\partial C}{\partial z} \right) = -\frac{aA}{\alpha} \frac{B_2}{\sqrt{Dt}} = -\frac{aA}{\alpha} \frac{C_{o1} - C_{o2}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{Dt}}$

La valeur de  $\Delta$  mesurée doit être divisée par  $|m|$ . La pente ne change pas par projection.

$\frac{\Delta}{|m|} = 2\sqrt{\pi Dt}$   $D = \frac{\Delta^2}{4\pi\gamma^2 m^2 t} = \frac{10^{-6}}{4\pi \cdot 120} = 6,6 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

$\tau = \frac{c^2}{D} = \frac{10^{-2}}{6,6 \cdot 10^{-10}} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 175 \text{ jours}$ . La condition  $t \ll \tau$  est facilement remplie.

VIII.1. Les interférences auront une bonne visibilité, les ondes qui interfèrent étant polarisées dans la même direction.

VIII.2. Les interférences disparaissent : pas d'interférences entre deux ondes de polarisations orthogonales.

VIII.3. On n'obtient jamais d'interférences, les ondes ayant subi les trajets 1 et 2 sont incohérentes. Elles ne peuvent en aucun cas interférer.

VIII.4. De toute façon, pas d'interférences, les ondes ayant subi les trajets 1 et 2 sont polarisées orthogonalement.  $E_1 = E_o \cos \alpha_e$ ,  $E_2 = E_o \sin \alpha_e$   $I_1 = I_o \cos^2 \alpha_e$ ,  $I_2 = I_o \sin^2 \alpha_e$ .  
 $I = I_1 + I_2 = I_o = cte$

VIII.5. Cette fois, on observera des interférences : c'est l'expérience de Fresnel et Arago. Si  $E_o$  est l'amplitude de l'onde à la sortie de  $P_e$ ,  $E_1 = E_o \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha_e$ ,  $E_2 = E_o \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha_e$  sont les amplitudes des projections des deux ondes sur la direction de  $P_s$ . D'où, après interférence :

$E' = E_o \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha_e + \exp(j\varphi) \sin \alpha_e)$  et  $I' = 2I_o [1 + \sin 2\alpha_e \cos \varphi]$

VIII.6. On obtient deux ondes polarisées rectilignement : chaque onde traverse deux fois la lame quart d'onde, ce qui donnera des ondes polarisées dans le plan horizontal. On observera des interférences avec des franges du coin d'air rectilignes.

VIII.7. A l'aller et au retour, les angles de rotation sont opposés, sur chaque bras. Donc les lames sont inactives, comme au (VII.2). Les franges sont inchangées.

VIII.8. Ici, en revanche, les rotations à l'aller et au retour s'ajoutent. L'angle de rotation est égal à :

$530 \times 0,1 \times 0,1 = 5,3^\circ$  à l'aller ; au total :  $\theta_1 = 5,3^\circ$  et  $\theta_2 = -5,3^\circ$  pour l'autre bras.

$\vec{E}_1 = E_o \cos \theta_1 \vec{e}_z + E_o \sin \theta_1 \vec{e}_x$ ,  $\vec{E}_2 = E_o \cos \theta_1 \vec{e}_z - E_o \sin \theta_1 \vec{e}_x$

$\vec{E} = E_o \cos \theta_1 (1 + \exp(j\varphi)) \vec{e}_z + E_o \sin \theta_1 (1 - \exp(j\varphi)) \vec{e}_x$

$I = 2I_o \cos^2 \theta_1 (1 + \cos \varphi) + 2I_o \sin^2 \theta_1 (1 - \cos \varphi) = 2I_o (1 + \cos 2\theta_1 \cos \varphi)$

Le contraste est égal à  $c = \cos 2\theta_1 = \cos 20,6^\circ = 0,98$

IX.1.a. La célérité est  $c - v$  à l'aller, et  $c + v$  au retour, par rapport à  $R_o$ .

$t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}$

IX.1.b. Pendant le temps  $\frac{t_2}{2}$ , O parcourt  $v \frac{t_2}{2}$  et donc la lumière parcourt le trajet  $\sqrt{L^2 + \frac{v^2 t_2^2}{4}}$ , à la

célérité  $c$  :  $c t_2 = 2 \sqrt{L^2 + \frac{v^2 t_2^2}{4}}$  et donc  $t_2 = \frac{2L}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

IX.1.c.  $\Delta t = t_1 - t_2 = 2 \frac{L}{c} \left[ \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1} - \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \approx 2 \frac{L}{c} \frac{v^2}{2c^2}$ . Pour  $L = 20 \text{ m}$  et  $v = 30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\Delta t$  vaut environ  $0,67 \cdot 10^{-15} \text{ s}$  : impossible à mesurer classiquement.

Si les bras sont inégaux :

$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2}{c} \left[ L_1 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1} - L_2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \approx \frac{2}{c} \left[ L_1 \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - L_2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right]$

$\Delta t = \frac{2}{c} (L_1 - L_2) + \frac{v^2}{c^2} (2L_1 - L_2)$ . On fait ensuite tourner l'appareil de  $90^\circ$ , le nouveau

décalage est :  $\Delta t' = \frac{2}{c} (L_2 - L_1) + \frac{v^2}{c^2} (2L_2 - L_1)$ . On mesure en fait  $\Delta t + \Delta t'$  qui est le décalage :

$\Delta t + \Delta t' = \frac{v^2}{c^2} \frac{(L_2 + L_1)}{c}$

IX.1.d. L'écart de temps se traduit par un déphasage :  $\varphi = 2\pi \frac{c \Delta t}{\lambda} = 2\pi \frac{L v^2}{\lambda c^2}$ .

Si l'on tourne l'interféromètre, le déphasage deviendra  $2\varphi$  entre les deux expériences.

$\Delta p = \frac{2\varphi}{2\pi} = \frac{2L}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}$  ; pour  $L = 1 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$   $v/c = 10^{-4}$ ,  $\Delta p = \frac{1}{25}$  interfrange.

On augmente la sensibilité en augmentant la valeur de  $L$ . Avec  $L = 20 \text{ m}$ ,  $\Delta p = 0,8$  interfrange. On utilise pour cela des réflexions multiples entre miroirs, ce qui allonge le trajet de la lumière.

IX.2. Les lois de la mécanique s'expriment de la même façon dans tous les référentiels galiléens et le temps est absolu en mécanique newtonnienne. On peut étendre ce principe à la physique toute entière, électromagnétisme compris, dans le cadre de la relativité ; mais alors le temps n'a plus un caractère absolu. La composition des vitesses galiléenne n'est pas compatible avec l'invariance de  $c$ .

IX.3.a. Le calcul du (IX.1.a) et (IX.1.b.) n'est pas correct en relativité. La longueur  $L$  est contractée dans le sens de la vitesse d'entraînement :  $L_0 = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  [on peut utiliser par exemple la transformation de Lorentz donnée dans l'énoncé].

IX.3.b. On peut dire que la symétrie interdit une modification de la longueur du bras normal à  $Ox$  : il est impossible que les règles se déplaçant dans le sens de l'axe  $Ox$  (vers la "droite") soient raccourcies (par exemple) [le mieux est de dire qu'en effectuant une mesure de la règle dans le référentiel  $R_0$ , c'est-à-dire en repérant au même instant les deux points de  $O_0y_0$  en coïncidence avec les extrémités de la règle placée dans  $R$ , on ne peut pas trouver un résultat différent de  $L$ ].

IX.3.c.  $t'_1 = t'_2 = \frac{2L}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  dans le référentiel  $R_0$ . Dans le référentiel  $R$ ,  $t = \frac{2L}{c}$ . La relation entre  $t$  et

$t'$  est bien une relation entre temps "impropre"  $t'$  et temps propre  $t$ .

## Agrégation de sciences physiques

### Concours externe

#### OPTION PHYSIQUE

Composition de chimie - Session : 2000

#### PARTIE A

#### REPRÉSENTATIONS THERMODYNAMIQUES

##### 1. Construction et utilisation du diagramme d'Ellingham du zirconium

###### 1.1. État standard d'un composé à la température $T$

- état standard du gaz : gaz parfait de même composition, sous la pression de 1 bar. (c'est un état hypothétique).
- état standard du solide : solide pur sous la pression de 1 bar.

###### 1.2. Réaction de formation d'un corps pur composé

C'est la réaction de formation d'une mole de corps pur à partir des éléments pris dans leur état de référence à  $P$  et  $T$  considérés.

Dans les conditions où  $Zr$  est solide :  $Zr(s) + O_2(g) \rightleftharpoons ZrO_2(s)$

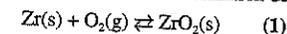
###### 1.3. Réactions d'oxydoréduction en phase sèche.

1.3.1. Diagramme d'Ellingham d'une réaction de formation :  $\Delta_r G^\circ(T) = f(T)$

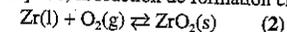
1.3.2.  $\Delta_r G^\circ(T) = \Delta_r H^\circ(T) - T \cdot \Delta_r S^\circ(T)$ . Si on fait l'approximation  $\Delta_r C_p^\circ(T) = 0$ , alors  $\Delta_r H^\circ$  et  $\Delta_r S^\circ$  sont indépendants de  $T$  et le diagramme est constitué de segments de droites.

###### 1.4. Diagramme d'Ellingham de $ZrO_2$ .

1.4.1. Pour  $T < 2133$  K,  $Zr$  est solide, la réaction de formation de  $ZrO_2$  est :



Pour  $T > 2133$  K,  $Zr$  est liquide, la réaction de formation change et devient :



1.4.2.  $T < 2133$  K

$$\begin{cases} \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ = -1086 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \Delta_r S^\circ = \sum_i \nu_i S_i^\circ = -193,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \end{cases}$$