

27 juin 2020

## LP04 - Précession dans les domaines macroscopique et microscopique

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

27 juin 2020

### Bibliographie

- Mécanique, **Pérez**
- Article d'Eric Brillaux, introuvable sur les internet.
- Sur Scholarvox : "Imagerie de résonance magnétique", Décorps : très propre.
- Physique atomique I, 2e édition, **Cagnac**
- Physique quantique tome 1, 3e édition, **Le Bellac**
- A propos de la précession des équinoxes, **BUP 889 (1)**
- Vidéo Youtube <https://youtu.be/L8pH6fw0Yc> (essentiel pour comprendre la physique du truc)
- <https://www.youtube.com/watch?v=jt0ZkRYThDU> tip top sur la RMN
- les cours en pdf des vidéos tip top <http://www.sciences.univ-nantes.fr/CEISAM/index.php?page=43&lang=FR>
- Physique quantique tome 1, **Cohen-Tanoudji** complémnts F du chapitre 4

### Pré-requis : Niveau L3

- Mécanique du solide (moment d'inertie, théorème de Huygens...)
- Moment cinétique quantique
- Dipôle magnétique
- Référentiels tournants

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Précession d'un solide en rotation</b>	<b>3</b>
1.1	Explication qualitative . . . . .	3
1.2	Modélisation d'une toupie . . . . .	3
1.3	Evolution du moment cinétique . . . . .	4
1.4	Application : le gyroscope . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Précession de Larmor</b>	<b>6</b>
2.1	Moments magnétique et cinétique de l'atome . . . . .	6
2.2	Application d'un champ B . . . . .	7
2.3	Application à la RMN . . . . .	7

Reste à faire :

## Commentaires du jury

- 2017** L'étude de l'un des domaines, macroscopique ou microscopique, ne doit pas conduire au sacrifice de l'autre : un certain équilibre est attendu. Il est nécessaire d'avoir suffisamment de recul en mécanique des solides pour préciser l'origine des formules avancées.
- 2015** Le/la candidat(e) doit être capable de trouver l'orientation et le sens des effets gyroscopiques sur des exemples simples
- 2011-2014** Les candidats ignorent trop souvent les principes de fonctionnement et les performances des gyroscopes modernes.
- 2009-2010** Les hypothèses de l'approximation sont très rarement énoncées clairement et encore plus rarement vérifiées dans le traitement des applications. L'équation de précession est un concept utile.
- 2008** Une illustration expérimentale aide à faire passer le message de cette leçon. Il faut prévoir assez de temps pour traiter le domaine microscopique. Le lien avec l'approche quantique peut être évoqué en évitant de sombrer dans le détail des calculs. Il est rappelé que le moment cinétique et le vecteur rotation ne sont a priori pas colinéaires.
- 2005** Comme dans toute leçon de mécanique, les référentiels doivent être correctement définis. La notion de référentiel barycentrique, quand elle est introduite, est souvent confuse.
- 1997** Les gyroscopes employés pour l'illustration expérimentale du sujet sont souvent sous-utilisés et ne sont pas lancés suffisamment fort pour qu'effectivement l'approximation gyroscopique soit valable !

## Introduction

10/06 : Ce plan passe en 30 min, pas plus de 20 min sur le macro et le micro est passé en accéléré, notamment la RMN, expliquée par la vidéo.

La toupie, déjà pourquoi est-ce qu'elle tient debout ? Compétition avec la gravité puis relaxation. Mais surtout, il est marrant ce mouvement de précession ! C'est de la précession.

**Précession** : Changement de l'axe de rotation d'un objet sous l'action extérieure d'un couple. Vidéo de Veritasium : [www.youtube.com/watch?v=ty9QSiVC2g0](http://www.youtube.com/watch?v=ty9QSiVC2g0)? (Il y a aussi un gif sur Wikipedia)

Problématique : Comment expliquer ce mouvement étrange de précession ? Pourquoi on le retrouve dans différents domaines, comment la précession en macro nous aide à comprendre la RMN ?

## 1 Précession d'un solide en rotation

### 1.1 Explication qualitative

*Source* : Vidéo Youtube

-On refait le raisonnement de la vidéo Youtube avec une roue de vélo.

1) Elle tombe, sauf quand elle tourne.

2) Elle précesse

3) C'est dû au poids

4) Mais c'est aussi un peu plus subtil, cf. vidéo à 4 :40 et 7 :00.

### 1.2 Modélisation d'une toupie

*Source* : Pérez, Brillaux

-On va modéliser la toupie : système S supposé axisymétrique soumise au poids, de masse  $m$  et de longueur  $\vec{OG}$  de norme  $a$ . Sa matrice d'inertie dans le référentiel ayant pour origine le point de contact de la toupie  $\mathcal{R}$  et d'axe  $z'$  la hauteur de la toupie **qui n'est pas lié à la toupie, il ne tourne pas avec elle sur elle-même**, qui a cette tête là par symétrie :

$$\underline{\underline{J}} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$$

, avec dans notre cas  $A = B$ . La valeur de  $C$  n'est pas son moment d'inertie propre, mais son moment d'inertie + le terme du théorème de Huygens  $M\vec{OG}^2$ . Elle bouge dans le référentiel du labo  $\mathcal{R}_0$  supposé galiléen.

-La liaison sphérique est parfaite : ponctuelle, pas de moment au point de contact

-On décrit le système avec les angles d'Euler (plein de schémas sur slide).

- Angle de précession  $\psi$  entre les axes  $x$  et  $x'$
- Angle de nutation  $\theta$  entre  $z$  et  $z'$
- Angle de rotation propre  $\phi$  entre  $x'$  et  $x''$ .

donc on a ce vecteur rotation dans le référentiel du labo :  $\Omega_{S/\mathcal{R}_0} = \dot{\psi}e_z + \dot{\theta}e_{x'} + \dot{\phi}e_{z'}$ . On lance la toupie en l'air : "cette situation peut être décrite par le paramétrage précédent".

### 1.3 Evolution du moment cinétique

Source : Brillaux, Pérez p. 440 et suite

J'ai sorti les formules chiantes pour bien expliquer l'intérêt de l'approximation gyroscopique. Si on veut faire pour que tout marche bien et ne pas sortir la formule de Bour, on peut dire que le vecteur moment cinétique est colinéaire à son axe dès qu'on a l'approx gyroscopique et on avance.

Bon, le vecteur rotation est dégueu, et si on veut le moment cinétique il faut le mettre dans la base propre de la toupie ( $e_{x''}$ ,  $e_{y''}$ ,  $e_{z''}$ ), les nouveaux axes donnés par la rotation propre on s'en fout car c'est la toupie qui tourne sur elle-même.

Donc après projection, le vecteur rotation **dans la base  $\mathcal{R}$  de rotation tournant par rapport à la base  $\mathcal{R}_0$**  :

$$\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}e_{x'} + \dot{\psi} \sin \theta e_{y''} + (\dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta)e_{z'}$$

Conséquence :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{L}(O) \Big|_{\mathcal{R}_0} = \underline{\underline{J}} \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}_0} = A\dot{\theta}e_{x'} + A\dot{\psi} \sin \theta e_{y''} + C(\dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta)e_{z'} \\ \frac{d \vec{L}(O) \Big|_{\mathcal{R}_0}}{dt} \Big|_{\mathcal{R}_0} = \vec{OG} \times \vec{P} \end{array} \right.$$

**Après réflexion, la ligne suivante est totalement superflue, et la simplification "le deuxième terme est nul" est absolument faux!** (car on considère  $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_0}$ , qui ne comporte pas la composante de rotation propre) On se souviendra que le TMC n'est pas le même selon le référentiel (formule de Bour),

$$\frac{d \vec{L}(O) \Big|_{\mathcal{R}_0}}{dt} \Big|_{\mathcal{R}_0} = \frac{d \vec{L}(O) \Big|_{\mathcal{R}_0}}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_0} \times \vec{L}(O) \Big|_{\mathcal{R}_0}$$

**Attention :** La matrice d'inertie n'étant pas isotrope, le vecteur moment cinétique et vecteur rotation ne sont pas forcément colinéaires !

Les calculs sont un peu laborieux (changement de base, etc.) mais il inapproprié de poursuivre l'étude exacte. La description réalisée n'est pas celle d'une toupie lancée en l'air

mais bien d'une toupie tournante, "dotée d'une anisotropie" : il existe un terme de moment cinétique majeur  $C\dot{\phi} \gg C\dot{\psi}, A\dot{\theta}, A\dot{\psi}$ .

Par conséquent,  $\vec{L}(O)\Big|_{\mathcal{R}_0}$  est orienté selon  $\vec{OG}$ . On peut en tirer des infos physiques déjà :

→ La composante du moment cinétique dans le référentiel  $\mathcal{R}_0$  selon z est constante, donc la toupie tourne autour de son axe vertical à vitesse  $\dot{\phi}$  constante. (en même temps, on n'a pas de couple qui vient freiner la rotation de la toupie)

→  $L \simeq C\dot{\phi}$  et orientée dans le sens de  $\vec{OG}$ , donc on peut réécrire :

$$\left. \frac{d\vec{L}(O)\Big|_{\mathcal{R}_0}}{dt} \right|_{\mathcal{R}_0} = \frac{ma}{C\dot{\phi}} \vec{L}(O)\Big|_{\mathcal{R}_0} \times \vec{g}$$

Conséquence, le moment s'appliquant sur la toupie ne cause pas de décroissance du moment cinétique, mais bien sa rotation ! Ainsi on a la rotation.

Pulsation angulaire de la précession (faut mettre un signe - dans le terme de droite de l'équation précédente) :

$$\vec{\psi} = -\frac{ma}{C\dot{\phi} \sin \theta} \vec{g}$$

ODG :

- $m = 10$  g
- $a = 5$  cm
- $C = ma^2$  par Huygens
- $\dot{\phi} = 10 \times 2\pi$  rad/s ?

Le résultat donne une précession de 3 rad/s, c'est à peu près ce que l'on observe avec ce calcul très grossier (d'autant plus vrai que la répartition de masse est selon z, mais pas selon x et y). Paramètres importants : la longueur de l'axe, la vitesse de rotation. (en vrai on peut se demander si l'approx gyroscopique était vérifiée ici, à vérifier d'abord)

**Importance de l'approximation gyroscopique** : cela nous permet d'avoir  $\vec{OG}$ ,  $\Omega$  et  $\vec{L}$  tous colinéaires.

Interprétation physique : la gravité, au lieu de faire tomber la toupie, la fait précesser par un couple poids-moment cinétique. Normalement il faut la désaxer pour voir ce phénomène, mais la toupie perdant de l'énergie par frottements, on observera bien la précession (voir la fin du Pérez sur l'angle de nutation pris par la toupie. Etant initialement à  $\theta = 0$ , les frottements vont diminuer  $L_z$  et permettre une bifurcation et une position stable à  $\theta \neq 0$ ).

Tout ce raisonnement se tient en considérant les forces de Coriolis dans le référentiel de la toupie.

Petite application numérique si on veut gratter du temps sur l'approx gyroscopique de la moto et du vélo, ODG faits maison... Ça marche bien. Faut calculer C à la zob par contre.

## 1.4 Application : le gyroscope

Source : Pérez p. 436

Vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=hVsx4XWafXg>

On montre le bouzin : G est confondu avec le "point de contact", pas de moment extérieur, les trois rotations sont découplées. Il est aussi axisymétrique. Avec  $\mathcal{R}_0$  galiléen :

$$\left. \frac{d\vec{L}(G)}{dt} \right|_{\mathcal{R}_0} = \vec{0}$$

Ca c'est une propriété essentielle du gyroscope, on peut le mettre sur un tabouret tournant si on a envie pour le montrer. D'ailleurs on montre que la Terre n'est pas un référentiel géocentrique avec ça, puisqu'il tourne au cours de la journée. Lancer la toupie en l'air  $\leftrightarrow$  lancer le gyroscope n'importe comment. Mais on peut cependant le lancer selon une direction  $\leftrightarrow$  faire tourner la toupie. (on le fait en live)

La différence c'est qu'on n'a pas de moment du poids. On peut le simuler en appuyant d'un côté : mouvement de précession paradoxal! Plus j'appuie fort, plus le couple est important et plus le gyroscope tourne vite.

Vérifions l'approx gyroscopique : on fait les ODG. (mesure de Brillaux : entre  $3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$  et  $5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$ )

On peut prouver la dépendance en la vitesse de précession en la vitesse de rotation en faisant tourner le gyroscope à différentes vitesses.

Aujourd'hui, les gyroscopes peuvent atteindre jusqu'à 20000 tr/min, soit 300 tr/s.

Ca permet de garder une direction constante et de connaître l'horizontale. Et si c'est l'opérateur qui induit le couple extérieur, il reçoit un couple gyroscopique opposé : permet de faire tourner les avions.

D'autres applications : le contre-braquage en moto, la rotation des avions de chasse, le maintien en orbite sans tourner de l'ISS (centrale inertielle), les gyrocompas...

Transition : Il s'avère que ce mouvement de précession se retrouve dans le micro.

## 2 Précession de Larmor

-Localement il peut exister un champ B. Connaître la réaction du matériau à ce champ B extérieur peut nous permettre d'accéder à des informations micro.

### 2.1 Moments magnétique et cinétique de l'atome

Source : Cagnac p. 236, Le Bellac p. 90

-Atome de Bohr : modèle classique (on fait le dessin et le calcul). On trouve une relation de proportionnalité entre le moment cinétique et le moment magnétique! (une expression

générale du moment mag et des limites sont énoncées p. 238, ça marche en moyenne)

Le rapport de proportionnalité (gyromagnétique) ne dépend pas de la vitesse ni du rayon des orbites. En somme, on a l'approximation gyroscopique vraie tout le temps !

Le Basdevant p. 173 mentionne le fait qu'un champ  $\vec{B}$  extérieur modifie les trajectoires et le rapport gyromagnétique, mais c'est très faible. La remarque se retrouve dans le Cagnac p. 242. C'est tout le propos de l'épreuve A 2001 des questions B/ 2. et suite, j'y reviens plus tard

En vrai pour avoir le moment magnétique total, il faudrait prendre en compte le spin du noyau et de l'électron qui sont également proportionnels aux moments cinétiques via le facteur de Landé, cf Le Bellac. On prend donc  $\vec{J} = \vec{L} + 2\vec{S}$ . Le facteur de Landé peut se déduire d'une description classique, qui est faite dans le Cagnac tome 2, page 161. ou dans l'épreuve A 2001 et son petit schéma du corrigé, p.15.... Pour l'électron on a  $g = -2$  par exemple.

## 2.2 Application d'un champ B

*Source : Cagnac*

-Equations. On applique un champ magnétique uniforme. Le moment appliqué à un moment magnétique est tel truc. On fait le TMC, et on passe à la variation de moment mag au cours du temps en multipliant par le rapport gyromagnétique. Faire des schémas de partout. Agreg A 2001 ?

**$\vec{M}$  et  $\vec{J}$  sont colinéaires, c'est pas le cas d'un solide aimanté comme une boussole, d'où le fait qu'on puisse pas faire l'analogie avec un dipôle magnétique macro.**

Fréquence de Larmor :

$$\vec{\omega} = -\gamma\vec{B}$$

On discute la direction de la force car  $\gamma$  est négatif. ODG.

La fréquence de Larmor est beaucoup plus faible que la fréquence d'oscillation des électrons, donc la perturbation est faible, le rapport gyro reste constant.

Conséquence assez folle : Le paramagnétisme ça devrait pas exister ! Les moments dipolaires ne s'orientent pas selon  $\vec{B}$  mais précèdent. En fait c'est vrai sur un intervalle de temps, jusqu'à la relaxation, cf. Cagnac p. 243 (je trouve ça ouf). Ce sont les collisions des molécules gazeuses et oscillations des cristaux qui font ça. Puis statistiquement, on obtient le paramagnétisme. Le temps de relaxation  $\tau$  donne pleins d'infos sur les interactions microscopiques. ODG ?

## 2.3 Application à la RMN

*Source : Cagnac p. 256, Décorps*

On applique les équations sur un modèle classique, c'est cool. On distingue trois étapes : les moments s'alignent selon  $z$  avec un champ permanent. Ensuite on met un champ perpendiculaire tournant. Et enfin : relaxation.

Hypothèse : Calcul en l'absence de relaxation. Le Cagnac est super clair, on a juste à recopier.

## Conclusion

Voilà, on a vu pleins de trucs cools. Dans tout ça, on a vu que la précession donnait un mouvement complètement contre-intuitif en méca, et que pour ça on a besoin d'avoir colinéarité entre  $\vec{\Omega}$  et  $\vec{L}$ , idem en MQ. Mais on a eu besoin pour ça de l'approx gyroscopique / de champs magnétiques "faibles" (c'est toujours vérifié en vrai).

Il en existe des applications très solides.

*Ouvertures possibles* : Etude en TP. Ouverture à l'astronomie/à la quantique.

## Commentaires pendant la prépa aux oraux

- Attention à ne pas confondre RMN (résonance magnétique nucléaire), qui concerne les noyaux possédant un spin non nul, et RPE (résonance paramagnétique électronique) qui concerne les électrons. On pourrait croire qu'à cause de la masse au dénominateur, les électrons contribuent beaucoup plus à tous les effets magnétiques que les noyaux, mais le plus souvent les électrons sont appariés et ne contribuent plus, sauf dans les espèces paramagnétiques.
- La formule pour le moment cinétique est une version simplifiée, car le terme  $\vec{C}\vec{G} \times \vec{V}_C$ .
- L'hélicoptère est pas très loin, faut l'avoir en tête, même si c'est pas de la précession.
- N.B. : Si la toupie n'était pas axisymétrique, sa vitesse de rotation propre dépendrait du temps.
- L'instabilité de l'axe moyen pour 3 moments d'inertie différents doit être connue.
- Attention, pour le vélo on n'a jamais l'approximation gyroscopique et ce n'est pas ça qui maintient le vélo debout, mais "la force centrifuge", cf Pérez p.442
- Connaître les bails de équilibrage statique/dynamique
- Connaître la précession des équinoxes et les oscillations de Chandler.
- La précession de Larmor induit une boucle de courant s'opposant au champ  $B$  extérieur, c'est le diamagnétisme, cf. Kittel 8e édition, ch. 11.

## Questions

- Quelle description quantique pour faire le lien entre moment cinétique et magnétique ? (moment de spin ?)

- A-t-on besoin de l'approximation gyroscopique pour avoir conservation de la norme du moment cinétique et du moment cinétique selon z? Non, on peut les retrouver par des projections adaptées.
- Dans le calcul du moment magnétique de l'électron, à quelle condition peut-on approximer l'orbite de l'électron à une spire circulaire?
- L'équation de précession pour le domaine microscopique nécessite-t-elle l'approximation gyroscopiques pour être établie?
- Est-ce que la RMN est un problème classique ou quantique?
- Que devient la relation  $\vec{M} = \gamma \vec{L}$  lorsque l'on passe en mécanique quantique?
- Quels sont les différents types de moments cinétiques en mécanique quantique (orbital et de spin)? Qu'est-ce que le facteur de Landé?
- Que se passe-t-il à la résonance en RMN?
- Que peut-on conclure en prenant le produit scalaire de l'équation du mouvement (exacte) de la toupie avec le vecteur  $ez$ ?
- Quelle importance a le fait que l'approximation gyroscopique fasse intervenir les moments d'inertie du solide?
- Quelle est la géométrie la plus adaptée pour faciliter la validité de l'approximation gyroscopique? Est-ce qu'une tige longue et fine ferait une bonne toupie?
- Qu'est-ce que l'effet paradoxal? Que se passe-t-il lorsque l'on penche une roue de vélo en rotation?
- Terre : Pourquoi y a-t-il précession? Période de précession?
- Est-ce que vous connaissez d'autres types de précession?
- Gyroscope dans les téléphones portables? Gyroscope optique (effet Sagnac)
- Instabilités quand on fait tourner les solides

## Passage le 10 juin

- Pourquoi on utilise des protons  $^1H$  pour la RMN? Le facteur gyromagnétique est beaucoup plus grand
- facteur de Landé de l'électron?
- Pourquoi la boussole c'est pas pareil que la RMN?
- Modèle de Bohr : historique et limites?
- Temps de relaxation?
- hypothèse pour avoir proportionnalité
- Qu'est-ce qu'il se passe si on avait une toupie qui n'était pas axysimétrique? Il faut faire du Gayvallet style : on fait intersecter des cercles et des ellipsoïdes
- Mouvement de Poinceau et mouvement de Lagrange .

- hypothèse derrière  $\dot{L} = I\Omega$  terme supplémentaire qui dépend de la vitesse du point  $O$
- La base propre d'un objet dépend du point de référence qu'on considère pour la matrice d'inertie
- Quelle est la forme de la toupie pour que l'approximation gyroscopique soit valable ?
- qu'est-ce qu'il se passe si on accélère le support sur lequel est posée la toupie ? Ça va changer le vecteur  $\vec{g}$  donc on va précesser plus ou moins vite (norme de  $\vec{g}$ ) ou autour d'un autre axe (direction de  $\vec{g}$ )
- qui a inventé le gyroscope ?
- d'autres domaines où on observe de la précession ? Période de précession des équinoxes ?
-

Les prochaines pages sont tirées de "Physique atomique" Cagnac et al. (ed. Dunod)

module  $v = 2\pi r/T$ , en appelant  $T$  la période du mouvement orbital. Dans ce cas,  $\vec{r}$  et  $\vec{v}$  sont perpendiculaires, et :

$$\kappa |\vec{\mathcal{M}}| = \frac{q}{2}rv = \frac{q}{T}\pi r^2 = \frac{q}{T}S$$

La charge  $q$  passe à nouveau au même endroit après chaque durée  $T$  et se trouve bien ainsi équivalente à une intensité de courant  $I = q/T$ . Nous retrouvons encore sur ce cas particulier l'équivalence des deux expressions du moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$ .

## 7.2 RAPPORT GYROMAGNÉTIQUE ET PRÉCESSION DE LARMOR

### 7.2.1 Rapport gyromagnétique

C'est la nouvelle définition, généralisée, du moment magnétique qui servira dans toute la physique atomique. Elle nous permet aussitôt d'introduire la notion fondamentale de rapport gyromagnétique : nous avons rappelé, en effet, dans l'introduction de cette troisième partie, la définition du vecteur moment cinétique  $\vec{\mathcal{L}}$  la ressemblance entre les produits vectoriels des deux moments, cinétique et magnétique, saute aux yeux. Si on les calcule au centre de gravité  $G$  de l'atome, seuls sont en mouvement les électrons ayant tous la même masse  $m_e$  et la même charge  $q_e$  :

$$\vec{\mathcal{L}} = m_e \sum_n \vec{r}_n \times \vec{v}_n \quad \text{et} \quad \vec{\mathcal{M}} = \frac{q_e}{2\kappa} \sum_n \vec{r}_n \times \vec{v}_n \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\mathcal{M}} = \frac{q_e}{2m_e\kappa} \vec{\mathcal{L}} = \gamma \vec{\mathcal{L}}} \quad (7.6)$$

où  $\gamma = q_e/2m_e\kappa$  est le rapport gyromagnétique du système atomique (qui, en toute rigueur, devrait s'appeler rapport magnétogyrique). La formule est algébrique : la charge de l'électron étant négative ( $q_e = -e$ ), le rapport gyromagnétique  $\gamma$  est aussi négatif ; c'est-à-dire que les vecteurs moment magnétique électronique  $\vec{\mathcal{M}}$  et moment cinétique électronique  $\vec{\mathcal{L}}$  sont dirigés en sens opposés (figure 7.4).

Cette colinéarité et cette proportionnalité entre les deux vecteurs ont d'importantes conséquences que nous allons développer maintenant.

### 7.2.2 Action d'un champ magnétique uniforme : effet gyroscopique

Nous avons rappelé au § 7.1.1 les formules exprimant l'action d'un champ magnétique  $\vec{B}$  sur un moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  dans le cas général, et nous avons expliqué dans le § 7.1.2 leur application à un système de charges confinées dans un volume limité : si le champ  $\vec{B}$  est uniforme à l'échelle des dimensions de l'atome, la force résultante  $\vec{F}$  exercée sur le centre<sup>12</sup> de gravité  $G$  est nulle ; et l'effet moyen du champ magnétique  $\vec{B}$  se réduit au moment résultant des forces  $\vec{\Gamma}$ , qui s'exerce dans le

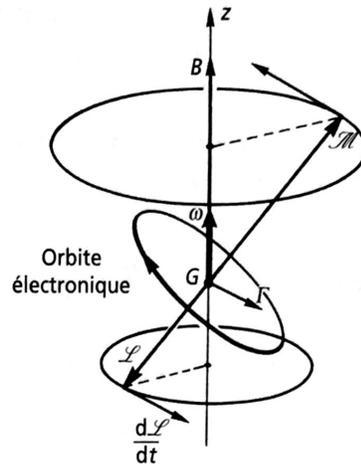


Figure 7.4 Précession de Larmor

mouvement autour du centre de gravité G ; utilisant la formule (7.3), nous pouvons écrire en ce point G le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{\mathcal{L}}}{dt} = \sum_n \vec{GC}_n \times \vec{f}_n = \vec{\Gamma}(G) = \vec{\mathcal{M}} \times \vec{B}$$

En multipliant les deux membres de l'équation par le rapport gyromagnétique  $\gamma$  et en tenant compte de la relation de proportionnalité entre le moment cinétique  $\vec{\mathcal{L}}$  et le moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  de l'électron considéré, nous obtenons :

$$\frac{d\vec{\mathcal{M}}}{dt} = \gamma \frac{d\vec{\mathcal{L}}}{dt} = \gamma \vec{\mathcal{M}} \times \vec{B} = (-\gamma \vec{B}) \times \vec{\mathcal{M}} = \vec{\omega} \times \vec{\mathcal{M}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\vec{\omega} = -\gamma \vec{B}} \quad (7.7)$$

La dérivée du vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  est perpendiculaire au champ  $\vec{B}$  ; c'est-à-dire que le vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  se déplace perpendiculairement à l'effort exercé sur lui par le moment  $\vec{\Gamma}$  des forces magnétiques, au contraire d'une aiguille aimantée, qui, soumise au même effort, tendrait à s'orienter parallèlement à la direction du champ. On retrouve là une propriété classique des gyroscopes, facile à expérimenter : lorsqu'on exerce un effort sur l'axe d'un gyroscope, l'axe se déplace perpendiculairement à cet effort.

L'équation ci-dessus signifie alors que le vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  subit un mouvement de rotation dont le vecteur rotation  $\vec{\omega}$  est parallèle au champ  $\vec{B}$ . Puisque  $\gamma$  est négatif, le vecteur  $\vec{\omega}$  est de même sens que le champ  $\vec{B}$  ; et cette rotation s'effectue dans le sens trigonométrique autour de  $\vec{B}$ . Le calcul que nous venons de faire apparaît comme analogue à celui du mouvement de précession de l'axe de rotation d'un gyroscope. C'est pourquoi on désigne couramment ce mouvement de rotation du vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  sous l'action du champ par la dénomination de « précession », et plus précisément *précession de Larmor*, du nom du premier physicien qui en a fait l'étude.

En définitive, l'action du champ magnétique est, non pas d'orienter, mais de faire tourner autour de lui le gyroscope aimanté que constitue un atome.

L'expression théorique du rapport gyromagnétique  $\gamma$  permet de calculer la valeur numérique de la fréquence de rotation de Larmor :

$$\nu_{\text{Larmor}} = \frac{|\omega|}{2\pi} = \frac{|\gamma|}{2\pi} B = \frac{e}{4\pi\kappa m_e} B \quad (7.8)$$

$$B = 1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ Tesla } (\approx \text{champ terrestre}) \Rightarrow \nu_{\text{Larmor}} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1} \\ = 1,4 \text{ MHz}$$

$$B = 1 \text{ Tesla (gros électro-aimant en fer)} \Rightarrow \nu_{\text{Larmor}} = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1} \\ = 14 \text{ GHz}$$

**Remarque 1 :** Nous vu avons au § 7.1.2 que la représentation des mouvements planétaires des électrons atomiques par leur moment magnétique n'est valable qu'en valeur moyenne sur le temps ; cette moyenne n'est valable que si les effets magnétiques restent faibles pendant la durée d'une révolution orbitale. On le vérifie bien dans le cas de la précession de Larmor, puisque ces fréquences de Larmor sont très inférieures aux fréquences de rotation orbitales calculées dans les modèles planétaires<sup>(1)</sup>, de l'ordre de  $10^{+15} \text{ sec}^{-1}$ .

**Remarque 2 :** On notera que les mouvements de précession de Larmor s'appliquent individuellement à chaque atome, autour d'un centre de gravité différent pour chacun d'entre eux, puisqu'il s'agit dans chaque cas de son propre noyau. Ces mouvements individuels des atomes, dans leurs repères propres, ne sont donc pas contradictoires avec le déplacement de l'aiguille aimantée, qui s'oriente parallèlement au champ : en effet il s'agit alors d'un déplacement d'ensemble des centres de gravité des atomes (liés entre eux dans le corps solide aimanté) dans lequel il faut entraîner les masses des noyaux, qui sont mille fois plus lourdes que celles des électrons.

### 7.3 PARAMAGNÉTISME ET RELAXATION

Il existe une grande variété de milieux magnétiques, dans lesquels les moments cinétiques atomiques sont mis en jeu. Les milieux spontanément aimantés, ou aimants permanents, sont répandus dans la vie courante ; mais leur explication détaillée est assez complexe, parce qu'elle repose sur les interactions entre atomes voisins dans le milieu, et elle relève de la physique des solides.

(1) Physique atomique (tome 2) chap. Modèle de Bohr, B. Cagnac et L. Tchang-Brillet, éditions Dunod

