


Chapitre 1. Aspects statiques de la statique des fluides

1. Définition de la tension de surface

1.1 def Δd

Si on considère 2 phases α et β séparées par une interface, le travail réversible que doit exercer un opérateur pour $\rightarrow$ la surface de l'interface de $d\Sigma$ est :

$$dW_{\gamma}^{rev} = \gamma_{AB} d\Sigma$$



Tension de surface

propriétés: * dépend des deux phases en présence

$$[\gamma_{AB}] = \text{N.T}^{-2}$$

Approche via 1^{er} pr:

Système = $\{\alpha + \beta + \text{interface}\}$

$$dU = \delta W_p^{\text{rev}} + \delta W_c^{\text{rev}} + \delta W_\gamma^{\text{rev}} + \delta Q^{\text{rev}}$$
$$= -p dV = \sum_i \mu_i dm_i = \gamma_{AB} d\Sigma = T dS$$

$$dU = T dS - p dV + \sum_i \mu_i dm_i + \gamma_{AB} d\Sigma$$

Donc

$$\gamma_{AB} = \left. \frac{\partial U}{\partial \Sigma} \right|_{S, V, n_i}$$

Mais S paramètre à contrôler, pas pratique $\rightarrow$ transformation de Legendre

$$F = U - TS$$

donc

$$dF = -SdT - pdV + \sum_i \mu_i dm_i + \gamma_{AB} dZ$$

$$\gamma_{AB} = \left(\frac{\partial F}{\partial Z} \right)_{T, V, n_i}$$

On peut faire une autre transformation :

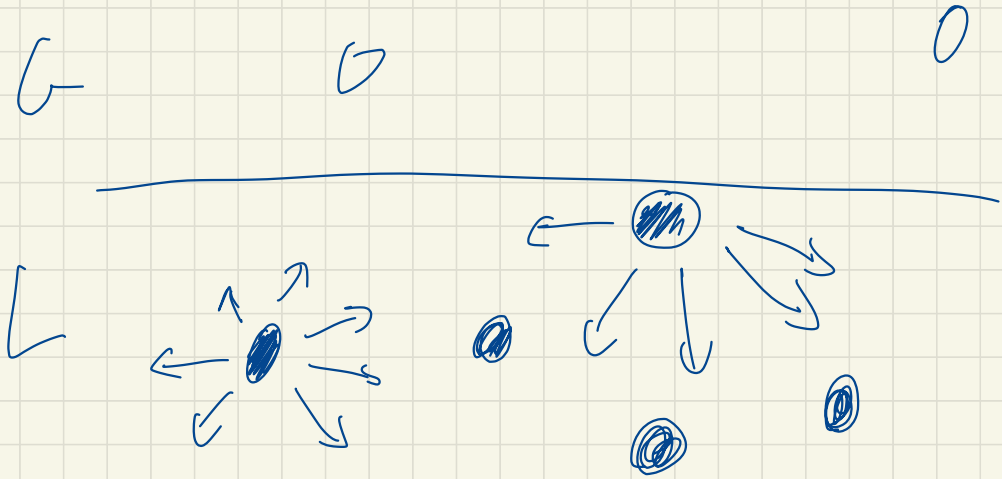
$$G = F + pV$$

donc

$$dG = -SdT + Vdp + \sum_i \mu_i dm_i + \gamma_{AB} dZ$$

$$\gamma_{AB} = \left(\frac{\partial G}{\partial Z} \right)_{T, p, n_i}$$

1.2 Interprétation microscopique



$P_g \ll P_L$: pas d'interaction
ou liquide cohésif

$$\sigma_{AB} = \frac{\frac{1}{2} E_{coh}}{a^2} = \frac{E_{coh}}{2a^2}$$

ou car $E_{coh} \sim k_B T_{eb}$

donc

$$\gamma_{AB} = \frac{k_B T_{eb}}{2a^2}$$

11q: $\oplus$ liquid cohesion $\oplus \gamma_{AB}$

γ_{AB} $\rightarrow$ qd a

liquide	cydo	eau	mercure
$\gamma_{\text{ads}} (\text{mN} \cdot \text{m}^{-1})$	25	72	436
T_{eb}	81	100	356
$\alpha(A)$	3	2	1
γ	27	69	739

1.3 Facteurs de dépendance de γ

1.3.1 Température

$$dF = -SdT - p dV + \sum_i \mu_i dn_i + \gamma_{AB} d\Sigma$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \Sigma \partial T} = \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial \Sigma} = \frac{\partial \gamma_{AB}}{\partial T} = - \frac{\partial S}{\partial \Sigma}$$

Donc

$$\frac{\partial \gamma_{AB}}{\partial T} = - \frac{\partial S}{\partial \Sigma}$$

$\gamma_{AB} \searrow$ qd $T \nearrow$

$S = S_L + S_p + S_\Sigma$, $S \nearrow$ qd $\Sigma \nearrow$ car
extensive

Microscopiquement: $\frac{E_{coh}}{2a^2} = \frac{k_B T_{coh} - k_B T}{2a^2}$

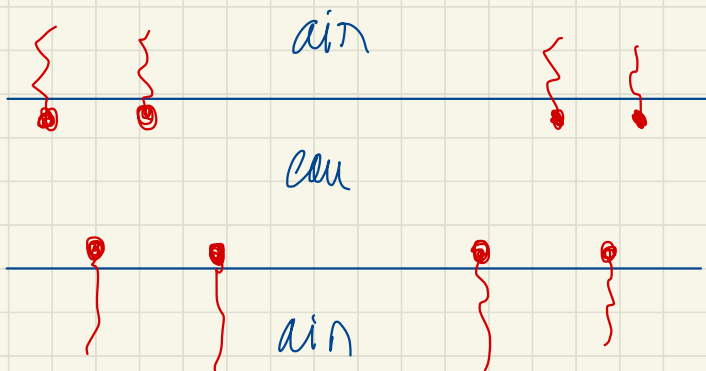
donc $\gamma_{AB} = \frac{k_B}{2a^2} (T_{cb} - T)$

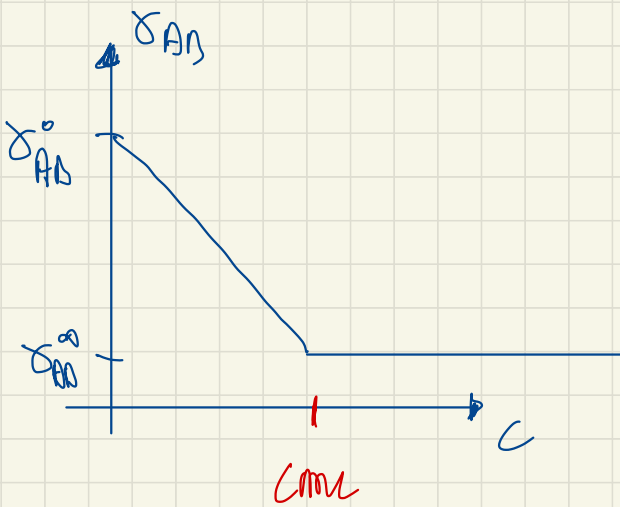
Ordon: $\frac{1}{\gamma_{AB}} \frac{d\gamma_{AB}}{dT} \sim 10^{-1} - 10^{-2} K$

1.3.2 Présence de tensioactifs

def: espèce capable de s'adsorber sur une interface et de diminuer la tension de surface.

ex: film de savon





Expérience : arrachement par exemple

théoriquement, décroissance théoriquement l'adsorption.

$$\frac{c}{k_B T} \frac{\partial \gamma_{AB}}{\partial c} = - \Gamma_s(c)$$

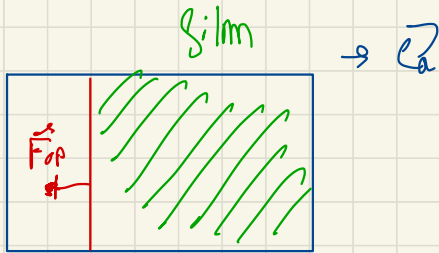
formule d'adsorption
de Gibbs.

nmnq: vinaigrette : moultitude = tension active.

1.9 zone capillaire

1.9.1 définition

2^{nd} vision de la capillarité : force
 $[\gamma_{AB}]$: force par unité de surface



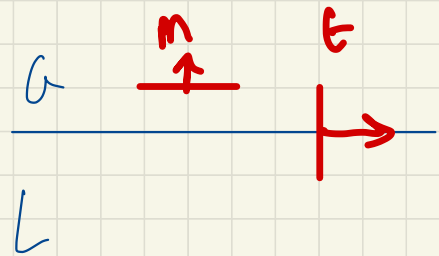
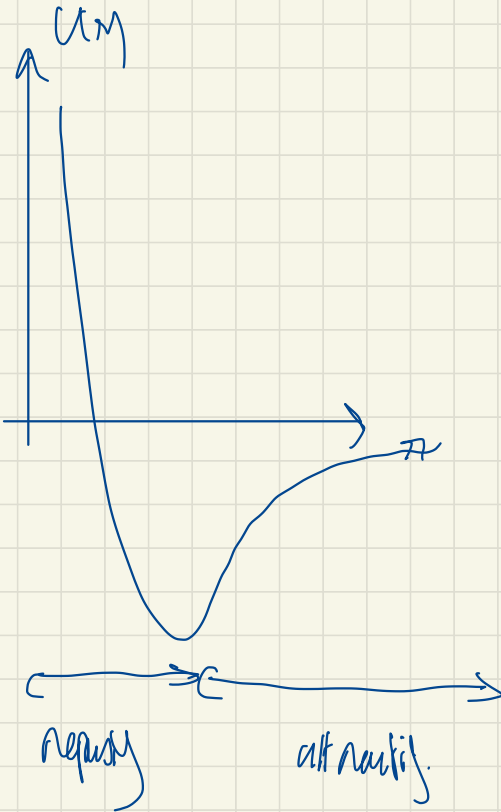
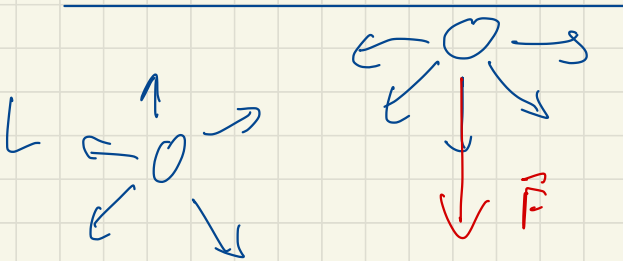
$\vec{F}_{cap}$: force dirigée dans le sens d'une diminution de la surface.

PFD à la ligne sur $\vec{c}_a$: $\delta \mathcal{U}(\vec{F}_{op}) = \gamma_{AB} dZ$
 $F_{op} = - F_{cap}$ $= -2\gamma_{AB} L da$

On en déduit $\vec{F}_{cap} = 2\gamma_{AB} L \frac{\vec{\nabla}(S)}{S}$

1.4.2 Analyse microscopique

G



$$P = P_c + P_g$$

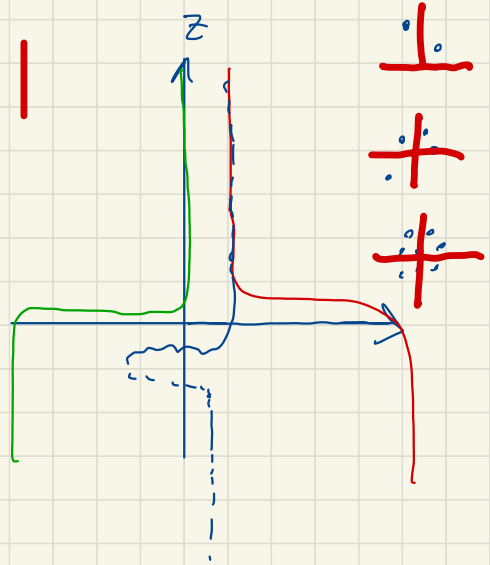
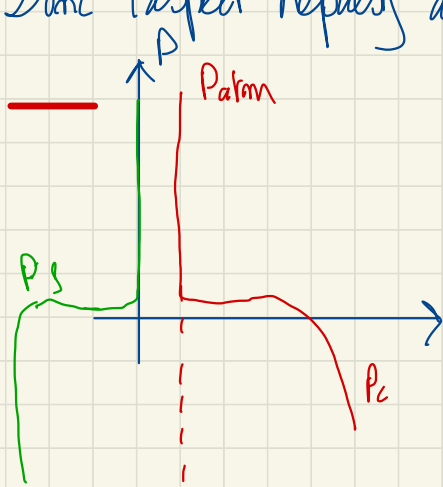
$\nwarrow$ adv. de q^{12} de mat
 $\nwarrow$ résultante des forces exercées par les deux côtés.

$$p = \frac{\rho g h}{n} + p_g$$

gaz: $|p_g| \ll \rho_g g h / n \approx p_{atm}$

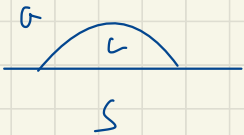
liq: $\rho_l g h / n \gg p_{atm}$ donc dans les liquides, $p_g \ll 0$ et $|p_l| \gg p_{atm}$

Donc l'aspect répulsif domine.



2. Conséquences de la tension de surface

2.1 Analyse Δd



Syst: $\{ L + S + \text{interface} \}$

Évolue à température T_0 et pression p_0 fixes.

$$G^* = U - T_0 S + p_0 V, \quad dG^* = dU - T_0 dS + p_0 dV, \quad G^* = G \text{ à l'éq}$$

$$dG^* = (T - T_0) dS + (p_0 - p) dV + \gamma_{lg} d\Sigma_{lg} + \gamma_{sg} d\Sigma_{sg} + \gamma_{ls} d\Sigma_{ls}$$

$$d\Sigma_{sg} = -d\Sigma_{ls}$$

$$\text{donc } dG^* = (T - T_0) dS + (p_i - p_e) dV + \gamma_{lg} d\Sigma_{lg} + (\gamma_{ls} - \gamma_{sg}) d\Sigma_{ls}$$

Simplex syst isolé, si $\mathcal{S}$ contact ac thermostat

$$S = \mathcal{S} + \mathcal{H} : \Delta S_{\mathcal{S}} + \Delta S_{\mathcal{H}} \text{ max à } T_{eq}$$

$$\Delta S_{\mathcal{S}} + \frac{\Delta U_{\mathcal{H}}}{T_{\mathcal{H}}} \text{ or } U_{\mathcal{S}} + C_{\mathcal{H}} = \text{cste}$$

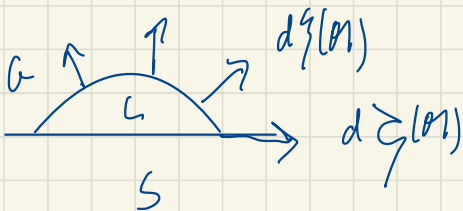
$$\Delta U_{\mathcal{S}} = -\Delta U_{\mathcal{H}}$$

$$\Delta S_{\mathcal{S}} - \frac{\Delta U_{\mathcal{S}}}{T_{\mathcal{H}}} \text{ max à } T_{eq}$$

$$\text{or donc } \Delta U_{\mathcal{S}} - T_{\mathcal{H}} \Delta S_{\mathcal{S}} \text{ min à } T_{eq}$$

$$F^* = U - T_{\mathcal{H}} S$$

potentiel énergie libre
à minimiser à l'équilibre.



$$dU_l = \iint_{\Sigma_{lg}} dS d\gamma$$

$$d\Sigma_C = \oint dl d\zeta$$

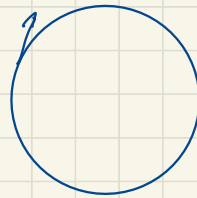
C : ligne de contact

$$d\tau_{\ell_y} = \oint dl d\zeta \cos \theta$$

$$dG^* = (T^e - T_0) dS + \iint dS d\zeta [P_0 - P_e + \gamma_{\ell_y} C] \\ + \oint_{\ell} dl d\zeta [\gamma_{\ell_y} \cos \theta + \gamma_{\ell s} - \gamma_{s\ell}]$$

$$dG^* = 0 \Rightarrow \begin{cases} T = T_0 \\ P_{\ell}(M) = P_0 + \gamma_{\ell_y} C(M) \\ \gamma_{\ell_y} \cos \theta(M) = \gamma_{s\ell} - \gamma_{\ell s} \end{cases}$$

can
minimizes
imdep



ODG: $\gamma = 7 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

$E = 10^{11} \text{ Pa}$

$\delta \sim 7 \cdot 10^{-13}$

En contact hydrogel $\rightarrow \delta \sim 7 \mu\text{m}$

2. La ligne triple n'est pas un système physique acceptable. Bilan mécanique pas

sub: $\begin{matrix} dy \\ dx \end{matrix}$  $\begin{matrix} dx \rightarrow 0 \\ dy \rightarrow 0 \end{matrix}$

2.2 Mouillage et paramètre d'étalement

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{sg} - \gamma_{ls}}{\gamma_{lg}}, \text{ on déf } S = \gamma_{sg} - \gamma_{ls} - \gamma_{lg}$$

$\triangle (S) \equiv [\gamma]$, par conséquent on pose

$$\frac{S}{\gamma_{lg}} = \cos \theta > 0 \Rightarrow \text{pas de sol}^\circ \text{ pour } \theta, \text{ ligne triple instable à l'équilibre.}$$

L_0 mouillage total

$$* S < -2\gamma_{lg}, \quad \gamma_{sg} - \gamma_{ls} = S + \gamma_{lg} < -\gamma_{lg}$$

$\Rightarrow \cos \theta < -1$, ligne triple instable

$$\Rightarrow \gamma_{ls} - \gamma_{sg} - \gamma_{lg} > 0$$

 ○
liquide non mouillant

$$* -\gamma_{ls} < S < 0 : \text{mouillage partiel}$$

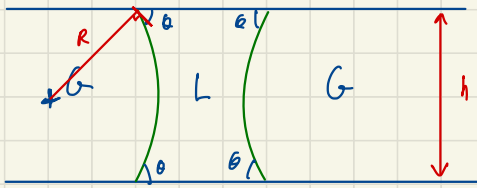
$\theta < \pi/2$: liquide plutôt mouillant



$\theta > \pi/2$: liquide plutôt non mouillant



2.3 Application des phénomènes de mœillage



$$p_c = p_{atm} + \gamma_L$$

$h \ll r_{min}$

 hypothèse

$$C = \frac{1}{r_{min}} = \frac{1}{R}$$

$$R = \frac{h}{2 \cos \theta}$$

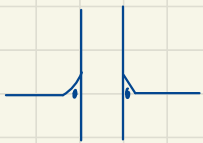
$$\Delta p = \frac{-2\gamma_L \cos \theta}{h}$$

$$F_{op} \sim \frac{\pi \gamma_L \cos \theta \pi r_{min}^2}{\pi}$$

ODG

$$Ls \quad F \sim 4N$$

b. Mesure de Tension de surface par balance d'approche



$$P = -mg$$

$$\pi = c_s \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h$$

$$F_{la} = \pi d \gamma_{la} \quad F_{lg} = -\pi d \gamma_{lg}$$

$$F_{op} = -mg - c_s \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h \gamma + \underbrace{\pi d (\gamma_{lg} - \gamma_{la})}_{\gamma_L \cos \theta}$$

passé par un maximum : $h \rightarrow 0, \theta \rightarrow \pi$

$$F_{op}^{max} = \pi d \gamma_L$$

anneau : $\pi d \gamma_L$

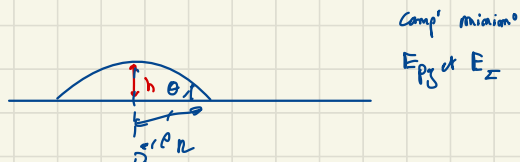
4. théorème de nucléation hétérogène

non mouillant $\rightarrow$ retour à la nucléation homogène $\theta \rightarrow \pi$

totalment mouillant $\rightarrow$ ramener au cas de phénocylanes $\theta \rightarrow 0$

4. Compét^o entre capillarité et pesanteur

4.1 mb de Bond



$$E_{pg} = \rho_c V g h \quad V = \pi R^2 h$$

$$\rho = 2\pi R h$$

$$E_{pg} \sim 2\pi \rho g h^3 R$$

$$E_{cap} = 2\pi R^2 (1 - \cos \theta) \gamma_{lg} \sim 2\pi \gamma_{lg} R h$$

$$Bo = \frac{E_{pg}}{E_{cap}} = \frac{\rho_c g h^2}{\gamma_{lg}}$$

$$Bo \ll 1: \text{cap}, \quad Bo \gg 1: \text{pes}$$

$$\Rightarrow h \ll \ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_c g}}$$

$$h \gg \ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_c g}}$$



$$|\Delta \rho| = \rho_{\text{atm}} - \frac{\gamma \cos \theta}{r} = \rho_{\text{atm}} - \rho_{\text{gh}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{\gamma \cos \theta}{\rho_{\text{gh}}}$$

→ mesure h de sangle