Leçon n°1 : Utilisation des intégrales premières du mouvement en mécanique. Exemples et applications. (1er CU)

Introduction

Dans cette leçon, on suppose connu les théorèmes fondamentaux de la mécanique du point et du solide, c'est à dire le théorème de la résultante cinétique (TRC), le théorème du moment cinétique (TMC) et le théorème de l'énergie cinétique (TEC).
L'intérêt de cette leçon est de montrer que les intégrales premières des équations du mouvement (quantités constantes au cours du temps ne faisant intervenir que les dérivées premières des coordonnées par rapport au temps) permettent de résoudre simplement un grand nombre de problèmes.

1. Intégrale première de l'énergie

Dans un référentiel galiléen et pour un système quelconque le TEC s'écrit :

$$dE_C = \delta W + \delta W_{NC} ,$$

où E_C est l'énergie cinétique, δW le travail élémentaire des forces dérivant d'une énergie potentielle E_P et δW_{NC} le travail élémentaire des forces non conservatives ne dérivant pas d'une énergie potentielle.

1.1. Forces conservatives dérivant d'un potentiel ($\delta W_{NC} = 0$).

Considérons un système dans un champ de force conservatif $\mathbf{F}$. L'énergie potentielle d'un point dans ce champ est notée E_P. Donc :

$$\mathbf{F} = -\mathbf{grad}E_P \qquad \text{et} \qquad \delta W = -\mathbf{grad}E_P \cdot \mathbf{v}\,dt ,$$

Or $$dE_P = \mathbf{grad}E_P \cdot \mathbf{v}\,dt + \frac{\partial E_P}{\partial t} .$$

Puisque $dE_C = \delta W$, on en déduit :

$$d\left(E_P + E_C\right) = \frac{\partial E_P}{\partial t}.$$

Si l'énergie potentielle E_P ne dépend pas explicitement du temps l'énergie mécanique se conserve et on obtient une intégrale première de l'énergie :

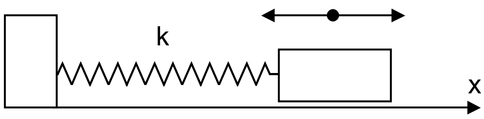
$$\boxed{E_{MECA} = E_P + E_C}.$$

C'est une équation différentielle du premier ordre, alors que l'équation différentielle obtenue par l'application du principe fondamental de la dynamique est du deuxième ordre, d'où son nom d'intégrale première. On peut ainsi obtenir simplement l'équation du mouvement d'un point de vue énergétique, sans passer par un bilan des forces.

1.2. L'oscillateur et le roulement d'un cylindre

1.2.1. L'oscillateur

Un mobile de masse m se déplaçant sans frottement sur un plan horizontal est relié à un ressort de raideur k. A l'équilibre, il se trouve à l'abscisse x = 0. Lorsqu'on l'écarte de sa position d'équilibre, il est soumis à une force de rappel conservative qui dérive de l'énergie potentielle $E_P = (1/2)\,k\,x^2$. Son énergie cinétique est $E_C = (1/2)\,m\,\dot{x}^2$ et l'intégrale première s'écrit :



$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k\,x^2 = \text{cte}.$$

La constante est déterminée par les conditions initiales. Si on lâche le mobile sans vitesse de l'abscisse x_0 :

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}k\,{x_0}^2.$$

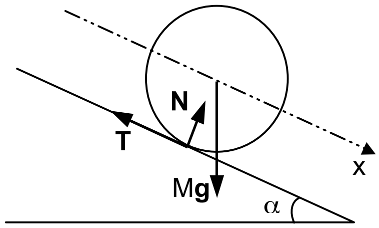
La dérivée par rapport au temps de cette relation permet d'obtenir l 'équation du mouvement d'un oscillateur non amorti :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Dans le cas où l'oscillateur est amorti, il existe des forces de frottement non conservatives. L'énergie mécanique totale ne se conserve pas et il n'y a plus d'intégrale première comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

1.2.2. Roulement d'un cylindre

Un cylindre de masse M et de rayon R est soumis à son poids et à la réaction du plan incliné qui se décompose en $\mathbf{T}$ et $\mathbf{N}$. Sa vitesse initiale suivant l'axe Ox est v_0.
Si l'on suppose qu'il roule sans glisser sur le plan, la liaison est parfaite et le travail des forces de contact est nul. Il existe alors une intégrale première de l'énergie.
D'après le théorème de Koenig :



$$E_C = (1/2)Mv^2 + (1/2)I\dot{\theta}^2,$$

et puisque $v = \dot{x} = R\dot{\theta}$ et $\mathbf{I} = (1/2)MR^2$:

$$E_C = (3/4)Mv^2.$$

L'intégrale première s'écrit :

$$(3/4)Mv^2 - Mgx\sin\alpha = (3/4)Mv_0^2,$$

et en dérivant par rapport au temps :

$$\dot{v} = (2/3)g\sin\alpha.$$

Le centre de masse du cylindre est uniformément accéléré.

D'autres exemples sont possibles en remplaçant le cylindre par un cerceau ou une sphère et/ou le plan incliné par une sphère.

1.3. Forces de contact non conservatives ($\delta W_{NC} \neq 0$)

Lorsque deux solides 1 et 2 sont en contact en un point P appartenant au solide 1, le solide 2 exerce sur celui-ci une action de contact que l'on suppose réduite à une force $\mathbf{R}$ appliquée en P. Le travail de cette force est

$$\delta W_{NC} = \mathbf{v}_P \cdot \mathbf{R}\,dt + \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{M}_P(\mathbf{R})\,dt.$$

Mais puisque le contact est au point P ; $\boldsymbol{M}_P(\mathbf{R}) = \mathbf{0}$.

- Si la liaison est parfaite, $\delta W_{NC} = 0$. Ceci est possible s'il y a roulement sans glissement ; $\mathbf{v}_P = \mathbf{0}$ ou absence de frottement ; $\mathbf{v}_P \cdot \mathbf{R} = 0$. On retrouve le cas précédent où il existe une intégrale première de l'énergie.

- Si la liaison n'est pas parfaite, $\delta W_{NC} = \mathbf{v}_P \cdot \mathbf{R}\,dt < 0$ car la composante tangentielle de $\mathbf{R}$ est opposée à $\mathbf{v}_P$.En réintroduisant des forces conservatives dans le TEC avec un potentiel ne dépendant pas explicitement du temps il vient ;

$$\frac{d(E_P + E_C)}{dt} = \frac{\delta W_{NC}}{dt} < 0.$$

Les forces de frottements non conservatives dissipent l'énergie sous forme de chaleur et l'énergie mécanique totale diminue. Il n'y a plus d 'intégrale première.

C'est le cas de l'oscillateur amorti ou du cylindre qui roule en glissant sur un plan incliné. Bien sur, ces situations représentent plus fidèlement la réalité.

2. Intégrale première du moment cinétique

Considérons un point fixe O dans un référentiel galiléen. Pour un système quelconque le TMC s'écrit :

$$\frac{d\sigma_O}{dt} = \boldsymbol{M}_O(\mathbf{R}),$$

où le moment cinétique en O et le moment en O des forces extérieures agissant sur le système sont définis par :

$$\boldsymbol{\sigma}_O = \iiint \mathbf{OM} \wedge \rho \mathbf{v}\, d\tau \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{M}_O(\mathbf{R}) = \iiint \mathbf{OM} \wedge \rho \mathbf{a}\, d\tau .$$

Si le moment en O des forces extérieures est nul, le moment cinétique est constant. L'intégrale première du moment cinétique s'écrit alors :

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma}_O = \mathbf{cte}}$$

2.1. Mouvement à accélération centrale, problème à deux corps

Le mouvement d'un point matériel M est à accélération centrale lorsque à chaque instant son accélération passe par un point fixe O, ce qui se traduit par : $\mathbf{OM} \wedge \mathbf{a} = \mathbf{0}$. Le moment cinétique $\boldsymbol{\sigma}_O$ qui est constant fournit une intégrale première.

Problème à deux corps

Considérons un système isolé constitué de deux points matériels en interaction, de masse m_1 et m_2. Dans le référentiel du centre de masse galiléen, puisque le système est isolé, l'étude du mouvement des deux points se ramène à celle d'un point fictif M de masse réduite $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ soumis à une force centrale.
La conservation de son moment cinétique permet d'affirmer que le mouvement est plan. En notant r et θ les coordonnées polaires de M, on obtient :

$$\boldsymbol{\sigma}_O = r\mathbf{e}_r \wedge \mu\left(\dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta\right) = \mu r^2 \dot{\theta}\mathbf{e}_Z$$

où $\mathbf{e}_Z$ est un vecteur unitaire perpendiculaire au plan du mouvement de M. Le module du moment cinétique $\mu r^2 \dot{\theta}$ est constant. C'est la deuxième loi de Kepler, ou loi des aires.

Le problème peut être complètement résolu en utilisant une deuxième intégrale première ; celle de l'énergie (Voir leçon n°6).

2.2. Moment cinétique par rapport à un axe, solide en rotation

Soit un solide tournant à la vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}$ autour d'un axe fixe Oz porté par un vecteur unitaire $\mathbf{e}_Z$. La vitesse d'un point M de ce solide est $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{OM}$ et le moment cinétique par rapport à l'axe est $\sigma_{Oz} = \mathbf{e}_Z \cdot \boldsymbol{\sigma}_O$. On en déduit :

$$\sigma_{Oz} = I_{Oz}\,\omega \qquad \text{avec} \qquad I_{Oz} = \iiint (\mathbf{e}_Z \wedge \mathbf{OM})^2 \rho\, d\tau .$$

I_{Oz} est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Oz. Le TMC s'écrit :

$$\frac{d\sigma_{Oz}}{dt} = \boldsymbol{M}_{Oz}(\mathbf{R})$$

Si le solide tourne librement et si sa rotation n'est pas amortit par frottement alors $\boldsymbol{M}_{Oz}(\mathbf{R}) = \mathbf{0}$ et $\sigma_{Oz} = \mathbf{cte}$ au cours du mouvement même lorsque le moment d'inertie du solide varie.

Expériences

- On s'assoit sur un tabouret tournant autour d'un axe vertical Oz. On lance les bras vers la droite et le tabouret se met à tourner vers la gauche.
Le moment des forces extérieures $\boldsymbol{M}_{Oz}(\mathbf{R})$ est nul et $\sigma_{Oz} = I_{Oz}\,\omega$ qui est nul au départ, se conserve. Le tabouret tourne donc à la vitesse $-\omega$.

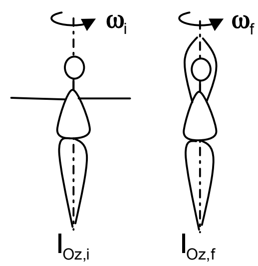
- Tabouret inertiel : Assis sur le même tabouret, immobile, on tient dans ses mains, en position horizontale l'axe d'une roue en rotation. Lorsque l'on met cet axe en position verticale le tabouret tourne dans le sens opposé à celui de la roue.

2.2.1. Effondrement gravitationnel d'une étoile

Une étoile en rotation se contracte sous l'effet de la gravitation. Son rayon diminue et donc son moment d'inertie aussi. Puisque son moment cinétique se conserve (le système est isolé) sa vitesse de rotation augmente.
Ceci permet d'expliquer les émissions très brèves de rayonnement radioélectrique par les pulsars, qui sont des étoiles à neutrons tournant à grande vitesse.

2.2.2. Danseuse en rotation

Une danseuse ou une patineuse tourne sur elle-même autour d'un axe vertical. On suppose que la liaison avec le sol est parfaite. Dans ces conditions, le poids et la réaction du sol sont des forces verticales de moments nuls par rapport à l'axe de rotation. Le moment cinétique se conserve : $\sigma_{Oz} = I_{Oz,i}\,\omega_i = I_{Oz,f}\,\omega_f$
Lorsque la danseuse ramène ses bras le long du corps son moment d'inertie diminue et sa vitesse de rotation augmente.



2.2.3. Le plongeur

Dans le référentiel du centre de masse (non galiléen) d'un plongeur, le TMC s'écrit :

$$\frac{d\sigma_C}{dt} = \boldsymbol{M}_C(\mathbf{R}),$$

où σ_C est le moment cinétique du plongeur calculé en son centre de masse C dans le référentiel du centre de masse et $\boldsymbol{M}_C(\mathbf{R})$ le moment en C des forces extérieures.
La seule force agissant sur le plongeur est son poids. Si l'on considère que **g** est uniforme, $\boldsymbol{M}_C(\mathbf{R}) = \mathbf{0}$ et σ_C est constant.

- **Rotation simple**

Lorsqu'un plongeur veut faire un tour sur lui-même par rapport à un axe horizontal Ox, il se recroqueville. Son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation diminue et sa vitesse de rotation augmente. L'explication est la même que pour la danseuse.

- **Rotation vrillée**

Si le plongeur veut faire une vrille, deux axes de rotation perpendiculaires interviennent. Le moment cinétique et la vitesse de rotation ne sont plus colinéaires. Il faut donc utiliser un tenseur : la matrice d'inertie. Dans le référentiel du centre de masse d'axes Cxyz, cette matrice s'écrit :

$$[I]_C = \begin{bmatrix} I_{Cx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{Cy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{Cz} \end{bmatrix}.$$

Les moments d'inertie du plongeur par rapport aux axes Cx, Cy, Cz sont :

$$I_{Cx} = \iiint \left(y^2 + z^2\right)\rho\, d\tau, \quad I_{Cy} = \iiint \left(z^2 + x^2\right)\rho\, d\tau \quad \text{et} \quad I_{Cz} = \iiint \left(x^2 + y^2\right)\rho\, d\tau$$

et les produits d'inertie :

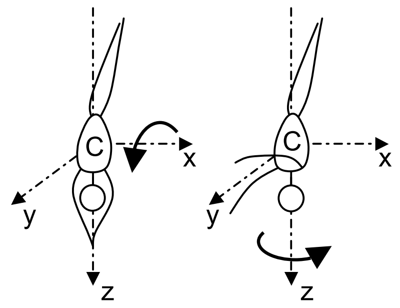
$$I_{xy} = \iiint x\,y\,\rho\, d\tau, \quad I_{yz} = \iiint y\,z\,\rho\, d\tau \quad \text{et} \quad I_{zx} = \iiint z\,x\,\rho\, d\tau.$$

Le moment cinétique et la vitesse de rotation sont lié par la relation :

$$\boldsymbol{\sigma}_C = [I]_C\,\boldsymbol{\omega}.$$

On suppose au départ que le plongeur a une vitesse $\omega_x > 0$ et que les produits d'inertie I_{yx} et I_{zx} sont nuls (le plongeur est quasiment aligné sur l'axe Cz). Dans le référentiel du centre de masse :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \omega_x I_{Cx}\\ \sigma_y &= 0\\ \sigma_z &= 0\end{aligned}.$$



Puis le plongeur déplace ses bras dans le plan Cxz comme indiqué sur la figure. Les moments et produits d'inertie sont modifiés. En gardant les mêmes notations, I_{xy} et I_{yz} sont donc nuls et $I_{xz} < 0$. La conservation du moment cinétique donne :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \omega_x I_{Cx} - \omega_x I_{xz}\\ 0 &= \omega_y I_{Cy}\\ 0 &= -\omega_x I_{xz} - \omega_z I_{Cz}\end{aligned}.$$

Les moments d'inertie étant toujours positifs :

$$\omega_z = \frac{\omega_x I_{xz}}{I_{Cz}} < 0 \quad \text{et} \quad \omega_y = 0.$$

Le plongeur tourne aussi autour de l'axe Cz.

3. Intégrale première de la quantité de mouvement

Dans un référentiel galiléen, le TRC s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{R},$$

où $\mathbf{P}$ est la résultante cinétique du système et $\mathbf{R}$ la résultante des forces extérieures agissant sur le système. Si $\mathbf{R} = \mathbf{0}$ l'intégrale première de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\boxed{\mathbf{P} = \mathbf{cte}}$$

3.1. Systèmes isolés, chocs élastiques

Pour un système isolé, $\mathbf{R}$ est nulle et $\mathbf{P} = \mathbf{Cte}$ est une intégrale première.

Chocs élastiques

Considérons deux particules de masses $m_1$et m_2 en interaction dans un référentiel galiléen. La première ayant une vitesse $\mathbf{v}_1$ rentre en collision avec la deuxième immobile ($\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$).

Dans ce problème à deux corps, il y a conservation du moment cinétique et comme on l'a vu au paragraphe précédent le mouvement est plan. La conservation de la quantité de mouvement nous donne donc deux équations scalaires. De plus le choc est élastique et l'énergie cinétique se conserve, ce qui permet d'avoir une troisième équation.
Le problème comporte quatre inconnues scalaires correspondant aux coordonnées de $\mathbf{v}_1'$ et $\mathbf{v}_2'$ après la collision. Il y a donc un paramètre indéterminé.

Ecrivons les équations de conservation dans le référentiel du centre de masse qui est galiléen puisque le système est isolé :

$$\mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^* = \mathbf{p}_1'^* + \mathbf{p}_2'^* = \mathbf{0} \qquad \text{et} \qquad \frac{p_1^*}{2\,m_1} + \frac{p_2^*}{2\,m_2} = \frac{p_1'^*}{2\,m_1} + \frac{p_2'^*}{2\,m_2}.$$

On en déduit ;

$$p_1^* = p_2^* = p_1'^* = p_2'^* = p^*,$$

avec $p^* = \mu \left\| \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 \right\| = \mu\, v_1$, la norme de la quantité de mouvement de la particule fictive de masse réduite $\mu = m_1 m_2 / m_1 + m_2$ (voir leçon n°6).
On fixe un paramètre supplémentaire en se donnant la direction de $\mathbf{v}_1'^*$ portée par un vecteur $\mathbf{n}$ dans le référentiel du centre de masse.
L'expression des vitesses dans le référentiel du laboratoire se déduit de la loi de composition des vitesses. En remarquant que la vitesse du centre de masse est $\mathbf{v}_C = m_1\,\mathbf{v}_1 / (m_1 + m_2) = \mu\,\mathbf{v}_1 / m_2$ puisque $\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$ il vient :

$$\mathbf{v}_1' = \mathbf{v}_1'^* + \mathbf{v}_C = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_1 \mathbf{n} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{v}_1 \qquad \text{et} \qquad \mathbf{v}_2' = \mathbf{v}_2'^* + \mathbf{v}_C = \frac{-m_2}{m_1 + m_2} v_1 \mathbf{n} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{v}_1,$$

d'où :

$$\boxed{\mathbf{v}_1' = \mu \left(\frac{v_1}{m_1} \mathbf{n} + \frac{1}{m_2} \mathbf{v}_1 \right) \qquad \text{et} \qquad \mathbf{v}_2' = \mu \left(-\frac{v_1}{m_1} \mathbf{n} + \frac{1}{m_2} \mathbf{v}_1 \right)}.$$

3.2. Systèmes pseudo isolés

La résultante des forces $\mathbf{R}$ agissant sur le système, est nulle même s'il existe des forces extérieures non nulles.
Cette situation se produit lorsque le poids s'oppose à la réaction. On peut exploiter la conservation de la composante horizontale de la quantité de mouvement sur plusieurs exemples ;

- Les chocs de boules de billard.
- Les palets sur une table à coussin d'air.
- Le recul d'un fusil ou d'un canon.

Expérience

La table à coussin d'air permet de vérifier la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique lors d'un choc élastique entre deux palets.
L'obtention des points est rapide mais il est plus commode d'avoir analysé une feuille et tracé les vecteurs quantité de mouvement avant la présentation.

*3.3. Systèmes ouverts, propulsion

Considérons un système ouvert qui échange de la matière à travers une surface fermée S (surface de contrôle) fixe dans un référentiel galiléen.
A l'instant t, sa masse est m et sa vitesse $\mathbf{v}$.
Entre les instants t et $t + dt$, il rentre dans ce système une masse dm_E à la vitesse relative $\mathbf{v}_E$ et il sort une masse dm_S à la vitesse relative $\mathbf{v}_S$.
A l'instant t+dt, la masse du système est $m + dm_E - dm_S$ et sa vitesse $\mathbf{v}$+d$\mathbf{v}$.
Pour le système fermé de masse constante m :

$$\mathbf{p}(t) = m\,\mathbf{v}$$
$$\mathbf{p}(t+dt) = (m + dm_E - dm_S)(\mathbf{v} + d\mathbf{v}) + dm_S\,(\mathbf{v}_S + \mathbf{v} + d\mathbf{v}) - dm_E\,(\mathbf{v}_E + \mathbf{v} + d\mathbf{v})\,,$$

et donc

$$\frac{\mathbf{p}(t+dt) - \mathbf{p}(t)}{dt} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{dm_S}{dt}\mathbf{v}_S - \frac{dm_E}{dt}\mathbf{v}_E = \mathbf{R}\,.$$

Propulsion

Considérons un mobile de masse totale M, équipé d'un réservoir contenant une masse M_0 de gaz sous pression et pouvant se déplacer sans frottement sur un plan horizontal. A l'instant initial t = 0 le gaz est éjecté avec une vitesse horizontale relative $\mathbf{v}_S$ et un débit massique $D = dm_S/dt$. La résultantes des forces extérieures **R** étant nulle ainsi que le débit massique entrant dm_E/dt, l'équation du mouvement s'écrit :

$$m\,\mathbf{a} + D\,\mathbf{v}_S = \mathbf{0}$$

où $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ est l'accélération du mobile.
La variation de la masse du mobile dm est égale à la variation de la masse du gaz dm_S. On en déduit donc, puisqu'il y a diminution de la masse m au cours du temps :

$$m = M - D\,t \qquad \text{avec} \qquad D > 0\,.$$

Et le module de l'accélération est :

$$a = \frac{D}{M - D\,t}\,v_S\,.$$

Cette relation s'intègre en tenant compte du fait qu'a l'instant initial la vitesse du mobile est nulle. On obtient alors l'expression de la vitesse :

$$v = v_S \ln\left(\frac{M}{M - D\,t}\right).$$

Quand il n'y a plus de gaz $m = M - M_0$ et $D\,t_F = M_0$. La vitesse finale du mobile est :

$$v_F = v_S \ln\left(\frac{M}{M - M_0}\right).$$

Elle est indépendante du débit D. Pour augmenter sa valeur il faut augmenter celle de v_S ou la masse de gaz M_0.

En conclusion, bien que la résultante des forces extérieures **R** soit nulle, le mobile est accéléré avant d'atteindre une vitesse limite. Sa vitesse n'est pas constante contrairement aux systèmes fermés.

*3.4. Référentiels non galiléens, apesanteur

Considérons un point matériel M de masse m. Dans un référentiel non galiléen, il est soumis à la résultante des forces **R**, à la force d'inertie d'entraînement $-m\mathbf{a}_E$ et à la force d'inertie de Coriolis $-m\mathbf{a}_C$. Dans ce référentiel non galiléen le TRC s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{R} - m\,\mathbf{a}_E - m\,\mathbf{a}_C\,.$$

Apesanteur

Une cabine d'ascenseur est en chute libre (cas peu fréquent, heureusement !). Son accélération d'entraînement est $\mathbf{a}_E = \mathbf{g}$ et son accélération de Coriolis est nulle car le mouvement est rectiligne. Par rapport au référentiel de l'ascenseur :

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = m\mathbf{g} - m\mathbf{a}_E = \mathbf{0} .$$

La résultante cinétique du point M est constante et localement la gravité est nulle. Dans l'ascenseur les objets sont en apesanteur. Ils sont animés de mouvements rectilignes uniformes.

Cet exemple montre qu'il existe des référentiels dans lesquels la quantité de mouvement d'un point matériel est constante bien que la résultante des forces extérieures agissant sur ce point soit non nulle.

Conclusion

Dans de nombreux problèmes de physique il existe des grandeurs constantes au cours du temps. La recherche de ces constantes est importante car les intégrales premières que l'on peut alors écrire facilitent la compréhension du problème et permettent de l'aborder plus simplement que par l'utilisation du principe fondamental de la dynamique.

Bibliographie

J.P. Pérez, *Mécanique*, Masson, 1997.

M. Bertin, J.P. Faroux, J. Renault, *Mécanique 1 et 2*, Dunod, 1994.

I. Berkès, *La physique de tous les jours*.