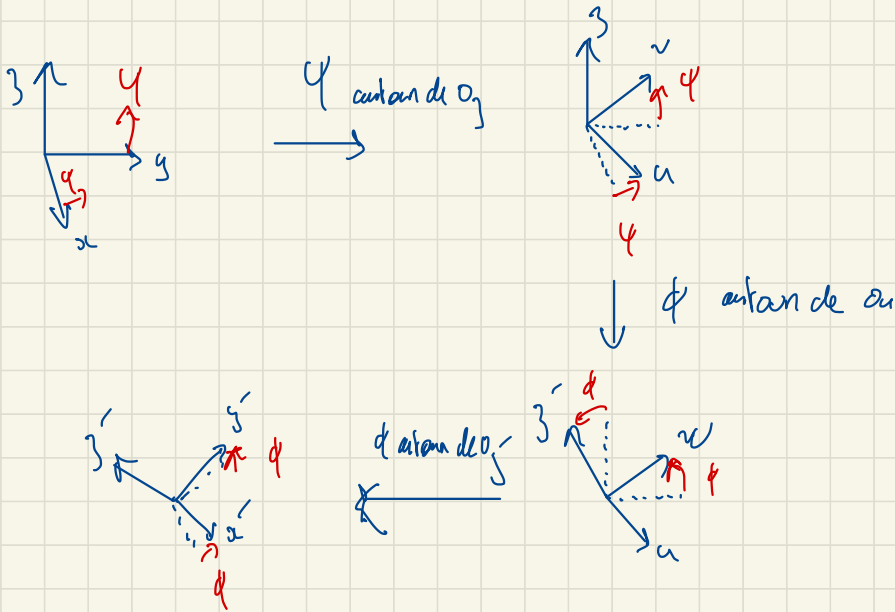



Dynamique du solide en notation

Paramètres angles d'Euler:

$R \rightarrow R'$ par

ψ précession
 θ nutation
 ϕ rotation propre



On a alors $\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{e}_z + \dot{\theta} \vec{e}_{\bar{x}} + \dot{\phi} \vec{e}_{y'}$

dans R :

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= \dot{\psi} \cos \psi + \dot{\theta} \sin \psi \sin \theta \vec{e}_{x''} \\ &\quad + \dot{\theta} \psi - \dot{\phi} \cos \psi \sin \theta \vec{e}_y \\ &\quad + \dot{\phi} \cos \theta + \psi \end{aligned}$$

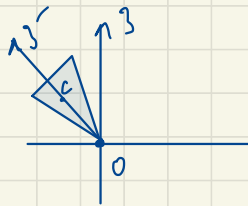
donc $\vec{L}$:

$$\vec{L} = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\phi} \sin \theta \sin \phi \vec{e}_x + (-\dot{\theta} \sin \phi) + \dot{\phi} \sin \theta \cos \phi \vec{e}_y + \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\phi} \vec{e}_z$$

App gyroscopiques etc les autres vitesses de rotⁿ sont

faibles: $\vec{L} \approx L \vec{e}_z$

Eq du mt: couple



$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{C} \wedge \vec{e}_z$$

$$||\vec{C}|| = C$$

On, app gyroscopique: $\vec{L}_0$ est selon $\vec{OC}$ donc

$$\vec{OC} = \frac{\vec{L}_0}{L_0} \cdot C$$

d'où

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{L}_0 \wedge \frac{m g e}{L_0}$$

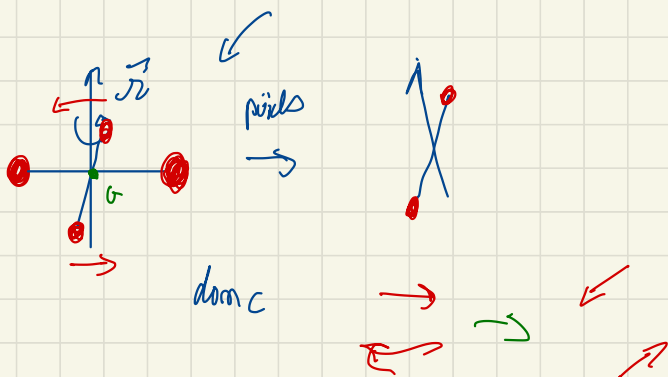
i) $\wedge \vec{L}_0 \Rightarrow L_0 = \text{cte} : \text{norme cste}$

ii) $\wedge \vec{e}_z \Rightarrow L_z = \text{cte} : \text{proj selon } \vec{e}_z \text{ cste.}$

~~$\vec{e}_z$~~ $\vec{e}_z$ mt de precession

Ou encore : $\dot{L}_z = \vec{\tau}_p \cdot \vec{n}_z$ où $\vec{\tau}_p = -\frac{m l \vec{g}}{L_0} = \frac{m g l}{I_{gz} L} \vec{e}_z$

int^o stab^o :



trajectoire courbes

↕ un couple de forces
↗ apparaît selon le dernier axe

la toupie tourne alors sans arrêt

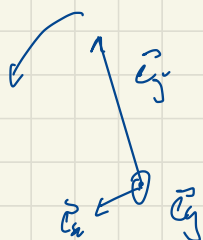
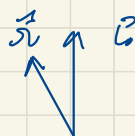
donc couple (points) $\rightarrow$ couple gyroscopique (réaction) primaire

$\rightarrow$ couple gyroscopique $\otimes$ secondaire

$$\left. \frac{dL_z}{dt} \right|_R = \left. \frac{dL_z}{dt} \right|_{R^-} + \tau_{s/z} \wedge L_{0/z}$$

avec $\left. \frac{dL_{o/n}}{dt} \right|_n = \Gamma_{op \rightarrow sy}$ et $\left. \frac{dL_{o/n}}{dt} \right|_{n^-} = 0$ (app' gyro)

alors $\vec{\Gamma}_{op \rightarrow sy} = \vec{S}_{s/n} \wedge \vec{L}_o$



alors $\vec{S}_{s/n} = A\vec{e}_y + B\vec{e}_x$

et alors $\Gamma_{sy} = \alpha \vec{e}_x$

donc $\vec{S}$ selon $+\vec{e}_a$ (couple gyro primaire)

puis $\vec{S}$ selon $\vec{e}_a$ donc $\Gamma = \alpha \vec{e}_a \wedge \vec{e}_y$

$= -\vec{e}_x$; rotation lagym

$\hookrightarrow$ couple gyroscopique secondaire.

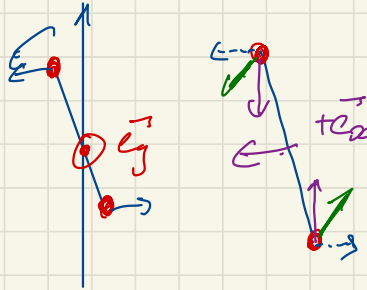
$\rightarrow$ couple libre: précession

couple impair: contre action: on tourne

lc $\wedge \vec{S}_a = mg \sin \theta l$

Plan 1. Effet gyroscopique

couple Coriolis / Coriolis pas
approche qualitative :



couple gyroscopique selon $t\vec{G}$: couple primaire
et à nouveau couple selon $-\vec{G}$: le gyroscopie remonte
couple secondaire

Approche quantitative du couple gyro

$$\left. \frac{dL_0/n}{dt} \right|_R = \left. \frac{dL_0/n}{dt} \right|_{R'} + \vec{\Omega}_{S/R} \wedge L_0/n$$

$$\vec{\Gamma}_{op-gyro} = \vec{\Omega}_{S/R} \wedge \vec{L}_m$$

deux situations

* $\vec{\Gamma}_{imporu}$: pression

* $\vec{\Gamma}_{imporu}$: contre réaction

expérience nous

Eq° de precession:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{L}_0 \quad , \quad \vec{\omega} = \frac{e \hbar \gamma}{4\pi m_e} \vec{B}$$

$$= -\frac{m_e g \mu_B}{\hbar} \vec{B} \wedge \vec{L}_0$$

donc $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{L}_0$, $\vec{\omega} = -\frac{m_e g \mu_B}{\hbar} \vec{B}$

$$\Rightarrow \frac{dL_0}{dt} = 0 \quad , \quad \frac{d\vec{L}_0}{dt} \cdot \vec{B} = 0$$

precession des equinoxes $\dot{\varphi} = \frac{n_a |g - g_{eff}| \hbar}{n R_T^2 \omega}$

$$\dot{\varphi} = \frac{n_a 2 \mu_B \hbar}{n R_T D^3 \omega}$$

$$\approx \frac{n R_T D^3 \omega}{n_a n_c \hbar} = \frac{\mu_B^3 D^3 \omega}{\mu_B^3 a-b \hbar c \hbar}$$

$$= \frac{a}{a-b} \frac{D^3 \omega}{n_c \hbar}$$

$$\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \vec{\sigma}_0 \wedge m\vec{g}$$

app' gyro: $\vec{\sigma}_0 = \frac{\vec{\sigma}_0}{\|\sigma_0\|} \cdot \alpha$

donc $\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = -\frac{mg}{\|\sigma_0\|} \vec{g} \wedge \vec{\sigma}_0$

où $\sigma_0 = J\omega$ donc $\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0$, $\vec{\Omega} = \frac{mg}{J\omega} \vec{e}_3$

eq de precession ... $\|\vec{\sigma}_0\| = \text{cte}$ et $\vec{\sigma}_0 \cdot \vec{e}_3 = \text{cte}$

$$\frac{d\sigma_x}{dt} = -\Omega \sigma_y \quad \frac{d\sigma_z}{dt} = 0$$

$$\frac{d\sigma_x}{dt} = \Omega \sigma_y$$