

LP03 – Caractère non-galiléen du référentiel terrestre

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

✎ *Mécanique MPSI - PCSI, 1ère année cours et exercices*, —→ Très complet

P.Brasselet

✎ *Une introduction à la dynamique des fluides*, **Rieutord** —→ pour l'exemple de mécanique des fluides si nécessaire

✎ <https://arxiv.org/pdf/physics/0005028>. —→ pour l'exemple de mécanique des fluides

pdf Coriolis force in Geophysics : an elementary introduction and examples, .

✎ Dunod, PC, **Sanz** —→ écoulement géostrophique, pendule de Foucault.

Prérequis

Expériences

➤ Pendule simple

☞ Biréfringence du quartz

➤ Problème à deux corps

➤ Notions de mécanique des fluides (à préciser)

➤ Formules de changement de référentiel.

Table des matières

1	Dynamique dans le référentiel terrestre	4
1.1	A la recherche d'un référentiel galiléen	4
1.2	Le PFD dans le référentiel terrestre	5
2	Effet de la translation elliptique du référentiel terrestre	6
2.1	Terme de marée	6
2.2	Phénomène de marée océanique	7
3	Effet de la rotation du référentiel terrestre	8
3.1	Effet de la force centrifuge : la pesanteur	8
3.2	Effet de la force de Coriolis : pendule de Foucault	9
3.3	Vents géostrophiques	10
4	Référentiel terrestre	13
4.1	Le caractère non-galiléen du référentiel terrestre	13
4.2	PFD	13
5	Effets de l'accélération de la Terre dans R'	13
6	Effets de la rotation de la Terre	13
6.1	Accélération de Poincaré	14
6.2	Force centrifuge	14
6.3	Force d'inertie de Coriolis	15
6.3.1	Direction	15
6.3.2	ODG	15
6.3.3	Influence sur la circulation atmosphérique	16

7	Francis et Gauthier	21
7.1	Plan	21
7.2	Pour les autres leçons	21
7.3	Questions	21

Préparation

Ressources : 1. ArXiv Vandenbrouck, 2. Femtophysique sur la leçon, 3. Cours sympa

Passage : il faut aller vite car le calcul se trouve au pendule de Foucault dans le III/.

A repasser : déviation vers l'est, écoulements géostrophiques (cf. ma fiche + Sanz), les cadres en bas

Questions : marées dynamiques, compléments (cf. Brasselet fiche), limite de Roche (cf. compléments)

Biblio

- Calcul des marées dans le Perez p92.
- Complément : article Vandenbrouck, Portelli, Dynamique de l'atmosphère terrestre : BUP 939, Jean Sivardière, Les preuves expérimentales des mouvements de la Terre, BUP 850, janvier 2003, Hubert Gié, Les effets de marée, BUP 652, couche ekman/rotation dans le Rieutord.

Ressources Laura

- <http://maree.info/52>
- pendule de Foucault <https://www.youtube.com/watch?v=i0RBFpazDtk> et <https://www.youtube.com/watch?v=YhXLxc1hzzM&feature=youtu.be>
- Un cours pas mal <http://www.seigne.free.fr/Cours/TerreNG.pdf> **super photo**
- Cyclone dans le sud (ERNIE 2017) https://www.youtube.com/watch?time_continue=6&v=2yr60PsTNEs&feature=emb_title
- Truc de Pascal <https://arxiv.org/pdf/physics/0005028.pdf>
- Hey ça se trouve il y a un cyclone en ce moment <http://www.meteoearth.com/>

Introduction

Principe d'inertie Le principe d'inertie, énoncé par Newton en 1687, stipule qu'il existe au moins un référentiel, dit référentiel galiléen, dans lequel tout système pseudo-isolé se trouve soit au repos, soit en translation rectiligne uniforme. La détermination du caractère galiléen d'un référentiel se fait par l'expérience. Si le principe d'inertie est respecté dans la limite des incertitudes expérimentales, le référentiel est considéré galiléen.

Définition : Référentiel Un référentiel est un ensemble de points fixes entre eux *i.e.* un solide par rapport auquel on repère une position ou un mouvement, muni d'une horloge. On définit *ensuite* un système de coordonnées de l'espace ('repère') et du temps permettant de repérer les événements sous forme d'un quadruplet de nombres : trois coordonnées d'espace et une coordonnée de temps. En mécanique newtonienne, le temps est absolu pour tous les référentiels, on ne précisera pas l'horloge dans cette leçon.

Définition : Référentiel terrestre Le référentiel terrestre est celui où le solide est la Terre. Le référentiel terrestre est le référentiel avec lequel nous sommes le plus familier, puisque c'est celui dans lequel nous évoluons et décrivons les phénomènes physiques dès le lycée. Nous l'avons alors toujours considéré comme galiléen. Cependant :

- il n'y a pas de raison que ce référentiel soit une référence privilégiée pour les lois de la physique *i.e.* il n'y a pas de raison fondamentale pour laquelle le référentiel terrestre serait galiléen.
- on peut même montrer par l'expérience que le référentiel terrestre n'est pas galiléen.

Pendule de Foucault (1851)

On montre la vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=70qb-KwPNHk> à 10h et 11h.

Présentation Cette expérience, réalisée par Léon Foucault, consiste simplement à laisser osciller un pendule, lâché sans vitesse initiale. Son installation en mars 1851 d'un pendule de 67 mètres au Panthéon permit aux Parisiens de "venir voir tourner la Terre" (d'après les propres mots de Foucault).

Résultats et interprétation D'après, les lois de la dynamique de Newton dans un référentiel galiléen, le pendule de Foucault devrait osciller dans un plan constant. Mais on observe que son plan d'oscillation change, ce qui est contraire aux prédictions de la mécanique. **ODG:** 1 tour en 30h. C'est comme si une force fantôme agissait dessus. C'est le signe que le référentiel terrestre est non-galiléen. On va revenir dessus plus tard. Le titre originel de l'exposition était "Venez voir tourner la Terre". *La déviation vers l'Est de la chute d'un corps est indépendante de l'hémisphère, car le mouvement s'effectue principalement selon la verticale. Ce n'est pas le cas pour le Pendule de Foucault, dont le mouvement est dans un plan horizontal : le sens de précession des oscillations dépend de l'hémisphère*

Problématique Sous quel critère un référentiel est-il galiléen ? Quand est-ce qu'on a vraiment eu tort de considérer que le référentiel terrestre est galiléen ? Quels phénomènes mettent en évidence le caractère non galiléen du référentiel terrestre ? *Cela est lié à des échelles de temps et longueur. Ce n'est pas pour rien que le pendule de Foucault du Panthéon fait 67m de haut.*

1 Dynamique dans le référentiel terrestre

🔗 Brasselet p158 + Sanz pour les illustrations

1.1 A la recherche d'un référentiel galiléen

Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ? Un référentiel galiléen satisfait le principe d'inertie. Un point matériel isolé/pseudo-isolé a un mouvement rectiligne uniforme. Il doit aussi satisfaire la deuxième loi de Newton. Ainsi, un référentiel qui ne respecte pas les lois de Newton n'est pas galiléen. On en a vu l'exemple avec le pendule de Foucault. *En pratique, on peut utiliser un gyroscope pour montrer qu'un référentiel est galiléen : si son axe change, c'est que le référentiel n'est pas galiléen. S'il n'existe pas de référentiel galiléen, c'est que l'espace est non-euclidien, à cause de la présence d'astres massifs !*

Notion expérimentale de la galiléanité La notion de galiléanité a une composante expérimentale. Pour vérifier ou infirmer le caractère galiléen, il faut comparer les mesures aux prédictions des lois de Newton. Cela dépend donc

des capacités de mesure, ainsi que de la durée/échelle de l'expérience.

Nécessité de trouver un référentiel galiléen Puisque le référentiel terrestre n'est pas galiléen, on ne peut pas appliquer les lois de Newton. Pour ne pas tout jeter à la fenêtre, il faut trouver un référentiel galiléen dans lequel appliquer le PFD et ensuite utiliser les formules de compositions d'accélération pour traduire le mouvement dans un référentiel quelconque.

↓ *On peut expliquer le mouvement du pendule de Foucault en considérant le référentiel géocentrique comme galiléen*

A chaque fois, préparer un schéma avec origine et axes du référentiel, on pourrait faire un tableau récapitulatif référentiel (terrestre, géocentrique, Copernic)/mouvement de la Terre (fixe, rotation propre, translation elliptique + rotation propre)/temps caractéristique (/ , 24 h, 365 jours).

Définition : référentiel géocentrique C'est le référentiel dont l'origine est au centre de masse de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. Dans ce référentiel, la Terre tourne sur elle-même en **ODG**: 24h. Cependant, ce référentiel n'est pas non plus galiléen, ce sont cette fois les marées océaniques qui nous en donnent une preuve expérimentale. Les marées sont comprises en considérant le référentiel de Copernic comme galiléen.

Référentiel de Copernic C'est le référentiel dont l'origine est au centre de masse du système solaire et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. Dans ce référentiel, le centre de masse de la Terre est en translation elliptique de période **ODG**: $T \sim 365$ jours, aphélie à 152 millions de km (point de l'orbite la plus éloigné du Soleil, périhélie à 147 millions de km (point de l'orbite le plus proche du Soleil). excentricité $e \sim 0.017 \ll 1$). L'orbite est en fait quasi-circulaire.

Etoiles fixes, galaxie Cependant, le système solaire appartient à une galaxie, il subit l'attraction gravitationnelle des autres étoiles de la Voie Lactée. Le Soleil est donc accéléré par rapport à un référentiel galactocentrique, dont l'origine serait au centre de gravité de la galaxie. Le système solaire est en translation elliptique de période **ODG**: 200 millions d'années. Donc les étoiles "lointaines" qu'on considère ne sont "fixes" que pour des durées inférieures à ce temps là.

On pourrait parler du référentiel héliocentrique où l'origine est au centre de masse du Soleil mais ça suffit.

Conclusion Le référentiel de Copernic peut être considéré comme galiléen pour toute étude de phénomènes ayant une durée négligeable devant $T_C \sim 200 \cdot 10^6$ années. Dans la suite de cette leçon, on considérera alors que le référentiel de Copernic est galiléen.

↓ *Que devient le PFD dans le référentiel terrestre ?*

1.2 Le PFD dans le référentiel terrestre

Application du PFD et changement de référentiel On applique le PFD dans le référentiel de Copernic R , considéré galiléen. Le référentiel terrestre R_T étant attaché à la surface de la Terre, dans le référentiel de Copernic, on peut décomposer son mouvement en une translation elliptique et en une rotation propre. Les formules de changement de référentiel donnent alors [expression sur diaporama](#).

Termes inertiels, forces fictives Jusqu'à présent, on avait étudié l'influence des "véritables" forces sur un objet. Dans cette leçon, on s'intéresse aux forces inertiels. Elles se différencient des autres forces car il n'y a pas d'entité qui les exerce sur le système. Elles sont purement dues à la manière dont le mouvement est repéré dans l'espace. On parle de forces fictives.

Commentaire des termes inertiels On commente les termes inertiels :

- la force de Coriolis s'exerce sur un objet en mouvement et est orthogonal au vecteur vitesse, elle ne travaille pas. Une bonne illustration est : https://www.youtube.com/watch?v=dt_XJp77-mk La force de Coriolis garantit la conservation du moment cinétique : si on a un voisin et qu'on commence à tourner sur soit-même, la force de Coriolis compense la force centrifuge.

- la force d'inertie d'entraînement (partie rotation et partie translation) et s'exercent sur un objet au repos à la surface de la Terre. Le terme de translation est la force qu'on ressent quand on se place dans le référentiel du métro et que le métro freine. La force centrifuge est celle que ressent une pâte à pizza qu'on fait tourner sur elle-même : la force est dirigée vers l'extérieur. *L'accélération de Poincaré peut intervenir dans le patineur. Ω peut varier en norme du fait du ralentissement de la rotation de Terre sous l'effet des marées (la durée du jour s'allonge en moyenne de 1 ms/siècle et la précession des équinoxes traduit une variation de sa direction et a comme période 26 000 ans, on la néglige.*

↓ On va étudier l'effet du terme de translation. Cela revient alors à prendre d'étudier la non-galiléanité du référentiel géocentrique.

2 Effet de la translation elliptique du référentiel terrestre

2.1 Terme de marée

♣ Brasselet p163

Problème Etudions à présent le mouvement d'un point à la surface de la Terre dans le référentiel de Copernic considéré comme galiléen, en ne tenant compte que du terme de translation.

Accélération d'entraînement ♣ Brasselet p162. L'objectif est de donner l'expression de $a_R(O')$ l'accélération d'entraînement. On peut faire cela sur transparent On applique le PFD au système "Terre" dans le référentiel de Copernic R considéré galiléen.

$$M_T \vec{a}_R(T) = \sum_{astres, i} M_T \vec{g}_i(T)$$

avec $g_i = \frac{GM_i}{D_i^2}$ le champ de gravitation créé par l'astre i en T . On considère la Terre à symétrie sphérique pour dire que la force ressentie par la Terre est celle d'un point matériel. Le théorème de Gauss dit que le champ créé par la Terre est comme si c'était un point. Par la 3e de Newton, son champ ressenti est aussi comme s'il était un point (permutation d'intégrales).

Application du PFD Le PFD appliqué à un point P de la surface terrestre dans le référentiel géocentrique non galiléen donne :

$$\begin{aligned} m \vec{a}_{R_G}(P) &= \vec{F} + m \vec{G}_T(P) + \Sigma m \vec{G}_i(P) - \underbrace{m \vec{a}_{R_C}}_{\vec{F}_{ic}} \\ m \vec{a}_{R_G}(P) &= \vec{F} + m \vec{G}_T(P) + \underbrace{m \Sigma \left(\vec{G}_i(P) - \vec{G}_i(T) \right)}_{\text{terme de marée}} \end{aligned}$$

Interprétation du terme de marée C'est un terme de gravitation différentielle.

Les marées sont dues aux variations du champ gravitationnel

Influence des astres ♣ Brasselet pp162-163 On considère un point à la surface de la Terre, de rayon $R_T \sim 6400\text{km}$. Le terme de marée majoré par : en gros c'est M/d^3).

$$\mathcal{G}_i(P) - \mathcal{G}_i(T) \leq \frac{GM_i}{(D_i - R_T)^2} - \frac{GM_i}{D_i^2} \sim \frac{2GM_i R_T}{D_i^3} \quad (1)$$

Avec $R_T \ll D_i$.

Ordre de grandeur ♣ Tableau du Brasselet p162 + p164 On ne prend donc en compte que le Soleil et la Lune dans le terme de marée. C'est la Lune qui domine car bien qu'elle soit moins massive, elle est plus proche : c'est M/d^3 qui compte. *Bien que si on regarde M/d^2 , c'est le Soleil qui domine à moins de 1% d'erreur.*

Comparaison avec le champ gravitationnel terrestre Mais en comparant au champ de gravitation terrestre à la surface de la Terre $g \sim 10\text{m/s}^2$ à la surface de la Terre, le terme de marée est négligeable.

Pour des phénomènes à l'échelle humaine (1m), le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen à 10^{-7} près pour toute étude de phénomènes se produisant au voisinage de la Terre. L'influence des autres astres est alors négligeable.

Et pourtant les marées... Pourtant on observe des marées océaniques... Comment un terme de marée aussi faible peut-il provoquer un effet aussi important ? La subtilité réside ici dans le fait que l'effet créé est en réalité très faible à l'échelle de la Terre mais important à l'échelle humaine : ($10^{-7} \times R_T$ ça peut faire quelques mètres quand même!).

↓ Nous allons interpréter qualitativement le phénomène de marées océaniques, qui sont une preuve du caractère non galiléen du référentiel géocentrique.

2.2 Phénomène de marée océanique

✎ Brasselet p165

Restriction à 1 astre Dans R_G , l'action des autres astres du système solaire, au niveau de la surface de la Terre, se réduit aux champs de gravitation différentielle créés par la Lune et le Soleil. La Lune ayant une influence double de celle du Soleil, c'est elle qui contrôle l'essentiel du phénomène. On ne considère que le Soleil.

Allure du terme de marée sur Python

On montre l'allure du terme de marée avec le Script Python de l'agreg.

Obtention de l'allure Il suffit d'afficher le champ gravitationnel créé par la Lune puis de soustraire la valeur en centre de la Terre.

Interprétation de l'allure Sur l'axe Terre-Lune, l'attraction gravitationnelle est dirigée vers la Lune et décroît en norme avec la distance. Ainsi, côté Lune, le terme de marée est dirigé vers la Lune. Côté opposé, le terme de marée est dirigé dans l'autre sens. Il s'annule au milieu. En transverse, les composantes radiale du champ gravitationnel sont quasiment égales. Mais la composante orthoradiale est différente, le terme de Marée est dirigé vers le centre de la Terre.

Effet qualitatif du phénomène de marée Le terme de marée tend à "étirer" notre planète selon la direction Terre-Lune, et à la comprimer dans les directions transverses. Les océans, qui recouvrent la majeure partie du globe, subissent ces actions en plus du champ gravitationnel terrestre. Cela se traduit par la création de 2 bosses océaniques selon l'axe Terre-Lune, i.e. 2 régions où le niveau de la mer est plus élevé (penser ballon de rugby).

Pourquoi y a-t-il deux marées par jour ? ✎ Brasselet p165. On ouvre <http://maree.info/52> pour montrer des prévisions pour la journée à Saint Malo et voir de combien de temps elles sont séparées. On néglige pour l'instant le déplacement de la Lune autour de la Terre. Puisque la Terre fait un tour sur elle-même en un jour, un point de sa surface passe deux fois par jour au niveau d'un bourrelet océanique, le niveau de la mer varie donc au cours de la journée en passant deux fois par un maximum (les marées hautes), et deux fois par un minimum (les marées basses).

Intensité des marées, marées de vive et mortes eaux ✎ Brasselet p166

Les variations de hauteurs de marées (marnage) sont dues à la contribution du Soleil, et dépendent de la position du Soleil par rapport à l'axe Terre-Lune. L'action du Soleil est semblable à celle de la Lune, mais 2 fois moins importante. Elle tend à créer deux bourrelets océaniques selon l'axe Terre-Soleil.

Si les contributions des deux astres s'ajoutent, l'amplitude de la marée est très importante (c'est le cas à la pleine lune et à la nouvelle lune). Ce sont les marées de vives eaux.

En revanche, si les deux axes sont orthogonaux, le Soleil compense en partie l'effet de la Lune et la marée est alors faible (aux premiers et derniers quarts de lune). Ce sont les marées de mortes eaux.

Ces phénomènes ont une période d'environ 15 jours, car ils se produisent 2 fois par lunaison

Bonus : Variation des amplitudes des marées de vives/mortes eaux Ces variations sont dues à la variation de la distance Terre-Lune, qui induit une plus ou moins grande contribution lunaire aux marées. En effet, l'orbite de la Lune, à peu près elliptique dans R_G , a une distance à la Terre variant de 356 000 km (périgée) à 406 000 km (apogée). Cette variation $\sim 10\%$ est déjà importante. Comme la distance intervient au cube dans l'expression du champ de gravitation différentielle, le phénomène est appréciable.

Résultats de la théorie statique Des calculs plus poussés à partir de la théorie statique montrent que la hauteur du niveau de la mer due à la Lune sera au maximum de 35cm, il peut s'y ajouter au maximum 16cm dus au Soleil ; ce qui fait 51cm. Nous sommes loin des 15m de marnage constatés au mont St Michel. Il faut une théorie dynamique.

Bonus : Effets dynamiques Les aspects dynamiques (réflexion, résonance, interférences constructives, effet « entonnoir » peuvent), jouent un rôle prépondérant (Mont St Michel : amplitude jusqu'à 14 mètres). On peut expliquer

des retards, des résonances, réflexions.

Bonus : limite de Roche Voir compléments. Ces forces d'étirement sont aussi responsables de la dislocation de petits astéroïdes tels que ceux qui composent les anneaux de Saturne. En 1994, on a même assisté, à l'éclatement d'une comète (Shoemaker-Levy 9) se dirigeant vers Jupiter. Les forces de marée induites par cette grosse planète furent suffisantes pour rompre la cohésion interne de la comète et provoquer sa dislocation en 21 fragments qui sont entrés en collision avec la planète.

Bonus : effets astrophysiques des marées À peine mesurable sur Terre, ce phénomène peut devenir beaucoup plus intense dans d'autres systèmes. Par exemple, Io, un des satellites de Jupiter, subit des forces de marée colossales ce qui induit un échauffement permanent de son manteau solide d'où une activité volcanique très intense.

Ces forces de marée jouent un rôle important dans la dynamique des astres. Elles sont par exemple à l'origine de la synchronisation du mouvement de rotation propre de la Lune avec son mouvement orbital. La Lune n'étant pas absolument sphérique mais légèrement allongée subit de la part de la Terre des forces de marée dont le moment tend à orienter le grand-axe de la Lune suivant la direction Terre - Lune. C'est pourquoi la Lune présente toujours la même face à un observateur terrestre.

Nous avons ainsi expliqué qualitativement un phénomène qui met en évidence le caractère non galiléen du référentiel géocentrique et donc nous avons vu une conséquence de la translation elliptique du référentiel terrestre. Nous allons maintenant prendre le point de vue d'un terrien et alors considérer que le référentiel géocentrique est galiléen. Voyons quelles sont les manifestations de la rotation du référentiel terrestre, en négligeant les effets de translation elliptique autour du Soleil. Cela revient à supposer le référentiel géocentrique comme galiléen.

3 Effet de la rotation du référentiel terrestre

Cadre de l'étude : vecteur rotation constant L'origine de R_T est prise au centre la Terre. Son mouvement par rapport à R_G est une rotation de vecteur Ω , c'est ce qu'on appelle couramment la rotation de la Terre sur elle-même. Ce vecteur n'est pas rigoureusement constant : il diminue en norme (dissipation dues aux marées) et en direction (précession des équinoxes). **ODG:** la durée du jour s'allonge en moyenne de 0,00164 seconde par siècle et il précède avec une période de 26000 ans. Comme ces variations sont négligeables devant la durée d'une expérience terrestre. Nous allons donc le considérer comme constant. *Pour les questions : et la variation de l'angle de nutation ?* **ODG:** 17,2" (secondes d'arc) en longitude et à plus ou moins 9,2" en obliquité avec une période de 18,6 ans. *The largest contributor to nutation is the inclination of the orbit of the Moon around the Earth, at slightly over 5 degrees to the plane of the ecliptic.*

Application du PFD Soit un corps de masse m , situé au point P au voisinage de la surface terrestre. L'application du PFD dans R_T non galiléen donne :

$$m\vec{a}_{R_T} = \vec{F} + m\vec{G}_T(P) + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$

où $\vec{F}$ est la résultante des forces autres que celle d'attraction gravitationnelle terrestre $m\vec{G}_T(P)$. Comme R_T est en rotation à $\vec{\omega}$ par rapport au référentiel galiléen R_G

$$\begin{aligned}\vec{F}_{ie} &= -m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{TP}) \\ \vec{F}_{ic} &= -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{R_T}\end{aligned}$$

où T est le centre la Terre. L'équation du mouvement de P dans le référentiel terrestre R_T est donc :

$$m\vec{a}_{R_T} = \vec{F} + m \underbrace{\left[\vec{G}_T(P) - \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{TP}) \right]}_{\text{Poids } \vec{P}} - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{R_T}$$

3.1 Effet de la force centrifuge : la pesanteur

Poids et pesanteur Le poids d'un corps est la résultante de l'attraction gravitationnelle terrestre et de la force (centrifuge) d'inertie d'entraînement due à la rotation propre de la Terre :

$$\vec{P} = m \left[\vec{G}_T(P) - \vec{\omega} \otimes (\vec{\omega} \otimes \overrightarrow{TP}) \right]$$

Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est alors défini comme le rapport du poids sur la masse :

$$\vec{P} = m\vec{g} \text{ avec } \vec{g} = \vec{G}_T(P) - \vec{\omega} \otimes (\vec{\omega} \otimes \overrightarrow{TP})$$

Allure du champ de pesanteur On note H le projeté orthogonal de P sur l'axe de la Terre, alors

$$\vec{g} = \vec{G}_T(P) + \omega^2 \overrightarrow{HP} \quad (2)$$

Le champ de gravité est dirigé vers le centre de la Terre (en supposant la Terre sphérique), mais le terme centrifuge ne l'est pas (sauf aux pôles et sur l'équateur). Le champ de pesanteur $\vec{g}$ n'est donc pas dirigé, de manière générale, vers le centre de la Terre. C'est toutefois bien ce champ qui définit la verticale en un lieu donné de la surface terrestre : la direction du fil à plomb.

Ordre de grandeur L'accélération centrifuge apporte une contribution au champ de pesanteur qui dépend de la latitude. Elle est maximale sur l'équateur (on fait donc décoller Ariane près de l'équateur) et nulle aux pôles. **ODG:** A la surface de la Terre, la variation relative de pesanteur est de 1/300 en norme et 0.1 degrés en direction. Le terme centrifuge croît avec l'altitude. **ODG:** Une variation de 0.5% est obtenue à une altitude de 16 km.

Aplatissement de la Terre Une conséquence de la force centrifuge est l'aplatissement de la Terre, d'ellipticité **ODG:** 1/300.

En tout point de la surface terrestre, et jusqu'à une altitude $\sim 10\text{km}$, nous pouvons considérer que $\vec{g}$ est dirigé vers le centre de la Terre (supposée sphérique), la norme de la pesanteur étant $g \approx 9,8\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ à 0,5% près.

Bonus : gravimétrie On peut même utiliser les mesures de pesanteur pour déterminer la répartition de matière au sein de la Terre. La gravimétrie est une méthode d'étude de la structure interne du globe. *Complément : isostasie.*

Bonus : balance d'Eotvos On utilise le champ de pesanteur qui combine l'accélération centrifuge (masse inerte) et le champ gravitationnel (masse grave) pour déceler d'éventuelles différences entre masse grave et inerte, avec par exemple une balance Eotvos.

↓ *On examine la force de Coriolis.*

3.2 Effet de la force de Coriolis : pendule de Foucault

Ordres de grandeur Quelques ODG pour la force de Coriolis (avion de chasse $v = 1713\text{km/h}$, personne qui marche 1m/s , etc), comparaison avec la gravité.

Grosse Bertha et obus Cet effet intervient par exemple en balistique pour des vitesses de projectile importantes et des distances de tir suffisamment longues pour que la faible force de Coriolis ait le temps de courber la trajectoire de façon significative. Par exemple, pendant la Première Guerre mondiale, les obus lancés par la grosse Bertha bombardant Paris à plus de 120 kilomètres de distance, subissaient des déviations de l'ordre du km à cause de la rotation terrestre. *Durant la seconde guerre mondiale, américains tenaient compte de la déviation vers l'est pour tirer leurs obus sur de longues distances. Sauf qu'ils avaient l'habitude dans l'hémisphère Nord. Du coup quand ils ont commencé à combattre dans l'hémisphère sud, les obus sont toujours déviés vers l'est, mais il faut changer de sens (BUP Sivardière)*

Pendule de Foucault En reprenant le PFD, a pour des mouvements horizontaux ($\dot{z} = 0$)

$$\vec{F}_{ic \text{ horizontale}} = -2m\omega \sin(\lambda) \vec{e}_z \otimes \vec{v}$$

avec $\sin(\lambda) > 0$ dans l'hémisphère nord et $\sin(\lambda) < 0$ dans l'hémisphère sud.

Résolution ➤ voir fiche manuscrite.

Résultats La période de rotation du plan des oscillations dans le référentiel terrestre dépend de la latitude λ :

$$T_{\text{rotation}} = \frac{2\pi}{\omega \sin(\lambda)}$$

ODG: 1 tour en 30h au Panthéon. Ainsi, les oscillations observées durant quelques instants semblent effectivement se dérouler dans un plan constant, le référentiel terrestre peut bien être supposé galiléen. Si R_T était galiléen, le pendule devrait osciller dans un plan vertical constant déterminé par sa position initiale. Or s'il oscille suffisamment longtemps, une rotation lente du plan des oscillations est constatée. C'est la force de Coriolis qui dévie en permanence le pendule vers la droite de l'hémisphère nord, ce qui entraîne une rotation du plan des oscillations dans le sens horaire. Dans l'hémisphère sud la rotation s'effectue dans l'autre sens ! A l'équateur, le pendule n'est pas dévié.

L'expérience du pendule de Foucault illustre bien le caractère non-galiléen du référentiel terrestre. *On peut le voir comme le plan d'oscillation du pendule qui est constant dans le référentiel de Copernic et c'est la Terre qui tourne sous le pendule.*

Dans le pendule de Foucault, la force de Coriolis n'est qu'une faible perturbation du comportement du système. Cependant, la force de Coriolis donne naissance et domine des phénomènes physiques, typiquement ayant lieu à l'échelle géophysique, par exemple la circulation atmosphérique et les cyclones. Ce sont ces phénomènes, impossibles sans la Force de Coriolis, qu'on va étudier.

3.3 Vents géostrophiques

🔗 fiche écrite, Portelli pp100-103, Sanz PC, Vandenbrouck

Echelle synoptique Nombre de Rossby. Pour un ouragan et un lavabo. 🔗 Vandenbrouck

Rôle de la force de Coriolis On commente le schéma On considère l'atmosphère à l'équilibre selon la verticale, son poids étant compensé par une pression diminuant avec l'altitude. Mais dans le plan horizontal, les couches d'air peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres.

La composante horizontale de la force de Coriolis joue un rôle majeur dans la circulation atmosphérique.

Elle est à l'origine de la formations des tourbillons d'anticyclones et de dépressions.

Formation d'un ouragan On montre le schéma sur diapo Sur toute la Terre, l'air a tendance à se déplacer des zones de haute pression (anticyclones) vers les zones de basse pression (dépressions). Dans l'hémisphère nord, la force de Coriolis dévie ces courants d'air vers la droite, si bien qu'un tourbillon se forme autour d'une dépression dans le sens trigonométrique (la force de Coriolis centrifuge s'oppose aux forces de pression centripètes). Dans l'hémisphère sud, c'est l'inverse : les anticyclones tournent dans le sens trigo et les dépressions dans le sens horaire.

Etat stationnaire 🔗 Vandenbrouck

Présentation On considère l'atmosphère à l'équilibre selon la verticale, son poids étant compensé par une pression diminuant avec l'altitude. Mais dans le plan horizontal, les couches d'air peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres : la composante horizontale de la force de Coriolis joue un rôle majeur dans la circulation atmosphérique. Elle est à l'origine de la formations des tourbillons d'anticyclones et de dépressions.

Equilibre géostrophique Pour des écoulements stationnaires à faible nombre de Rossby. [équation] Les lignes de courant sont des isobares. L'orientation est donnée par la règle de Buys-Ballot.

Anticyclones et dépression On se place maintenant dans le référentiel de l'(anti)cyclone. Equilibre des forces. [schema, Vandenbrouck]. Vitesse limite pour les anti-cyclones.

Comparaison avec un carte météo ODG de la taille caractéristique des anticyclones/dépressions, et de comparer le résultat avec la réalité : une vraie carte météo projetée, avec dépressions, anticyclones.

Jets d'ouest et alizés (bonus) cf. Sanz et fiche.

Compléments sur les écoulements en rotation

🔗 Vandenbrouck

Nombre de Reynolds ODG: 10^{10} pour un écoulement géophysique. En fait, la viscosité cinématique est négligée devant la *viscosité turbulente*.

Viscosité turbulente On introduit la notion de viscosité turbulente pour rendre compte des "eddies". $\nu_{turb}/\nu \sim 10^5$ pour les écoulements océaniques, 10^7 pour les écoulements atmosphériques. C'est une propriété de l'écoulement, non du fluide.

Ondes de Rossby Les ondes de Rossby ou ondes planétaires sont des mouvements ondulatoires de la circulation atmosphérique ou océanique de grande longueur d'onde dont l'initiation est due à la variation de la force de Coriolis selon la latitude¹. Elles sont un sous-ensemble des ondes inertielles, identifiées en 1939 par Carl-Gustaf Rossby dans

l'atmosphère.

Ondes de Kelvin Une onde de Kelvin est une onde de gravité océanique de taille caractéristique assez grande pour que la force de Coriolis se fasse ressentir et en présence d'une couche limite (typiquement une côte). Physiquement c'est une onde de gravité (la marée par exemple) qui à cause de la force de Coriolis vient « s'écraser » contre une côte.

Nombre d'Ekman, couche d'Ekman, transport d'Ekman, pompage d'Ekman Le nombre d'Ekman compare la viscosité au terme de Coriolis $Ek = \nu / \Omega L^2$. Close to the surface ($z = 0$), the current deviates 45 (par rapport à la direction du vent) and the direction of the velocity rotates clockwise (anticlockwise) in the northern (southern) hemisphere. The amplitude of the velocity decreases exponentially on a length scale $\delta \sim \sqrt{2\nu_{turb}/f}$, which represents the characteristic depth over which the influence of the wind is significant (f is the Coriolis parameter). **ODG:** 10-100 m. This velocity field is the so-called Ekman spiral. The mean effect of the wind, over a depth δ , is the fluid motion in a direction perpendicular to it : this effect is called the Ekman transport.

Formation des ouragans ➤ Rieutord. L'énergie vient de la convection humide : les parcelles d'air près de l'océan sont chargées de vapeur d'eau par évaporation. Si une instabilité thermique leur fait subir des ascensions/détentes adiabatiques se condensent, transformation exothermique. Ainsi, les ouragans se forment en région tropicale (humide) et meurent en arrivant sur les continents. On peut les modéliser comme une machine de thermique : la source chaude est l'océan, la source froide est la haute atmosphère.

Compléments bonus/questions (1)

Repérage des courants marins par altimétrie ?

Mise en évidence de la rotation de la Terre par interférométrie optique Interféromètre Sagnac, effet relativiste.

Constante de gravitation, méthode expérimentale Cavendish avec une balance de torsion.

Limite de Roche Pour la lune, $d > 10^6$ m.

Vrac Comment facilement faire comprendre à un élève que le pendule de Foucault tourne ? Pourquoi Coriolis n'est pas négligeable pour un tir au boulet de canon ? Expliquer et donner des conditions de réalisation de déviation vers l'est ? Le Soleil et la Lune ont-ils le même rôle vis-à-vis de la Terre ? Vous avez dit que les étoiles qui servent à définir le référentiel géocentrique sont fixes mais le sont-elles vraiment ? Comment mesure-t-on la vitesse d'une étoile ? Sur quel point de la surface terrestre a-t-on le plus gros écart angulaire entre les vecteurs g et G ? Vous avez dit que g est uniforme proche de la surface ? Quel est le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique ? Sa période de révolution ? Vous avez dit que la force d'inertie d'entraînement est centrifuge ? Pourquoi la Lune nous montre toujours la même face ? Qu'est-ce qui ralentit la rotation de la Terre ? Marées et séismes ?

D

Différence entre référentiel inertiel et référentiel galiléen ? Une définition, plus abstraite, mais équivalente, est celle d'un référentiel par rapport auquel le temps est uniforme, l'espace homogène et isotrope. En RG, on parle de référentiels inertiels locaux. Le principe d'inertie est respecté localement mais si l'espace temps est déformé ... ?

- Définition du référentiel de Copernic avec étoiles lointaines, conditions de temps long pour le considérer galiléen. ODG des longueurs caractéristiques ? - Titre du II. A quoi c'est dû les marées, juste à l'attraction gravitationnelle ? => Et non, effet de translation, j'aurai pas du changer mon titre => Remarque : j'en ai discuté avec des lyonnais, et a priori ça a fait gros débat chez 11 eux. Car oui suivant la façon dont je l'ai présenté c'est un effet de translation mais on peut se placer dans un cadre d'étude qui ne fait pas appel à la translation. - Force de Coriolis : quelle autre manifestation que l'expérience de Reich ? => J'avais juste relu ce passage dans le BUP de Sivardière : durant la seconde guerre mondiale, américains tenaient compte de la déviation vers l'est pour tirer leurs obus sur de longues distances. Sauf qu'ils avaient l'habitude dans l'hémisphère Nord. Du coup quand ils ont commencé à combattre dans l'hémisphère sud ben y avait un problème. Le membre du jury fait une drôle de tête, son collègue lui confirme. Autre phénomène ? => Cyclones et anticyclones, avec sens de rotation. Il semble attendre plus de part, j'explique un peu en insistant que c'est parce que ce sont des grosses masses d'air qui parcourt de grandes distances durant un temps nécessaire pour que la force de Coriolis ait une action significative (pour pas sortir l'exemple des lavabos...) - Autre jury : revient sur Reich, précision de l'époque ? Forte dispersion des mesures ? Fiabilité ? - A partir de quand s'est-on intéressé au fait que la terre tourne ou non ? - Pour les obus tirés par les américains ? Déviation vers l'ouest ? Est-ce aussi simple que ça ? Par exemple, si un obus était tiré à la verticale, que ce serait-il passé ? - Que savez-vous sur la théorie dynamique des marées ? - Sous quelles conditions peut-on considérer un référentiel comme galiléen ou non

Conclusion

Le caractère galiléen ou non d'un référentiel se détermine par l'expérience. Plus particulièrement, le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour l'étude de phénomènes se produisant au voisinage de la surface terrestre et dont la durée est très inférieure à la journée.

Ouverture Le caractère galiléen ou non d'un référentiel n'a de sens qu'à la lumière de la précision avec laquelle on étudie nos expériences. Par exemple, au CERN, où la précision des mesures est très importante, la déformation des continents à cause du phénomène de marées a induit du bruit sur les expériences de collisions de particules. Avec cette précision, le référentiel géocentrique ne peut pas être considéré galiléen.

Ouverture alternative Contrairement aux idées reçues, le sens de rotation de l'eau lors de l'évacuation d'un lavabo n'est pas du tout dû à la force de Coriolis (cf Brasselet). Contrairement aux idées reçues, le sens de rotation de l'eau lors de l'évacuation d'un lavabo n'est pas du tout dû à la force de Coriolis. Quel que soit l'hémisphère, on peut observer l'eau tourner à gauche ou à droite dans son lavabo. Il est en fait possible de le justifier par un petit ordre de grandeur à la lumière de ce que nous avons appris par cette leçon : Soit L la taille caractéristique du lavabo et v la vitesse de l'eau lors de la vidange. On peut estimer la déviation d'une particule d'eau due à la force de Coriolis :

$$L_{\text{exp}} \sim L; T_{\text{exp}} \sim \frac{L}{v} \rightarrow L_{\text{Cor}} \sim L \left(\frac{L/v}{T} \right)$$

Avec $L \sim 10\text{cm}$, $v \sim 10\text{cm.s}^{-1}$ et $T \sim 10^5\text{s}$, nous trouvons $L_{\text{Cor}} \sim 1\mu\text{m}$. Cette déviation est complètement négligeable devant les dissymétries de construction d'un lavabo ! En revanche, la rotation de la Terre pourrait avoir une influence dans un lavabo parfaitement symétrique de révolution... !

Compléments/Questions

Questions

- Les obus sont toujours déviés vers l'est ? Euh oui ! Même dans l'hémisphère sud ? Euh oui
- Si je tire un boulet verticalement vers le haut, il retombe où ? Vers l'est ?
- Comment facilement faire comprendre à un élève que le pendule de Foucault tourne ?
- **Coriolis** Pourquoi Coriolis n'est pas négligeable pour un tir au boulet de canon ? Expliquer et donner des conditions de réalisation de déviation vers l'est ?
- Le Soleil et la Lune ont-ils le même rôle vis-à-vis de la Terre ? Soleil pour la translation elliptique. Lune pour les marées.
- Vous avez dit que les étoiles qui servent à définir le référentiel géocentrique sont fixes mais le sont-elles vraiment ? Comment mesure-t-on la vitesse d'une étoile ? Doppler. Sur quel point de la surface terrestre a-t-on le plus gros écart angulaire entre les vecteurs g et G ?
- **Mouvement de la lune** Quel est le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique ? Sa période de révolution ? Vous avez dit que la force d'inertie d'entraînement est centrifuge ? **Synchronisation** Pourquoi la Lune nous montre toujours la même face ? Qu'est-ce qui ralentit la rotation de la Terre ? Les variations de la vitesse de rotation de la Terre sont périodiquement corrélées aux séismes.
- **Expérience de Reich** Revient sur Reich, précision de l'époque ? Forte dispersion des mesures ? Fiabilité ?
- A partir de quand s'est-on intéressé au fait que la terre tourne ou non ? Que savez-vous sur la théorie dynamique des marées.
- D'où sort la dépendance en $1/r^2$ de la force de gravitation ?
- Tous les résultats ont été écrits pour des masses m quelconques C'est pas un peu surprenant que ça fasse pareil pour n'importe quel masse ? Principe d'équivalence.
- Est-ce qu'il existe un référentiel galiléen ? Pas en RG.
- **Marées** Citer d'autres conséquences des termes de marées autre que les marées océaniques. (Elle déforme le manteau terrestre et cette déformation provoque une modification de la vitesse de rotation de la terre). Et sur d'autres astres ? (Les termes de marées peuvent être suffisamment forts pour entraîner la destruction d'un satellite ça a un nom mais j'ai pas réussi à le retrouver sur le moment). À quelle condition peut-il y avoir destruction ? Faut-il être proche ou loin ?

- **Centrifuge** Comment est définie la verticale? • Vous nous avez dit que la valeur de g varie sur la terre à cause du terme d'inertie. Est-ce qu'il y a d'autres sources de variation? (Oui, la terre n'est pas sphérique c'est un ellipsoïde et ça fait varier g aussi). Quel effet est prépondérant?

Introduction

On a vu les formules de chgt de réf. Mais jusque là quand on calcule la dynamique on appliquait le pfd dans le référentiel terrestre en le supposant galiléen. Mais c'est peu probable que la Terre, astre parmi tant d'autres, soit une référence privilégiée pour les lois de la physique. But : dans quelle mesure une telle hypothèse est justifiée (temps, vitesse de l'exp). + exemples concrets.

4 Référentiel terrestre

4.1 Le caractère non-galiléen du référentiel terrestre

Rappeler notion de référentiel. Pour les horloges, même temps absolu, vitesses non relativistes.

Décrire les 3 ref. usuels. **ODG**: Période de révolution du sys. solaire autour de la Voie Lactée, de la Terre autour du soleil → schéma où on approxime la trajectoire elliptique à une ligne droite sur nos échelles de temps, c'est une translation rectiligne uniforme → on peut appliquer le principe d'inertie.

Déf. jour sidéral. Illustration pédagogique de la notion de force fictive : masse suspendue à fil, point de vue du labo, point de vue du point d'attache du fil. (cf brasselet) puis géocentrique (marées) à copernic avec ODG

Comment savoir si un réf est galiléen? On regarde si le principe d'inertie ou encore le PFD est valide. Pas le cas sur terre (cyclones, pendule de Foucault). Géocentrique? nan car marées etc. Décide de se placer dans Copernic

4.2 PFD

Ecriture du PFD : $m \, da/dt$ "on suppose la masse constante" car dp/dt est la vraie expression. Ecrire DIAPO? pfd avec F_{ie} , F_{ic} et TOUS les termes Faire pfd dans Copernic pour trouver $a_r(T)$ (pfd avec "Fext")

$$ma'(P) = F_{ext} + F_{ie} + F_c \quad (3)$$

$$F_{ie} = -m \left(\underbrace{a(T)}_{\text{Terme dû à la translation}} + \underbrace{\frac{d\omega_{T/C}}{dt} \wedge \mathbf{TP}}_{\text{Accélération de Poincaré}} + \underbrace{\omega_{T/C} \wedge (\omega_{T/C} \wedge \mathbf{TP})}_{\text{force centrifuge}} \right) \quad (4)$$

Lié à la rotation de T/C

$$F_c(P) = 2\omega_{T/C} \wedge \mathbf{v}'(\mathbf{P}) \quad (5)$$

↓ Mettre en évidence les deux contributions qui vont nous faire 2 parties : une liée à la translation elliptique de la Terre autour du soleil, et une liée à sa rotation Ω

5 Effets de l'accélération de la Terre dans R'

Marées

6 Effets de la rotation de la Terre

Ps : différence entre jour solaire et jour sidéral. Ici, ω correspond à la période de la rotation de la Terre sur elle-même (jour sidéral), ie : $\omega = 2\pi / (23 \text{ heures } 56 \text{ minutes } 4 \text{ secondes})$

Rappel partie 1 sur la force d'inertie d'entraînement

$$F_{ie} = -m \left(\cancel{a(T)} + \underbrace{\frac{d\omega_{T/C}}{dt} \wedge \mathbf{TP}}_{\text{Accélération de Poincaré}} + \underbrace{\omega_{T/C} \wedge (\omega_{T/C} \wedge \mathbf{TP})}_{\text{force centrifuge}} \right) \quad (6)$$

Lié à la rotation de T/C

6.1 Accélération de Poincaré

$$\frac{d\omega_{T/C}}{dt} \wedge \mathbf{TP} \quad (7)$$

TROUVER UN EXEMPLE SIMPLE D'ILLUSTRATION DE CETTE FORCE

Rigoureusement, $\omega_{T/C}$ varie en norme et en direction, donc le terme d'accélération de Poincaré n'est pas nul !

- en norme : varie à cause du ralentissement lié aux marées (cf partie d'avant)

ODG: T augmente de 1.6 millisecondes/siècles. $\omega = 2\pi/T$

Si on compare au deuxième terme :

$$\frac{\text{Poincaré}}{\text{Force centrifuge}} \approx \frac{\frac{dT}{dt}/T^2}{(2\pi/T)^2} \approx \frac{1.6 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot (2\pi)^2} \approx 10^{-14} \quad (8)$$

- en direction : précession des équinoxes. Lié au couple exercé par les forces de marées de la Lune et du Soleil sur la Terre. Soleil tend à ramener l'excès de masse de l'équateur vers le plan de l'écliptique. (Q : pourquoi la terre ne s'aligne pas dans le plan de l'écliptique au lieu de continuer à tourner ?) Axe de rotation décrit un entonnoir perpendiculaire au plan de l'écliptique. (btw : raison pour laquelle les étoiles ne sont pas "fixes", voir annexe).

Nutation : l'orbite de la Lune est inclinée par rapport à l'équateur, donc même chose. Rajoute des oscillations de période 28 jours.

ODG: : (pour précession) 50" par an, 26 000 ans

Conclusion : à l'échelle de l'humain, et comparer aux autres termes, l'accélération de Poincaré est négligeable. Pour la suite, on considère ω **constant**

↓ *Accélération de Poincaré négligeable car ω presque constant. Quelle est réellement l'influence de ω ? Regardons tout d'abord l'influence de la force d'inertie d'entraînement.*

6.2 Force centrifuge

$$F_{\text{force centrifuge}} = -m\omega_{T/C} \wedge (\omega_{T/C} \wedge \mathbf{TP}) \quad (9)$$

Exemple simple d'illustration de cette force : train ou voiture qui tourne vers la gauche, ressent force vers la droite PFD :

$$m\mathbf{a}' = F_{ext} + m[G_T(P) - \omega_{T/C} \wedge (\omega_{T/C} \wedge \mathbf{TP})] - 2m\omega \wedge \mathbf{v}_T \quad (10)$$

Il n'y a que deux forces dépendant de la masse et de la position du point P. La force de gravitation et centrifuge. On les regroupe en une seule force : **le poids P** (champ de pesanteur $\mathbf{g} = \mathbf{P}/m$)

$$\mathbf{P} = m[G_T(\mathbf{P}) - \omega_{T/C} \wedge (\omega_{T/C} \wedge \mathbf{TP})] \quad (11)$$

Soit H le projeté orthogonal de P sur l'axe de rotation, alors :

$$\mathbf{P} = m[G_T(P) + \omega^2 \mathbf{HP}]$$

Schéma de la Terre avec le projeté H, la direction de $F_{centrifuge}$ et de la force de gravitation. Attention dessiner la norme max. à l'équateur, 0 aux pôles.

Commentaire : c'est l'effet pizza "comme vu précédemment".

Commence par la forme de la terre (calcul de l'aplatissement). Aborde la définition de la pesanteur. Dessiner les parallélogrammes quand on additionne des vecteurs. Pesanteur + force d'inertie d'entraînement (axifuge) : forces dérivant d'un potentiel.

Hypothèse : Terre supposée sphérique $\rightarrow G$ dirigé vers le centre de la Terre

Alors : le champ de pesanteur non plus dirigé vers le centre mais décalé. NOUVELLE DÉFINITION DE LA VERTICAL (fil à plomb ne donne pas G_T mais bien $\mathbf{g}$.)

ODG:

- A la surface de la Terre : $R_T \omega^2 = 3600 \cdot 10^3 * (2\pi/86161)^2 \approx 3 \cdot 10^{-2} m.s^{-2} \ll G_T(R_T)$
 $G_T(R_T) \approx 9.82 - 9.78 m.s^{-2}$, diff angle entre verticale terrestre et centre de la Terre : $< 6 \text{ deg}$
Néglige et prend $g = 0.8 \rightarrow \text{erreur} < 0.5\%$
- Si veut prendre en compte la force centrifuge :
Terre non sphérique $\rightarrow G_T$ dépend de la latitude (Terre aplatie de 21km aux pôles). C'est une correction du même ordg que la force centrifuge !
- Altitude h : force centrifuge augmente, mais G_T diminue, compliqué : mais en vrai toujours du même ordg, et si reste à la surface de la Terre OK

Conclusion : Force centrifuge implique une variation du poids en norme et en direction. Mais négligeable à la surface de la Terre

On vient de montrer que l'on pouvait considérer le poids comme constant à la surface de la Terre. $\rightarrow$ on se place à la surface de la Terre (savoir montrer que dans atmosphère poids toujours constant) et regardons l'effet de la force d'inertie de Coriolis.

6.3 Force d'inertie de Coriolis

Exemple simple d'illustration de cette force :

Analogie avec la force de Lorentz $\rightarrow$ ne travaille pas, trajectoires circulaires, effet Hall.

Bilan, avec les approximations, on a maintenant :

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F} + m\mathbf{g} - 2m\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v}(P) \quad (12)$$

6.3.1 Direction

Schéma de la Terre et du repère (x, y, z) p.179 Brasselet. Rappel : z verticale, x vers le sud

On écrit F_{ic} dans cette base :

$$F_{ic} = -2m\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v} = -2m((-y\sin\lambda)e_x + (\dot{x}\sin\lambda + \dot{z}\cos\lambda)e_y + (-\dot{y}\cos\lambda)e_z) \quad (13)$$

Mouvement horizontal : $\dot{z} = 0$ cf schéma VI-19 page 180 du Brasselet. Ps : aussi faire un schéma, et $\mathbf{v}$ vectoriel omega facile à voir !!! mieux que faire un calcul tout bête. (ou faire les deux ? lequel en premier ?)

- Mvt vers le Nord ou le Sud $\dot{y} = 0$: Mvt selon e_y du signe de $\dot{x}\sin\lambda$
 - Hémisphère Nord : $\sin\lambda > 0$
du nord vers le sud : $\dot{x} < 0$ donc dévié vers l'ouest : VERS LA DROITE
du sud vers le nord $\dot{x} > 0$ donc dévié vers l'est : vers la DROITE
 - Hémisphère Sud : Déviation vers la gauche !
- Pourrait faire la même chose pour un mouvement de l'ouest à l'est, montre que aussi vers la droite au NORD, et vers la gauche au SUD. (ps : plus de truc à dire sur $\dot{y}$? Car aussi mvt selon e_z ? (à creuser, faire un choix entre les deux, puis généraliser sans démontrer).

6.3.2 ODG

ODG :

- Selon la direction de $\mathbf{g}$:

$$\omega(\cdot(-\sin(\lambda))) \cdot v_y$$

On compare au poids :

$$\frac{F_{ic} \cdot e_z}{P} < \frac{\omega v}{g} \approx \frac{(2\pi/86161)}{9.81} \cdot v \approx 7 \cdot 10^{-6} \cdot v \quad (14)$$

Il faudrait des vitesses de l'ordre de $10^2 km/s$ pour commencer à voir son effet !

- Selon les autres directions : dépend de $\mathbf{F}$!

Regardons tout de même les échelles caractéristiques de cette force : Soit L_c et longueur caractéristique, T_c le temps d'observation v la vitesse du point P, alors : D'une part :

$$F_{ic} = ma_c \approx L_c/T_c^2 \quad (15)$$

D'autre part :

$$F_{ic} < m\omega v = \frac{2\pi}{T} \cdot v \quad (16)$$

Ie :

$$\frac{L_c}{T_c^2} < \frac{2\pi \cdot v}{T} \quad (17)$$

$$L_c < v \cdot T_c \cdot \frac{T_c}{T} \quad (18)$$

ODG: En laboratoire : $v \approx 0.1m/s$, $T_c < 1h$, alors : (peu changer pour moeux)

$$L_c \approx 0.1 \cdot (60)^2 / 86161 = 4mm \quad (19)$$

→ prend 4mm en 1h sur un objet d'une vitesse de 10 cm /s → négligeable

C'est pour ça que jusqu'ici on a considéré le référentiel terrestre comme galiléen. Revenons sur le pendule mentionné en introduction. Ici, on a vu quand en salle de TP, la force d'inertie de Coriolis est négligeable. Cependant, si on regarde des échelles de temps bien plus longues, on voit que cette dernière devra être prise en compte dans les équations. Historiquement, ceci a été montré avec deux expériences : la déviation vers l'est et le pendule de Foucault. Pendule de Foucault : un pendule de 67m oscille. Son plan d'oscillation tourne au cours du temps (droite dans l'hémisphère nord, gauche hémisphère sud). (faire un petit récap sur tout ce qu'il faut savoir sur le pendule).

Mais si on regarde à des échelles de taille bien plus grande, on observe encore mieux cette force de Coriolis !

ODG: atmosphère

↓ Force de Coriolis négligeable dans le laboratoire. Historiquement, montrée sur des expériences très précises ou longues. Mais elle a plusieurs effets bien plus remarques : atmosphère.

6.3.3 Influence sur la circulation atmosphérique

Dans les expériences classiques historiques comme la déflexion de projectiles ou le pendule de Foucault, les effets de la Force de Coriolis sont mesurables mais représentent une perturbation du comportement du système.

Cependant, la force de Coriolis donne naissance et domine des phénomènes physiques, typiquement ayant lieu à l'échelle géophysique, par exemple la circulation atmosphérique et les cyclones. Ce sont ces phénomènes, impossibles sans la Force de Coriolis, qu'on va étudier.

Le bilan de quantité de mouvement en mécanique des fluides est simplement modifié par les termes d'accélération dûs aux forces fictives. (équation). On rentre le terme centrifuge et le champ de gravité dans une pression dynamique $\Pi = P + \phi/\rho - 1/2(\vec{\Omega} \times \vec{r})^2$ (calcul rapide pour vérifier que la force centrifuge dérive d'un potentiel).

On adimensionne l'équation en utilisant une échelle de vitesse U et une échelle de longueur L (équation adimensionnée). Des nombres sans dimension apparaissent : Re , Ro , Ek . Les exprimer comme rapport de termes de Navier-Stokes.

ODG: océan, cyclone, lavabo sur le diapo. Démonte le mythe du sens de rotation de la chasse d'eau ou du lavabo qui est plus déterminé par la condition initiales et les imperfections du lavabo que l'hémisphère. $Ro \propto 1/L$ et $Ek \propto 1/L^2$ deviennent petits à cause des grandes échelles.

Écoulement géostrophique

On veut étudier un cyclone. D'après les ordres de grandeur calculés et l'estimation du Reynolds ($Re \sim 10^{10}$) on néglige le terme visqueux et les termes non linéaires pour étudier la circulation atmosphérique. On se place en régime stationnaire → ceci définit l'écoulement géostrophique. $\rho 2\vec{\Omega} \times \vec{v} = -\vec{\nabla}\Pi$. Commenter cette équation : Π est constante sur une ligne de courant, ce qui contraste avec l'équation de Bernoulli où les variations de pression donne les variations de vitesse.

Application aux cyclones

Sens de rotation et stabilité. On considère un tourbillon dans l'hémisphère Nord. Si le centre est un minimum de pression (cyclone), dessiner gradient de P et donc déduire le sens de rotation anti-horaire. Idem anticyclone. Pour l'anticyclone, la structure est stabilisée par la force de Coriolis (contraire au gradient de pression). La stabilité de l'anticyclone (maximum de pression) n'est possible que par la force de Coriolis. Sans la force de Coriolis, les anticyclones ne pourraient exister.

Ouragans

Vandenbrouck (concis!). Se forment sur ~ 1 jour. (voir **ODG**: précédent de l'influence de Coriolis). Seuls les cyclones peuvent évoluer vers des ouragans. La vitesse de rotation d'un anticyclone est bornée car force centrifuge $\propto \omega^2$ et Coriolis $\propto \omega$. Possibilité de tracer et interpréter le graphe $\omega(dp/dr)$.

Alizés et courants-jet

Brasselet (p183). L'analyse de la direction de la force de Coriolis permet d'interpréter les grands mouvements atmosphériques. Montrer photo. Cellules de Hadley. On suit une parcelle d'air. La différence en irradiation entre la région équatoriale et les régions polaires conduisent à une cellule de Hadley : l'air chaud équatorial monte et va aux régions polaires où il refroidit et revient à l'équateur. Quand elle revient à l'équateur, elle est déviée vers l'ouest, dans les deux hémisphères. D'où un jet vers l'ouest **ODG**: 20 km/h. Similairement, les courants-jets dans la troposphère sont déviés vers l'est. **ODG**: altitude 10 km et latitude 30-40 °.

Conclusion

Caractère Galiléen du référentiel terrestre : dépend de la masse, échelle de temps, longueur, vitesse (à préciser). Mais aussi du degré de précision de la mesure expérimentales (corrections au LHC). Les forces inertielles dominent aux grandes échelles *i.e* aux échelles géophysiques à cause des grandes longueurs caractéristiques. **Ouverture : Ondes inertielles (Rossby, Kelvin), couche limite (Ekman)**

Compléments/Questions**Référentiel (définition)**

Repère lié à un solide (origine + 3 axes) + horloge.

Référentiel galiléen

Définition : réf. dans lequel le principe d'inertie s'applique : "tout corps isolé ou pseudo-isolé est au repos ou en translation rectiligne uniforme" Existence d'un réf. galiléen postulée par le principe d'inertie. Comment savoir si un référentiel est galiléen ? Faire des expériences et vérifier si le PFD tient (ex : pendule de Foucault change de plan, marées).

Validité du référentiel de Copernic

Le système solaire tourne autour du centre de la Voie Lactée. **ODG**: Période de révolution 200×10^6 ans. Peut être considéré galiléen pour des échelles de temps humaines.

Référentiel de Képler vs. de Copernic

Le réf. de Képler a pour origine le centre de masse du Soleil. Le réf. de Copernic a pour origine le centre de masse du système solaire. **ODG:** La différence est de ~ 1 rayon solaire. Le soleil représente 99.87 % de la masse du système solaire.

Mouvement de la Terre autour du Soleil

Dans le référentiel de Copernic, la trajectoire de la Terre est contenue dans un plan : l'écliptique. En négligeant les autres planètes, son orbite est elliptique de foyer le Soleil (erreur $< 1\%$). **ODG:** aphélie 152×10^6 km, périhélie 147×10^6 km $\rightarrow$ translation $\sim$ circulaire. Le vecteur rotation est incliné de **ODG:** 23° par rapport à la normale à l'écliptique. Déclinaison (angle entre axe TS et équateur), variation de la déclinaison $\rightarrow$ phénomène des saisons (durée du jour et incidence), équinoxe et solstice, loi des aires + solstice d'hiver au périhélie dans l'hémisphère nord $\rightarrow$ l'hiver est plus court que l'été. Précession des équinoxes. **ODG:** $50''$ (secondes d'arc) par an i.e. période de 26000 ans. L'étoile polaire, actuellement alpha de la petite Ourse, deviendra Véga de la Lyre.

Jour sidéral vs. jour solaire, année sidérale vs. année tropique

Jour sidéral : durée que met la planète à faire un tour sur elle-même par rapport au point vernal (croisement entre écliptique et équateur céleste (orthogonale à $\vec{\Omega}_T$, centre = barycentre de la Terre), change avec précession et nutation). Jour solaire : durée entre deux passages du soleil au méridien (en gros au zénith), change avec position dans l'orbite (loi des aires, jour solaire plus court au périhélie). Pour une planète prograde comme la Terre, le jour solaire est plus long que le jour sidéral. **ODG:** Le jour solaire est 3 min 56 s plus long que le jour sidéral. La Terre doit tourner 1 degré de plus. (schéma wikipedia). Année sidérale : 1 révolution autour du Soleil. Année tropique : intervalle entre deux équinoxes (change à cause de la précession) **ODG:** Année tropique plus courte de 20 min.

Marées

- Insister qu'on suppose la Terre à symétrie sphérique quand on identifie $\vec{a}(\text{Terre})_{\text{Copernic}} = \vec{g}_{\text{astre}}(\text{Terre})$ (voir cour géophysique).
- DL à l'ordre 1 du terme de marée (Brasselet p163), dépendance en $1/R^3 \rightarrow$ la Lune a plus d'influence que le Soleil. **ODG:** accélération de marée : Lune $1 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$, Soleil $5 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-2}$, Vénus, Mars, Jupiter (voir Brasselet p164). Réf. géocentrique peut être considéré galiléen pour phénomènes au voisinage de la Terre.
- Marées. Différentiel de champ gravitationnel. Bourrelet océanique. Deux marées par jour. Contribution du Soleil : marées de vives eaux (nouvelle et pleine lune) et marées de mortes eau (1er et dernier quartiers). Variabilité mensuelle : variation de la distance Terre-Lune sur l'orbite elliptique (dépendance cubique) **ODG:** 356 000 km périgée, 406 000 km apogée $\rightarrow$ 10% de variabilité. Décalage quotidien des marées. **ODG:** 1 jour/28 jours $\sim$ 50 min tous les jours car tous les 28 jours, il y a eu un cycle de marée supplémentaire dû à la révolution de la Lune autour de la Terre. Variation du décalage quotidien due à la position du Soleil. Variation de l'amplitude du décalage quotidien due à la différence de vitesse de la Lune (loi des aires, vitesse plus grande au périgée donc décalage plus important). Marées d'équinoxe plus importantes à cause de la déclinaison du Soleil. Plus finement : déclinaison de la Lune.
- Statique valable si temps de réponse $\ll$ période de forçage. **ODG:** vitesse de réponse $c = \sqrt{gH} \sim 200 \text{ m s}^{-1}$ inférieure à vitesse du forçage $v = \pi R_T / (1 \text{ jour}) \sim 400 \text{ m s}^{-1} \rightarrow$ quadrature (stylo forcé). Mais réflexion sur es continents. Au final, la marée a lieu quelques heures après passage de la Lune. Sauf en Méditerranée où le temps de réponse d'apport d'eau à travers le détroit de Gibraltar est $\gg$ période de forçage $\rightarrow$ pas de marée en Méditerranée. Différence d'amplitude **ODG:** statique $H < 1 \text{ m}$, dynamique 14m au Mont Saint Michel dû à des phénomènes de réflexion et résonance.
- Effet des marées sur le système Terre-Lune : ralentissement de la rotation de la Terre à cause des frottements sur le fond océanique. **ODG:** 1.6 milliseconde/siècle. Ralentissement jusqu'à présenter la même face à la Lune (rotation synchrone). C'est ce qui est arrivé à la Lune. Comme $F_{\text{marée}} \propto M_{\text{astre}}$ qui force, la force de marée sur la Lune est **ODG:** 100 fois plus importante. Ensuite, par conservation du moment cinétique, la Terre s'éloigne de la Lune (couplage spin-orbite). *Comment la lune "sait-elle" que la Terre ralentit ? Puisque donc le bourrelet*

de marée n'est pas dirigé exactement vers le centre de la Lune (cas idéal), et que les deux bourrelets (celui d'avant et celui d'arrière) ne sont pas situés aux mêmes distances de la Lune, celle-ci « sent » cette asymétrie. Le bourrelet situé face à la Lune a un effet plus important et l'accélère ; le bourrelet situé à l'arrière la ralentit, mais son effet est moins important car il est plus distant. Le résultat de ce couple est une force contribuant à accélérer la rotation de la Lune et à éloigner son orbite

- Marée planétaire. Déformation de la croûte terrestre **ODG**: hauteur qqcs centimètres. Variation de 1 mm sur 27 km du LHC.
- Limite de Roche. Compétition entre marée et cohésion gravitationnelle. Explique l'existence d'anneaux autour de Jupiter, Saturne... (calcul : Brasselet p174) **ODG**: 2.5 fois le rayon de l'astre. Mais il faudrait prendre en compte la cohésion entre atomes, ce qui explique pourquoi les objets ne se disloquent pas infiniment, pourquoi il y a des satellites à l'intérieur de la limite de Roche. Validité de la limite de Roche quand cohésion électromagnétique $\approx$ cohésion gravitationnelle. **ODG**: taille ~ 1000 km $\sim$ objets dans les anneaux de Jupiter (Brasselet p47-48). AN sur un satellite de télécommunication si on le traite
- **ODG**: Lune : 1×10^{-3} N, Soleil : 1×10^{-4} N, Jupiter : 1×10^{-9} N (tableau avec masse/distance sur transparent ?)

Fluides en rotation

Rieutord (p283) Intro. La rotation de la Terre est à l'origine des cyclones. Elle impose quasibidimensionnalité, l'existence de nouvelles ondes et l'existence de couches limites. Formulation de l'équation de la quantité de mouvement (p284) pour un fluide incompressible newtonien (on met en avant les effets de la rotation) Equation adimensionnée (p284). Définition du nombre d'Ekman et du nombre de Rossby. Commenter les rapports des termes qu'ils mesurent. **ODG**: écoulement atmosphérique $U \sim 10$ m/s, $L \sim 10$ km et $\nu \sim 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. $Re \sim 10^{10}$, $Ro \sim 0.1$, Océan : $Ek < 10^{-10}$

Forme de la Terre

La forme centrifuge aplatit la Terre (bourrelet équatorial, effet pizza). **ODG**: rayon plus grand de 20 km à l'équateur comparé au pôle. Les forces de marée donne une forme de ballon de rugby. Ecart par rapport à une ellipsoïde à cause de l'équilibre isostatique (schéma) et aux différences de densité dans les couches de roche de la Terre. Influence sur la direction et norme de g. Gravimétrie pour mesurer les variations de densité et de topographie.

Précession et nutation

ODG: Période de précession : 26000 ans.

Formule de changement de référentiel

faire le lien avec la vie d tous les jours (train, métro, virage en voiture) insister sur que des forces dépendent de la position (entraînement) et d'autres de la vitesse (Coriolis).

Force centrifuge, pesanteur

Champ de pesanteur = gravité + centrifuge. Direction du fil à plomb. **ODG**: centrifuge/gravité $\sim 1 \times 10^{-3}$ à la surface. Ce rapport augmente en s'éloignant (0.5% à altitude de 16 km). forceODG équateur et pôle. La pesanteur est minimal en Guyane. On y fait décoller Ariane. (checker)

Force Coriolis

ODG avec la durée de l'expérience vs. la durée du jour. Déviation vers la droite dans l'hémisphère Nord. Déviation vers l'est. Pendule de Foucault. Cyclone, anticyclone. Alizés vers l'ouest à l'équateur et forçage des océans. La lavabo et Rossby. **ODG:** Avion, balle de tennis,

Modèle simple des courant-jet et onde de Rossby stationnaire

Vandenbrouck. Modèle d'oscillateur harmonique.

Couche d'Ekman, transport d'Ekman

Vandenbrouck. Rieutord p280

Déviation vers l'est (Ferdinand Reich)

Python si traité. Au deuxième ordre, la chute est déviée vers le sud dans l'hémisphère nord, souvent cachée par la dissipation, le gradient de gravité...*La déviation vers l'Est de la chute d'un corps est indépendante de l'hémisphère, car le mouvement s'effectue principalement selon la verticale. Ce n'est pas le cas pour le Pendule de Foucault, dont le mouvement est dans un plan horizontal : le sens de précession des oscillations dépend de l'hémisphère*

Divers

ODG: Taille du système solaire 10^{-3} années lumières vs Voie Lactée 100 000 années lumière

Déinition rotation/translation en mécanique

Un solide possède un mouvement de translation si tout segment du solide reste parallèle à lui même au cours du mouvement ou si tout point a la même vitesse. Un solide possède un mouvement de rotation autour d'un axe fixe si le mouvement de chacun de ses points est un cercle centré sur l'axe de rotation.

Différence entre "vraie force" et forces "fictives"

force fictive ne vient pas de l'interaction avec un corps extérieur, c'est un effet de l'accélération.

Rebond post glaciaire

A creuser **ODG:** (échelle de temps : 10000 ans, 2 actuels)

Isostasie

Equilibre isostatique : les éléments de la lithosphère (~ 100 km de profondeur) sont soumis à la même pression indépendamment des irrégularités topographiques en surface (schéma illustratif). Profondeur de compensation peut varier. Isostasie régionale, locale. Explique pourquoi la gravité mesurée par un gravimètre est plus faible près des montagnes.

Compléments

Cellule de Hadley, de Ferrel

7 Francis et Gauthier

7.1 Plan

Intro. Réf. terrestre est celui qui nous est familier. Validité des expériences historiques qui négligent non-galiléanité ? Sous quelles approx. ?

Principe d'inertie. Recherche d'un réf. gal. Description des référentiels usuels. Pour les horloges, même temps absolu, vitesses non relativistes.

ODG. Période de révolution du sys. solaire autour de la Voie Lactée, de la Terre autour du soleil → schéma où on approxime la trajectoire elliptique à une ligne droite sur nos échelles de temps, c'est une translation rectiligne uniforme → on peut appliquer le principe d'inertie.

Déf. jour sidéral. Illustration pédagogique de la notion de force fictive : masse suspendue à fil, point de vue du labo, point de vue du point d'attache du fil. (cf brasselet)

Dessin de la force centrifuge. Attention dessiner la norme max. à l'équateur, 0 aux pôles. Commence par la forme de la terre puis aborde la définition de la pesanteur. Dessiner les parallélogrammes quand on additionne des vecteurs. Pesanteur + force d'inertie d'entraînement (axifuge) : forces dérivant d'un potentiel. Application à l'altitude d'un satellite géostationnaire avec un point de vue différent (comme vu avec le cours sur les lois de Kepler).

Coriolis. Expression. Dessin dans l'hémisphère Nord. ODG. Pendule de Foucault.

Mouvements atmosphériques. Photos d'ouragans dans l'hémisphère Nord et dans l'hémisphère Sud.

Limites, condition pour négliger Coriolis.

7.2 Pour les autres leçons

(ps : penser à faire des gros schémas, et faire attention à ce que les notations (F , R_t , ...) n'empêche pas de tracer d'autres trucs après.) Faire attention dans l'intro à raconter des choses que l'on sait justifier (valable pour toutes les leçons). Faire attention aux abus de langages. pas regarder les notes pendant les questions du jury (même pour les ODG). Attention zéro vecteur et zéro scalaire.

7.3 Questions

Questions. Définition réf. galiléen. Axes du ref de Copernic ? Quel est le meilleur référentiel galiléen qu'on puisse considérer ?