

1. Le problème de la recherche d'un référentiel galiléen

1.1 Description générale du mouvement de la Terre autour du Soleil

Commençons par définir le référentiel \mathcal{R}_C de Copernic. Son origine est prise au *centre de gravité* du système solaire, quasiment confondu avec le centre S du Soleil, tant la masse de ce dernier est importante. Ses trois axes sont dirigés vers des étoiles « fixes », très éloignées. Dans ce référentiel, la trajectoire de la Terre est contenue dans un plan appelé *écliptique* ; en négligeant les planètes, son orbite est elliptique de foyer S (fig.VI-1). Le point de son orbite le plus éloigné du Soleil, l'*aphélie*, est à 152 millions de kilomètres, tandis que le plus proche, le *périhélie*, est à 147 millions de kilomètres ; ces données nous permettent d'assimiler cette trajectoire à un cercle en première approximation.

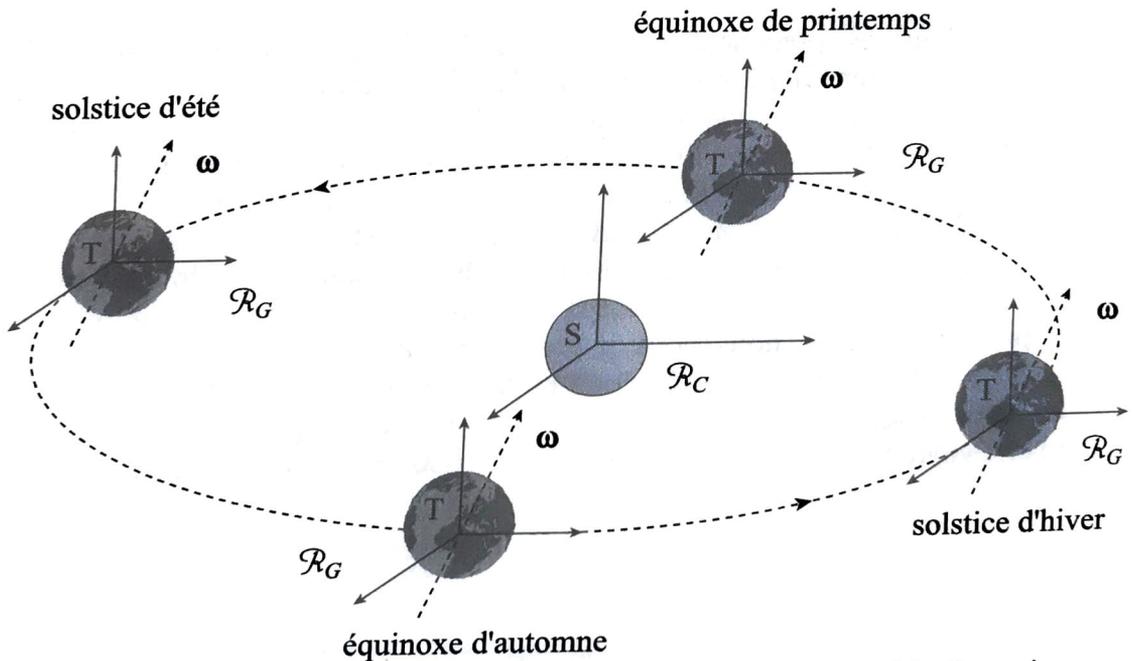


Figure VI-1. Évolution de la Terre autour du Soleil dans le référentiel de Copernic.
Les saisons indiquées sont celles de l'hémisphère nord

Le référentiel géocentrique \mathcal{R}_G a pour origine le centre T de la Terre, ses axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic ; il est donc en translation elliptique, quasi circulaire, par rapport à \mathcal{R}_C . Dans \mathcal{R}_G , la Terre tourne sur elle-même, son vecteur rotation ω étant incliné de $23^{\circ}26'$ par rapport à la normale à l'écliptique. L'étoile située dans la direction de cet axe indique le nord sur Terre, c'est l'étoile polaire. Le plan contenant T et perpendiculaire à ω est l'*équateur* (plan de latitude nulle).

La *déclinaison* est l'angle que fait l'axe TS, c'est-à-dire également les rayons solaires, avec l'équateur ; au cours d'une année elle varie entre $-23^{\circ}26'$ et $+23^{\circ}26'$. Cette variation est à l'origine du phénomène des saisons. Les équinoxes sont définis comme les positions de la Terre pour lesquelles la déclinaison est nulle, le Soleil est

et l'arrivée plus rapide du Soleil dans ce plan. Il est remarquable que ce déplacement angulaire autour du Soleil, bien que très lent, de l'ordre de $50''$ par an, ait été découvert par l'astronome grec Hipparque, en 120 avant J.-C. ! Il avait remarqué une rotation au cours des ans de la sphère étoilée observée à une même époque de l'année. En particulier, l'axe de la Terre ω pointait vers une autre partie du ciel il y a quelques siècles, et la dénomination d'étoile polaire a été donnée successivement à différentes étoiles au cours des temps. De même, il y a 13 000 ans, l'hiver dans l'hémisphère nord avait lieu au voisinage de l'aphélie, et la voûte céleste observée à cette période correspondait à l'actuelle carte du ciel estivale.

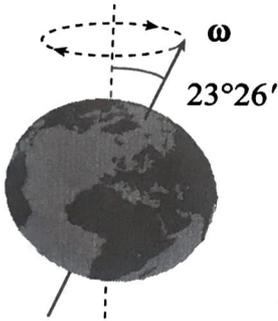


Figure VI-3. La précession des équinoxes

1.2 Les différents référentiels envisageables

Le principe d'inertie postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen (rappelons qu'il en existe alors une infinité, tous en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres). Nous allons tenter d'en mettre un en évidence. Le premier qui vient à l'esprit est celui dans lequel nous nous trouvons naturellement : le référentiel terrestre \mathcal{R}_T . Mais de toute évidence, il ne peut être galiléen ; en effet, pourquoi le serait-il plutôt que tout autre référentiel lié à une autre planète ? Le bon sens nous conduit donc à le rejeter, il reste à le prouver expérimentalement. Il suffit pour cela d'utiliser le principe fondamental de la dynamique qui peut être appliqué dans tout référentiel galiléen. Si une expérience de mécanique infirme l'application de celui-ci dans le référentiel choisi, c'est que ce référentiel n'est pas galiléen. Dans le référentiel terrestre, le principe fondamental prévoit par exemple qu'un pendule, lâché sans vitesse initiale, oscille dans un plan constant ; cela étant infirmé par l'expérience du pendule de Foucault (VI.3.4.2), nous en déduisons que \mathcal{R}_T n'est pas galiléen.

L'évolution du pendule de Foucault, due à la rotation de la Terre sur elle-même, vérifie en revanche le principe fondamental appliqué dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_G . Ce dernier serait-il alors galiléen ? Non, il ne l'est pas non plus, car la Terre est accélérée par le Soleil dans le référentiel de Copernic. Ce sont cette fois les marées océaniques qui nous en donnent une preuve expérimentale, elles ne peuvent être expliquées qu'en appliquant le principe fondamental dans \mathcal{R}_C (VI.2.3).

Nous en sommes maintenant à nous demander si \mathcal{R}_C est galiléen. Notre système solaire appartient à une galaxie, il subit l'attraction gravitationnelle des autres étoiles

de la Voie lactée. Le Soleil est donc accéléré par rapport à un référentiel galactocentrique, dont l'origine serait au centre de gravité de la galaxie (les étoiles de la Voie lactée tournent autour de son centre). \mathcal{R}_C ne peut donc être galiléen non plus ; mais en l'absence de preuve expérimentale, nous nous en tiendrons à l'argument de bon sens : il n'y a aucune raison pour que le Soleil, étoile quelconque de notre galaxie, soit une référence privilégiée pour les lois de la physique. En ce qui concerne un référentiel galactocentrique, notre Voie lactée appartenant elle-même à un amas de galaxie, elle est accélérée par les autres galaxies de cet amas ; un tel référentiel ne semble donc pas pouvoir être galiléen non plus. Mais les différents amas interagissent également entre eux, etc.

Il s'avère donc impossible de mettre en évidence un référentiel rigoureusement galiléen. Et cela donne d'ailleurs tout son intérêt au principe d'inertie qui postule justement l'existence de tels référentiels.

Toutefois, tous les référentiels envisagés précédemment peuvent être considérés comme galiléens si le principe fondamental, appliqué dans ceux-ci, permet d'interpréter le comportement des corps avec l'approximation souhaitée. Il nous faut donc maintenant quantifier le caractère non galiléen de ces référentiels, afin de savoir lequel doit être choisi pour étudier tel ou tel phénomène, et mesurer le degré d'approximation.

1.3 L'expérience de pensée d'Einstein

L'expérience de pensée suivante est inspirée de celle décrite par Einstein et Infeld, dans leur ouvrage *L'Évolution des idées en physique* ; ils présentent une analogie entre les phénomènes d'inertie et l'interaction gravitationnelle, ce qui leur permet de dégager certaines idées fondatrices de la théorie de la relativité générale. À notre niveau, elle nous servira à montrer dans quelle mesure un référentiel peut être *localement* considéré comme galiléen.

Imaginons un ascenseur de masse M en chute libre dans le champ de pesanteur terrestre. À l'intérieur de celui-ci se trouve un physicien, qui y effectue des expériences de mécanique avec une masse m . Le physicien est né dans l'ascenseur, et l'absence de fenêtre l'empêche de regarder à l'extérieur de celui-ci, il ne peut donc soupçonner l'existence de la Terre. Soit \mathcal{R} le référentiel terrestre et \mathcal{R}' le référentiel lié à l'ascenseur, le référentiel terrestre étant ici supposé galiléen.

L'ascenseur étant en chute libre dans \mathcal{R} , accéléré par le champ de pesanteur terrestre, le référentiel \mathcal{R}' qui lui est associé est non galiléen. L'équation du mouvement de la masse dans \mathcal{R}' s'écrit alors en tenant compte des forces d'inertie :

$$m \mathbf{a}' = m \mathbf{g} + \mathbf{F} + \mathbf{F}_{ie} + \mathbf{F}_{ic},$$

où \mathbf{F} est la résultante des forces autres que celle de pesanteur.

Puisque \mathcal{R}' est en translation par rapport à \mathcal{R} , $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \mathbf{0}$, et les forces d'inertie s'écrivent :

$$\mathbf{F}_{ie} = -m \mathbf{a}_{\text{ascenseur}}, \quad \mathbf{F}_{ic} = \mathbf{0}.$$

L'accélération de l'ascenseur s'obtient en lui appliquant le principe fondamental dans \mathcal{R} :

$$M \mathbf{a}_{\text{ascenseur}} = M \mathbf{g} \Rightarrow \mathbf{a}_{\text{ascenseur}} = \mathbf{g},$$

d'où l'équation du mouvement de la masse dans \mathcal{R}' :

$$m \mathbf{a}' = \mathbf{F}.$$

Intéressons-nous maintenant au raisonnement du physicien dans l'ascenseur. N'ayant pas connaissance de son mouvement par rapport au sol, ni même de la présence de la Terre, il supposera naturellement que son référentiel \mathcal{R}' est galiléen. Et l'application qu'il fera du principe fondamental dans \mathcal{R}' ne prendra pas \mathbf{g} en compte :

$$m \mathbf{a}' = \mathbf{F}.$$

Puisque son équation du mouvement est la bonne, ses expériences de mécanique n'infirmont nullement ses hypothèses et il conclura que son référentiel est galiléen ! En particulier, une masse sur laquelle ne s'exercerait aucune force serait en mouvement rectiligne uniforme dans \mathcal{R}' ; si sa vitesse initiale était nulle dans \mathcal{R}' , elle tomberait à la même vitesse que l'ascenseur dans \mathcal{R} . Cela a pour origine la compensation de la force d'inertie par l'attraction gravitationnelle terrestre ⁽¹⁾.

Le raisonnement précédent n'est toutefois valable qu'en première approximation. Le physicien a en réalité la possibilité de mettre en évidence le caractère non galiléen de son référentiel, en effectuant des mesures suffisamment fines. En effet, le champ de pesanteur terrestre n'est pas rigoureusement uniforme, il dépend en particulier de l'altitude par rapport au sol, g décroissant avec cette dernière. Appelons G le centre de gravité de l'ascenseur, et P le point où se trouve la masse. L'équation du mouvement de m dans \mathcal{R}' , en supposant \mathcal{R} galiléen, s'écrit maintenant :

$$m \mathbf{a}' = m \mathbf{g}(P) + \mathbf{F} - m \mathbf{a}_{\text{ascenseur}}.$$

L'application du principe fondamental à l'ascenseur dans \mathcal{R} donne ⁽²⁾ :

$$M \mathbf{a}_{\text{ascenseur}} = M \mathbf{g}(G) \Rightarrow \mathbf{a}_{\text{ascenseur}} = \mathbf{g}(G),$$

d'où l'expression plus rigoureuse de l'équation du mouvement de m dans \mathcal{R}' :

$$m \mathbf{a}' = \mathbf{F} + \underbrace{m[\mathbf{g}(P) - \mathbf{g}(G)]}_{\substack{\text{terme de gravitation différentielle} \\ \text{ou terme de marée}}}.$$

Le physicien dans son ascenseur n'a donc qu'une équation approchée en supposant son référentiel galiléen, il lui manque le second terme dû à la non-uniformité du champ de gravitation dans l'ascenseur. Ce terme de gravitation différentielle tend à

¹ Notons que cette compensation n'est possible qu'en assimilant les masses gravitationnelle et inerte.

² Ce résultat sera démontré lors de l'étude des systèmes de points (VII.2.5).

déplacer les corps vers le haut si P est au-dessus de G , et vers le bas dans le cas contraire (fig. VI-4). Par des mesures suffisamment précises, il pourrait donc constater que son référentiel n'est pas galiléen, et réaliser que l'ascenseur est en chute libre !

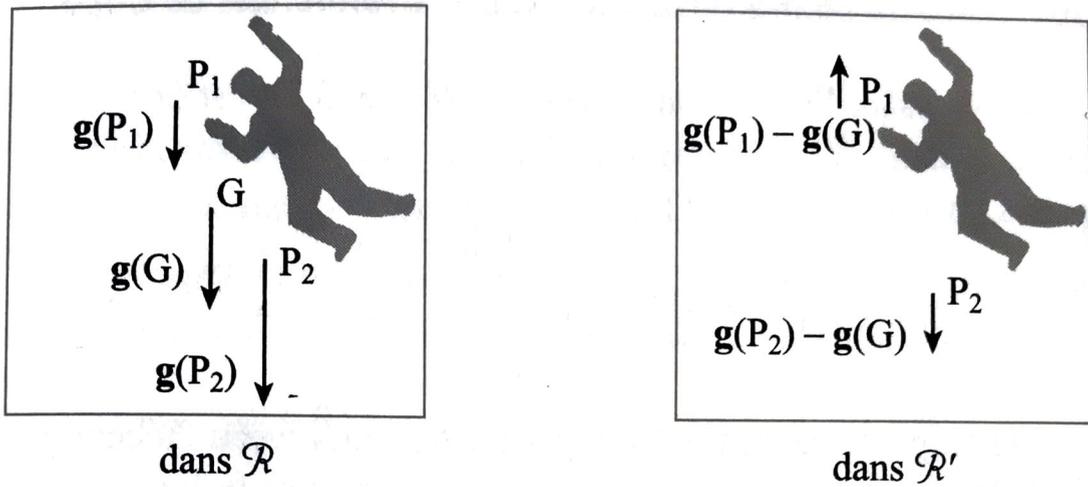


Figure VI-4. Valeur du champ de gravitation dans \mathcal{R} et de la gravitation différentielle dans \mathcal{R}'

Dans cet exemple, nous avons quantifié l'écart au comportement galiléen du référentiel \mathcal{R}' . Ce dernier peut donc être assimilé à un référentiel galiléen, si le champ de gravitation créé par la Terre est quasi uniforme dans le domaine d'espace étudié. Le référentiel \mathcal{R}' est localement galiléen.

1.4 Le référentiel de Copernic \mathcal{R}_C

Comme nous l'avons déjà précisé, le référentiel \mathcal{R}_C n'est pas galiléen car il est accéléré par les autres étoiles de notre galaxie. En se ramenant à l'expérience de pensée du paragraphe précédent, notre système solaire est l'analogue de l'ascenseur, et le champ gravitationnel \mathcal{G} créé par le reste de la Voie lactée est l'analogue de g . Ainsi, l'écart au comportement galiléen dans \mathcal{R}_C est lié à la non-uniformité de \mathcal{G} dans l'espace. Le référentiel de Copernic peut donc être localement considéré galiléen, sur l'échelle de notre système solaire. En effet, la taille de ce dernier (10^{-3} années-lumière) est beaucoup plus petite que celle de notre galaxie (100 000 années-lumière), et \mathcal{G} peut y être considéré uniforme avec une très bonne approximation.

Le référentiel de Copernic peut être considéré comme galiléen pour toute étude de phénomènes se produisant à l'intérieur de notre système solaire. Il ne faut alors pas tenir compte des autres astres de l'univers.

Les mouvements des différentes planètes ou comètes peuvent donc être étudiés dans ce cadre. En particulier, nous travaillerons dans le référentiel de Copernic pour traiter des mouvements de la Terre.

Une révolution de la Terre sur elle-même définit la durée du jour ; mais il convient de bien différencier le *jour sidéral* du *jour solaire*. Le premier correspond à ω , il s'agit de la période propre de rotation de la Terre sur elle-même dans \mathcal{R}_G ou \mathcal{R}_C . Le jour sidéral vaut 86164 secondes, soit 23 heures 56 minutes 4 secondes. Mais sur Terre nous percevons un jour plus long, car il est caractérisé par deux passages successifs du Soleil au point le plus haut dans le ciel. En effet, puisque la Terre tourne autour du Soleil, elle doit effectuer un peu plus d'un tour sur elle-même pour qu'un jour terrestre se soit écoulé. Historiquement, la durée du jour solaire ⁽¹⁾ a été fixée à 24 heures, soit 86400 s.

3.2 Le principe fondamental appliqué dans le référentiel terrestre

Soit un corps de masse m , situé au point P . L'application du principe fondamental à ce point matériel dans \mathcal{R}_T doit être faite en tenant compte des forces d'inertie :

$$m \mathbf{a}_{\mathcal{R}_T} = \mathbf{F} + m \mathcal{G}_T(P) + \mathbf{F}_{ie} + \mathbf{F}_{ic},$$

où \mathbf{F} est la résultante des forces autres que celle d'attraction gravitationnelle terrestre $m\mathcal{G}_T(P)$. Puisque \mathcal{R}_T est en rotation à ω par rapport au référentiel galiléen \mathcal{R}_G :

$$\mathbf{F}_{ie} = -m \omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{TP}) \quad , \quad \mathbf{F}_{ic} = -2 m \omega \wedge \mathbf{v}_{\mathcal{R}_T} \quad ,$$

où T est le centre de la Terre. L'équation du mouvement de P dans le référentiel terrestre \mathcal{R}_T s'en déduit :

$$m \mathbf{a}_{\mathcal{R}_T} = \mathbf{F} + m[\mathcal{G}_T(P) - \omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{TP})] - 2 m \omega \wedge \mathbf{v}_{\mathcal{R}_T}.$$

3.3 Définition du poids d'un corps et du champ de pesanteur terrestre

Dans l'équation du mouvement d'un point P dans le référentiel terrestre, \mathcal{R}_G étant galiléen, interviennent deux forces proportionnelles à la masse et ne dépendant que de la position du point : \mathbf{F}_{ie} et $m\mathcal{G}_T(P)$. Elles sont regroupées en une seule force, le poids \mathbf{P} .

Le poids d'un corps est la résultante de l'attraction gravitationnelle terrestre et de la force (centrifuge) d'inertie d'entraînement due à la rotation propre de la Terre.

$$\mathbf{P} = m[\mathcal{G}_T(P) - \omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{TP})].$$

Le champ de pesanteur \mathbf{g} est alors défini comme le rapport du poids sur la masse :

$$\mathbf{P} = m \mathbf{g} \quad \text{avec} \quad \mathbf{g} = \mathcal{G}_T(P) - \omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{TP})$$

¹ En pratique, la durée du jour solaire varie au cours de l'année du fait de la variation de vitesse angulaire de rotation de la Terre autour du soleil (loi des aires), et de la variation de la déclinaison. Le jour de 24 heures utilisé sur Terre est en réalité le *jour solaire moyen* sur une année.

En notant H le projeté orthogonal de P sur l'axe de la Terre, cela s'écrit :

$$\mathbf{g} = \mathcal{G}_T(\mathbf{P}) + \omega^2 \mathbf{HP}$$

Si la Terre est supposée sphérique, le champ \mathcal{G}_T est dirigé en tout point vers son centre ; en revanche le terme centrifuge ne l'est pas (sauf sur l'équateur et aux pôles). Le champ de pesanteur \mathbf{g} n'est donc pas dirigé, en général, vers le centre de la Terre (fig. VI-17). C'est toutefois bien ce champ qui définit la verticale en un lieu donné de la surface terrestre : la *direction du fil à plomb* ⁽¹⁾.

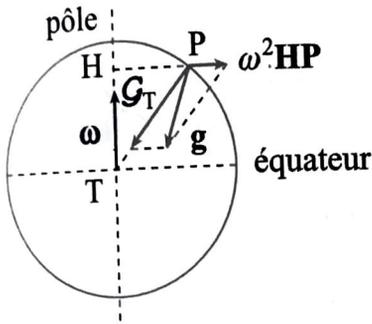


Figure VI-17. Le champ \mathbf{g} de pesanteur, constitué du champ de gravitation \mathcal{G}_T et du champ centrifuge dû à la rotation de la Terre

Ces définitions exactes étant données, intéressons-nous aux valeurs numériques. L'accélération centrifuge apporte une contribution au champ de pesanteur qui dépend de la latitude. Elle peut être estimée sur l'équateur, où elle est maximale :

$$R_T \omega^2 = 6,4 \cdot 10^6 \times \left(\frac{2\pi}{86164} \right)^2 \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2},$$

R_T étant le rayon moyen de la Terre.

Par ailleurs, les mesures expérimentales de g fournissent diverses valeurs selon la latitude, allant de $9,83 \text{ ms}^{-2}$ aux pôles à $9,78 \text{ ms}^{-2}$ sur l'équateur, tandis que l'angle entre la verticale terrestre et la direction au centre de la Terre reste inférieur à $6'$. Cela nous conduit à négliger l'influence du terme centrifuge et à considérer \mathbf{g} radial, de norme $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$, et cela avec une approximation inférieure à $0,5\%$.

Si nous voulions maintenant une valeur plus précise, il faudrait tenir compte de l'influence de la force d'inertie d'entraînement en fonction de la latitude, mais aussi de la non-sphéricité de la Terre. En effet, la Terre est en réalité aplatie, avec un rayon plus important de 21 km à l'équateur qu'au pôle ; sa forme se rapproche de celle d'un ellipsoïde de révolution ⁽²⁾. Le champ gravitationnel terrestre \mathcal{G}_T est ainsi plus élevé aux pôles qu'à l'équateur, cette variation étant du même ordre de grandeur que la correction apportée par le terme centrifuge.

¹ En pratique, \mathbf{g} est issu de l'expérience, car \mathcal{G}_T dépend de la répartition de matière au sein de la Terre. Les mesures de \mathbf{g} constituent d'ailleurs une méthode d'étude de la structure interne du globe.

² L'origine de cette déformation est justement due à la force centrifuge, qui tend à étirer les parties les plus éloignées de l'axe de rotation.

Après avoir considéré les variations de g en surface, recherchons l'altitude h en dessous de laquelle il est possible de considérer g constant avec la même approximation de 0,5%. En assimilant g et \mathcal{G}_T , nous pouvons écrire :

$$g(h) \approx \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} \approx \frac{GM_T}{R_T^2} \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right),$$

d'où la variation relative :

$$\left| \frac{g(h) - g(0)}{g(0)} \right| \approx 2 \frac{h}{R_T}.$$

Une variation de 0,5% est obtenue pour $h \approx 16$ km. Au-delà, en plus de la variation de \mathcal{G}_T , il faudrait tenir compte du terme centrifuge qui croît avec l'altitude.

Cette étude nous permet d'utiliser une valeur approchée de g , en connaissant l'approximation effectuée.

En tout point de la surface terrestre, et jusqu'à une altitude d'une dizaine de kilomètres, nous pouvons considérer que g est dirigé vers le centre de la Terre (supposée sphérique), l'intensité de la pesanteur étant $g \approx 9,8 \text{ ms}^{-2}$ à 0,5% près.

3.4 La force de Coriolis

L'étude suivante est réalisée au voisinage immédiat de la surface terrestre, l'approximation précédente sur g est donc valable. Puisque dans ce cas la force d'inertie d'entraînement peut être négligée, voyons si la force de Coriolis peut mettre en évidence le caractère non galiléen du référentiel terrestre.

3.4.1 Les effets de cette force en dynamique terrestre

3.4.1.1 Ordre de grandeur

L'équation du mouvement d'une masse m dans le référentiel terrestre s'écrit maintenant :

$$m \mathbf{a} = \mathbf{F} + m \mathbf{g} - 2m \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v}.$$

La norme et la direction de l'accélération de Coriolis $-2\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v}$ dépendent de la vitesse du corps étudié dans le référentiel terrestre. Si elle est dirigée selon la verticale, c'est à g qu'il faut la comparer. Or avec $\omega \approx 7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et une vitesse de 100 m.s^{-1} (360 km/h), sa norme est de l'ordre de $0,01 \text{ m.s}^{-2}$... elle est très faible pour une vitesse assez élevée. L'influence de l'accélération de Coriolis pourra donc être négligée selon la verticale. Par contre, pour ce qui est de l'horizontale, son influence dépend de la valeur de la composante horizontale des autres forces \mathbf{F} .

Un autre point important est que dans la plupart des cas, les effets de la force de Coriolis sont proportionnels à T_{exp} / T , où T_{exp} est la durée caractéristique du phénomène et T la période de rotation terrestre. En effet, sur la durée du phénomène, l'accélération de Coriolis provoque un déplacement de l'ordre de :

$$L_{Coriolis} \approx a_{Coriolis} (T_{exp})^2,$$

tandis que le déplacement caractéristique L_{exp} du corps étudié vaut :

$$L_{exp} \approx v_{exp} T_{exp},$$

où v_{exp} est la vitesse caractéristique du corps en question. Puisque $T \approx 1/\omega$, l'importance relative de la déviation de Coriolis, par rapport au déplacement caractéristique du système est :

$$L_{Cor} \approx \omega v_{exp} (T_{exp})^2 \approx \frac{1}{T} \frac{L_{exp}}{v_{exp}} (T_{exp})^2 \Rightarrow L_{Cor} \approx L_{exp} \left(\frac{T_{exp}}{T} \right).$$

Ainsi, même si la composante horizontale de l'accélération de Coriolis n'est pas négligeable devant celle de \mathbf{F} , les effets produits sur des durées très inférieures à la journée seront négligeables. Le caractère non galiléen du référentiel terrestre n'apparaît donc de façon notable que si la durée du phénomène est de l'ordre de la journée.

Le référentiel terrestre peut donc être considéré galiléen avec une bonne approximation pour l'étude de phénomènes se produisant au voisinage de la surface terrestre et dont la durée est très inférieure à la journée.

Bien entendu, tout dépend de la précision des mesures, il est toujours possible de mettre en évidence que \mathcal{R}_T n'est pas galiléen en effectuant des expériences suffisamment fines, comme nous le verrons avec la déviation vers l'est.

3.4.1.2 Expression des composantes de la force de Coriolis

La base utilisée pour exprimer la force de Coriolis \mathbf{F}_{ic} est liée à la Terre supposée sphérique (fig.VI-18). A partir d'un point O du sol, au voisinage duquel le phénomène se produit, l'axe des x est dirigé vers le sud selon un méridien, l'axe des y est dirigé vers l'est selon un parallèle, et l'axe des z est vertical. La latitude, définie à partir de l'équateur, est notée λ . Dans cette base, la projection de $\mathbf{F}_{ic} = -2m \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v}$ s'écrit :

$$\mathbf{F}_{ic} = -2m \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v} = -2m \begin{pmatrix} -\omega \cos \lambda \\ 0 \\ \omega \sin \lambda \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = -2m \omega \begin{pmatrix} -\dot{y} \sin \lambda \\ \dot{x} \sin \lambda + \dot{z} \cos \lambda \\ -\dot{y} \cos \lambda \end{pmatrix}.$$

Intéressons-nous au cas particulier des mouvements horizontaux. Pour une altitude z constante, la composante horizontale de \mathbf{F}_{ic} peut s'écrire :

$$\mathbf{F}_{ic \text{ horizontale}} = -2m \omega \sin \lambda \mathbf{e}_z \wedge \mathbf{v}.$$

3.4.2 Exemples de phénomènes dans lesquels intervient la force de Coriolis

3.4.2.1 La déviation vers l'est

Un corps est lâché d'une altitude h sans vitesse initiale. Si \mathcal{R}_T est supposé galiléen, il ne subit que le champ de pesanteur \mathbf{g} au cours de sa chute, et puisque aucune force horizontale n'est exercée, il rencontre le sol à la verticale de son point de départ. Or des mesures précises mettent en évidence un décalage vers l'est du point de chute. Cela ne peut être expliqué qu'en tenant compte de la force de Coriolis, cette expérience montre donc que \mathcal{R}_T n'est pas rigoureusement galiléen.

En reprenant l'expression de la force de Coriolis établie au paragraphe précédent :

$$\dot{z} < 0 \Rightarrow -2m\omega\dot{z} \cos \lambda > 0.$$

Elle tend ainsi à dévier le corps vers l'est, et cela quelle que soit la latitude car $\cos \lambda$ est toujours positif. Il est possible d'établir l'ordre de grandeur de la déviation en utilisant le résultat établi au paragraphe précédent : $L_{Cor} \approx L_{exp} (T_{exp} / T)$. La chute s'effectuant sur une distance h avec l'accélération g :

$$L_{exp} \approx h \quad \text{et} \quad T_{exp} \approx \sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow L_{Cor} \approx \frac{1}{T} \sqrt{\frac{h^3}{g}}.$$

Une estimation numérique de la déviation peut être ainsi obtenue pour une altitude de cent mètres, avec $T = 86164 \text{ s} \approx 10^5 \text{ s}$:

$$L_{Cor} \approx \frac{1}{10^5} \sqrt{\frac{(10^2)^3}{10}} \approx \text{quelques millimètres}.$$

Le traitement exact, proposé en exercice (VI.E.3), confirme ces résultats. Historiquement, cette expérience, réalisée par Reich en 1833, a fourni la première preuve expérimentale de la rotation de la Terre.

3.4.2.2 La pendule de Foucault

Cette expérience, réalisée par Léon Foucault, consiste simplement à laisser osciller un pendule, lâché sans vitesse initiale. Contrairement à la précédente, elle présente l'avantage d'être facilement réalisable, et l'installation en mars 1851 d'un pendule de 67 mètres au panthéon permit d'ailleurs aux Parisiens de « venir voir tourner la Terre » (d'après les propres mots de Foucault).

Si \mathcal{R}_T était galiléen, le pendule devrait osciller dans un plan vertical constant déterminé par sa position initiale. Or s'il oscille suffisamment longtemps, une rotation lente du plan des oscillations est constatée. Ce phénomène ne peut être expliqué qu'en tenant compte de la force de Coriolis. En effet, dans le plan horizontal, celle-ci dévie le pendule en permanence vers la droite dans l'hémisphère nord, ce qui entraîne une rotation du plan des oscillations dans le sens horaire (fig. VI-20). Dans l'hémisphère sud la rotation de ce plan s'effectue dans l'autre sens. À l'équateur le pendule n'est pas dévié.

Ce phénomène s'interprète facilement au pôle nord. Le pendule, dont le point d'attache est fixe dans \mathcal{R}_G galiléen, oscille dans un plan déterminé par sa position angulaire initiale dans le référentiel géocentrique. Dans le référentiel terrestre, en rotation par rapport à \mathcal{R}_G , le plan des oscillations tourne alors en sens rétrograde par rapport à ω , avec une période de 24 heures.

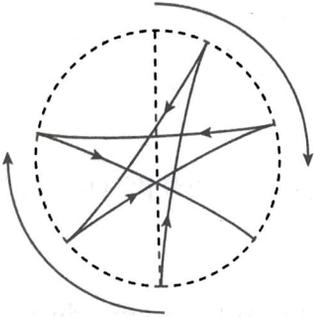


Figure VI-20. Déviation (exagérée) du pendule vers la droite lors de ses oscillations, vue de dessus dans l'hémisphère nord

Le plan des oscillations effectue un tour sur une durée de l'ordre de la journée (plus précisément, la période de rotation du plan dans le référentiel terrestre dépend de la latitude λ : $T_{rot} = 2\pi / \omega \sin\lambda$). Ainsi, comme nous l'avions prévu, les oscillations observées durant quelques instants semblent effectivement se dérouler dans un plan constant, le référentiel terrestre peut bien être supposé galiléen.

3.4.2.3 Anticyclones et dépressions

Sur les photos de la Terre prises par satellite, les masses nuageuses mettent en évidence l'existence de grands tourbillons atmosphériques stables ; seules les *dépressions* sont ainsi visualisées, mais il existe autant de tourbillons dans l'autre sens : les *anticyclones*. L'atmosphère peut être considérée à l'équilibre selon la verticale, son poids étant compensé par une pression diminuant avec l'altitude⁽¹⁾. Mais dans le plan horizontal, les différentes couches d'air peuvent se déplacer quasiment librement les unes par rapport aux autres ; c'est pourquoi la composante horizontale de la force de Coriolis joue un rôle majeur dans la circulation atmosphérique. Cette force, en déviant les masses d'air en mouvement, est à l'origine de la formation de ces tourbillons.

Raisonnons dans l'hémisphère nord. L'air tend à se déplacer des zones de haute pression (anticyclones) vers celles de basse pression (dépressions). Mais la force de Coriolis dévie ces courants d'air vers la droite, si bien qu'un tourbillon se forme autour d'une dépression dans le sens trigonométrique : la force de Coriolis centrifuge s'oppose aux forces de pression centripètes (fig.VI-21). De même, l'air fuyant une zone de haute pression se met à tourner dans le sens horaire autour d'elle : la force de Coriolis centripète s'oppose alors aux forces de pression centrifuges. L'existence de tourbillons atmosphériques stables traduit ainsi un équilibre entre forces de pression et force de Coriolis appelé équilibre géostrophique.

¹ Pour plus de détails sur le calcul de la pression atmosphérique, se référer au cours de statique des fluides.

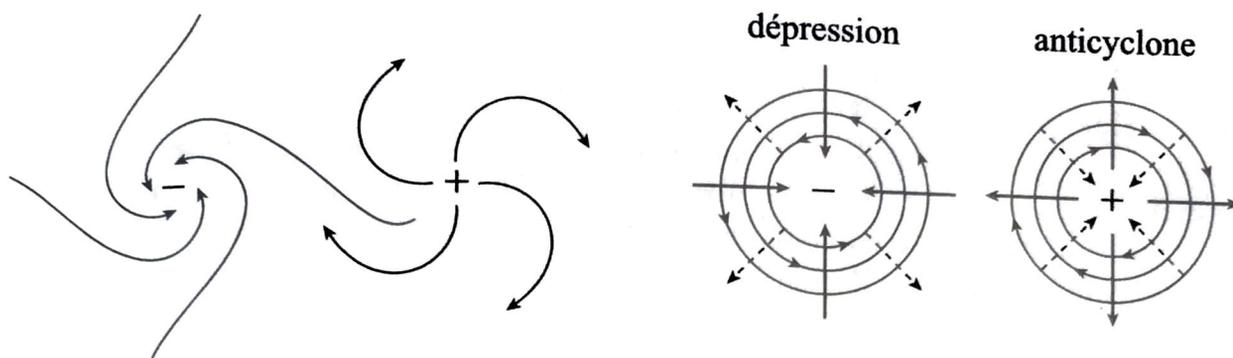


Figure VI-21. Anticyclone et dépression de l'hémisphère nord : naissance et équilibre entre force d'inertie de Coriolis (pointillé) et de pression (trait plein)

En revanche, dans l'hémisphère sud la force horizontale de Coriolis est opposée, les anticyclones tournent donc dans le sens trigonométrique, et les dépressions dans le sens horaire. Remarquons pour finir que les forces de Coriolis ne peuvent avoir d'effets notables que sur l'échelle d'une journée ; la naissance d'un de ces tourbillons atmosphériques s'effectue donc sur une durée de l'ordre du jour.

3.4.2.4 Les alizés

À l'échelle planétaire, il existe de grands mouvements atmosphériques. En particulier, se trouve dans la zone intertropicale la cellule de Hadley. Il s'agit d'un vaste mouvement de convection, avec montée d'air au niveau de l'équateur, déplacement en haute altitude vers les tropiques, redescente à ce niveau, puis enfin retour vers l'équateur au niveau du sol (fig.VI-22).

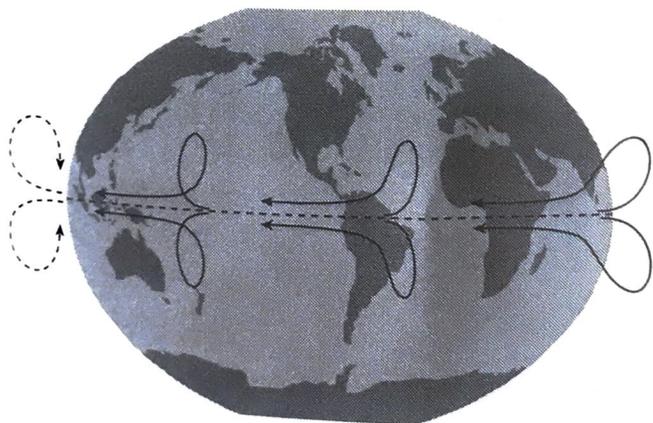


Figure VI-22. La déviation vers l'ouest des vents venant des tropiques et retournant vers l'équateur est à l'origine des alizés

Le déplacement d'air, des tropiques vers l'équateur, subit la force de Coriolis qui le dévie vers l'ouest, et cela dans les deux hémisphères. D'où un vent très régulier d'est en ouest de part et d'autre de l'équateur, dont la vitesse moyenne est de l'ordre de 20 km/h ; ce sont les alizés. Ces vents entraînent à leur tour l'océan ; et c'est ainsi que la force de Coriolis a également une influence notable sur la circulation océanique.