LP6 – Cinématique Relativiste

10 juin 2021

Julie Deleuze & Tristan Jocteur

Niveau : L3

Commentaires du jury

Les gens du book se sont pris des baches. Attention askip les postulats du BFR se recoupent, à croiser avec le Semay. Basiquement le plan c'est le cours de Camille Eloy (qui devait aussi être son plan à lui pck même Thibierge a le même). Son cours est très pédagogique, il faut réussir à aller à la fin idéalement. La biblio c'est full BFR Mécanique I mais on peut croiser avec le Semay Relativité restreinte. Bien sûr on peut aussi regarder directement le cours de Camille. Globalement il y a deux écoles : soit on introduit le formalisme direct puis on déroule les conséquences, soit on fait les conséquences directement à partir de l'invariance de c. Perso, je préfère faire comme les cléments en gros : on explique d'abord avec les mains, la RR personne capte rien au début, donc sortir les transfo de Lorentz et croire faire sentir de la physique aux élèves avec ça ensuite je trouve ça bof (et très illusoire). A la limite on finit en disant qu'avec ce formalisme on va pouvoir tout réinterprêter ce qu'on a évoqué comme conséquences.

Introduction

Lord Kelvin pensait que la physique était finie, mais non en fait.

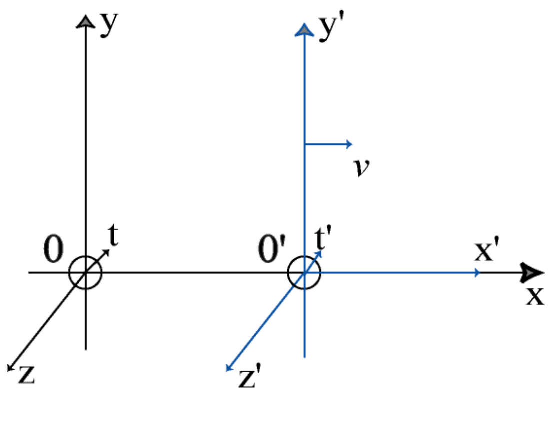
1 Les limites de la mécanique classique

émergence du problème

1.1 Relativité galiléenne et électromagnétisme

En mécanique, pour décrire un évènement il faut se donner un référentiel, c'est-à-dire un repère de 3 axes fixes (pointant vers des étoiles lointaines par exemple pour le référentiel terrestre) et une horloge qui mesure le temps écoulé dans ce référentiel.

Au XVIIIème siècle la mécanique Newtonienne est la théorie acceptée. Elle postule l'existence de certains référentiels dans lesquels un objet pseudo-isolé est en mouvement rectiligne uniforme, appelés référentiels galiléens. Si un référentiel est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen, alors il est galiléen. Elle se base sur la relativité galiléenne pour décrire les transformation des coordonnées d'un évènement par passage d'un référentiel galiléen à un autre. Selon la relativité galiléenne l'espace temps (espace utilisé pour décrire les évènements) est homogène et isotrope (relativité restreinte : la matière ne déforme pas l'espace-temps) et on décrit les changements entre référentiels galiléens sont donnés par la transformation suivante.



Soit un évènement A décrit par (x, y, z, t) dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$. Soit un référentiel $\mathcal{R}'$ en translation rectiligne uniforme à la vitesse v par rapport à $\mathcal{R}$. Alors A est décrit dans $\mathcal{R}'$ par :

$$\begin{cases} \mathbf{r}' &= \mathbf{r} - \mathbf{v}t \\ t' &= t \end{cases}$$

Cette transformation est appelée transformation de Galilée elle suppose que le temps s'écoule uniformément dans tous les référentiels. Le temps est absolu. On compose les vitesse en additionnant simplement la vitesse dans $\mathcal{R}'$ et $\mathbf{v}$. Il n'existe donc pas de vitesse absolue : la vitesse dépend du référentiel.

Définie ainsi, ces transformations vérifient le principe de relativité : elles laissent les lois de la physique connues à l'époque (PFD) inchangées.

Le problème est apparu avec le développement de l'électromagnétisme au XIXe siècle avec les équations de Maxwell. Ces dernières postulent une vitesse de la lumière dans le vide c constante, sans préciser de référentiel.

On peut de plus montrer que les équations de Maxwell ne sont pas invariantes par transformation de Galilée :

Soit une charge q qui se déplace à une vitesse $\mathbf{v}$ par rapport à R_0 et soit R_1 en translation rectiligne uniforme par rapport à R_0. Dans R_0 on a des champs $\mathbf{E}_0$ et $\mathbf{B}_0$ qui agissent sur q :

$$\mathbf{F}_{/q,R_0} = q\left(\mathbf{E}_0 + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_0\right)$$

Dans R_1 on a un champ $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{B}_1$ et la force qui agit sur q est :

$$\mathbf{F}_{/q,R_1} = q\left(\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_1 \wedge \mathbf{B}_1\right) = q\left(\mathbf{E}_0 + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_0\right)$$

où la deuxième égalité est donné par l'axiome de Newton et la vitesse v_1 est simplement une composition de vitesse :

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathbf{O_1M}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathbf{O}_1\mathbf{O_0} + \mathbf{O_0M}\right) = -\mathbf{v}_{R_1/R_0} + \mathbf{v}_{q/R_0}$$

Donc :

$$q\left(-\mathbf{v}_{R_1/R_0} \wedge \mathbf{B}_1 + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_1\right) = q\left(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_0\right)$$

Ce qui mène à (après avoir remarqué que $\mathbf{v}_{R_1/R_0} = -\mathbf{v}_{R_0/R_1}$) :

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_{R_0/R_1} \wedge \mathbf{B}_1$$
$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_1$$

Le problème c'est que ces transformations sont FAUSSES ! Considérons une particule avec une vitesse rectiligne uniforme. Dans son référentiel propre, elle crée un champ électrostatique mais pas de champ magnétique. Dans le référentiel du laboratoire, elle crée pourtant un champ magnétique non nul ce qui est en contradiction avec la transformation.

Les lois de Maxwell sont pourtant fiables. Il y a alors deux possibilités :

- Il existe un référentiel absolu privilégié, dans lequel les lois de l'EM sont vérifiées. On le nomme l'éther. Alors les équations de Maxwelle violent le principe de relativité et permettent de mettre en évidence l'existence d'un mouvement absolu. Pour obtenir la vitesse de la lumière dans un référentiel en TRU par rapport à l'éther, il faudra faire $c + v$.
- Les équations de Maxwell sont valables dans tous les référentiels inertiels. Le principe de relativité serait alors préservé, mais il faudrait revoir la mécanique Newtonienne.

Il va falloir trancher par l'expérience.

1.2 Expérience de Michelson et Morley

Afin de tester l'hypothèse de l'éther, Michelson et Morlay propose une expérience interférométrique. Ils supposent l'existence de l'éther, dans lequel la vitesse de la lumière est c. Ils supposent aussi que la composition des vitesses est toujours vrai et construisent alors un interféromètre de la forme suivante :

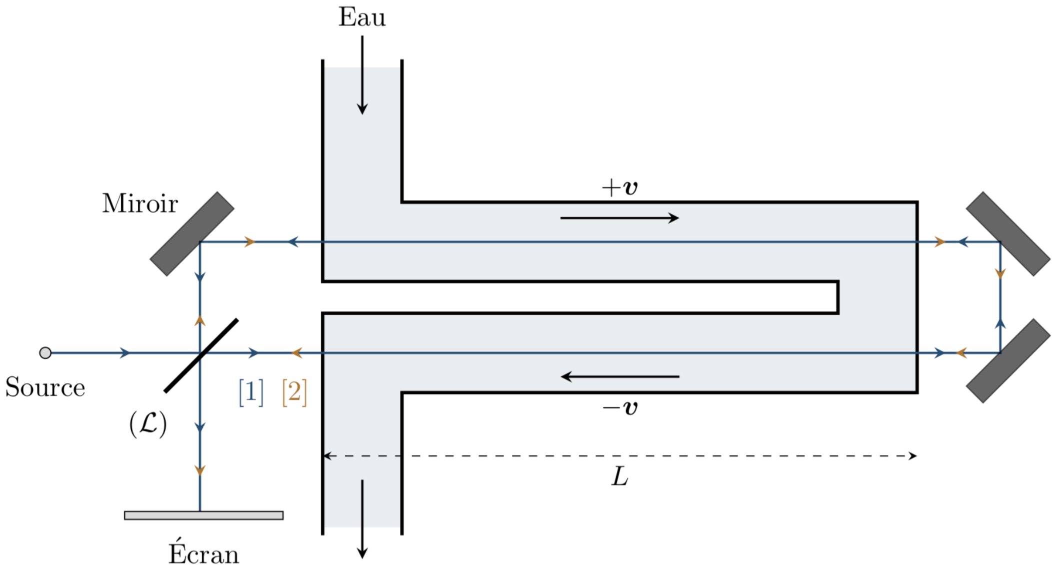


Figure 1 – Merci kmi elwa pr le schéma

Supposons de plus que la vitesse de la Terre par rapport à l'éther soit selon un bras de l'interféromètre. Le temps que met la lumière dans ce bras là vaut :

$$t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{c^2}{c^2}\right)$$

Dans l'autre bras, la vitesse vaut $|\vec{c} - \vec{v}| = \sqrt{c^2 - v^2}$ donc le temps de parcours dans ce bras là vaut :

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} \approx \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)$$

On attend donc une différence de temps de propagation de :

$$\Delta t = \frac{L}{c}\frac{v^2}{c^2}$$

Ce qui correspond à un décalage d'odre de frange de :

$$\Delta p = \frac{\Delta \delta}{\lambda} = \frac{c\Delta t}{\lambda}$$

ODG : L $= 10$ m$, c = 310^8$ m $\cdot$ s^{-1} et on prend pour v la vitesse de rotation de la Terre autour du soleil : $v =$ 30000 m/s. On trouve $\Delta p = 0.2$. A l'époque, il était possible de détecter des décalage de 0.02 franges. Néanmoins, pas de décalage notable fut observé par Michelson et Morlay, et ce malgré leurs efforts pour améliorer le dispositif autant que possible.

Remarques : Bien évidement, il ne savait pas selon quel bras était réellement la vitesse v à prendre en compte. Ils tournaient donc le Michelson en espérant observer quelque chose

Cette expérience ne réfute pas directement l'existence de l'éther... en effet, elle peut juste montrer que l'éther à un caractère "visqueux" qui fait qu'il est entrainé par la Terre et donc il n'y a plus de vitesse relative... Bref, cette expérience à elle seule ne permet pas de conclure.

Une des interprétation possible reste la remise en cause de l'existence de l'éther. Ce n'est pas particulièrement cette expérience mais plutôt une accumulation d'expérience remettant en doute l'existence de l'éther qui va pousser la communauté scientifique à plus s'attarder sur le dernier point cité plus tôt : les postulats de la mécanique connus à ce jour sont faux.

1.3 Principes de la relativité restreinte

Afin de remédier à cela, Einstein propose deux postulats en 1905, qui seront alors à la base de la relativité restreinte. L'espace temps est toujours homogène isotrope (toujours relat restreinte) mais il postule que :

- Tous les référentiels d'inertie sont équivalents. Autrement dit, la formulation mathématique des lois de la physique doit être la même dans tous ces référentiels
- La vitesse de la lumière dans le vide est indépendante de l'état de mouvement de la source

-

Remarques :

Pour expliciter un peu cela, le premier principe suppose donc que les équations de Maxwell conserve la même forme, mais où tout est remplacé par des '! E devient E', t devient t', etc...

Le premier principe fait disparaître la notion de référentiel privilégié. Le seul mouvement que l'on puisse observer est le mouvement relatif d'un objet par rapport à un autre.

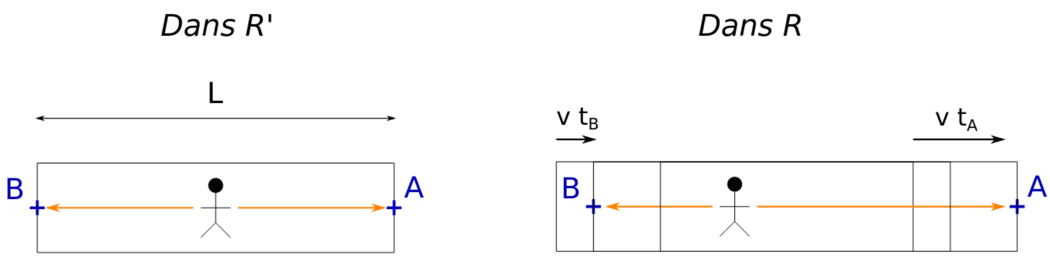
C'est ainsi qu'on été posé historiquement les deux postulats. Néanmoins, le deuxième postulat est en fait une conséquence du premier, à condition de faire des hypothèses raisonnables sur la structure de l'espace-temps (cf ✍ Semay p102)

Pourquoi définit une horloge ? Eh bien parce que pour respecter les principes précédents le temps ne peut plus être absolu comme on va le voir

2 Conséquences cinématiques

Les principes de la relativité restreinte donne naissance à un nouvelle physique plus exotique et parfois totalement contre-intuitive. Notamment, les notions de temps, de longueurs et de simultanéité ne sont plus universelles ! On peut sentir tout ça simplement par l'invariante de la vitesse de la lumière avant de passer à un formalisme plus compliqué.

2.1 Simultanéité



Imaginons qu'une personne se trouve à bord d'un train. Ce train, auquel on attache un référentiel $\mathcal{R}'$, est en translation à la vitesse v par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}$ supposé inertiel. Imaginons alors que la personne tienne un laser dans chaque main et émette un photon dans les deux directions de manière simultanée dans son référentiel $\mathcal{R}'$. On appelle alors A l'évènement "le photon de gauche touche la paroi du wagon" et B l'évènement "le photon de droite touche la paroi du wagon". Calculons les instants associés à ces évènements dans $\mathcal{R}'$:

$$t'_A = t'_B = \frac{L/2}{c} \tag{1}$$

Les évènements sont donc simultanés dans ce référentiel. Par contre si l'on se place cette fois dans $\mathcal{R}$ on a :

$$t_A = \frac{L/2 + vt_A}{c} \Longrightarrow t_A = \frac{L/2}{c-v} \tag{2}$$

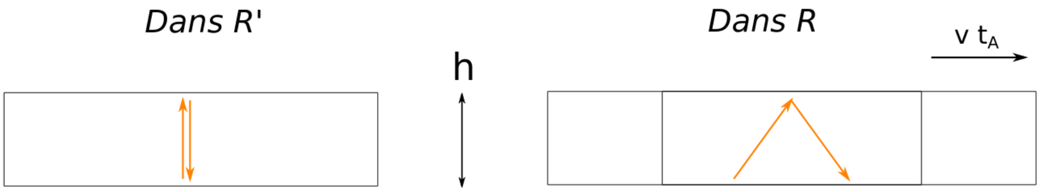
$$t_B = \frac{L/2 - vt_B}{c} \Longrightarrow t_B = \frac{L/2}{c+v} \neq t_A \tag{3}$$

Donc dans ce référentiel terrestre, les évènements ne sont pas simultanés ! La simultanéité est donc une notion qui dépend du référentiel, alors que le passager voit les photons taper les parois en même temps, pour un observateur sur le quai de la gare, le photon B parvient à la paroi avant...

2.2 Dilatation du temps

✍ http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/validation-relativite-restreinte-3.xml#N10063 pour les muons.

Supposons maintenant que le passager envoie un photon en direction du plafond et qu'il attende qu'il lui revienne par réflexion.



Dans le référentiel attaché au train, la trajectoire du photon est rectiligne et l'on a alors simplement :

$$\Delta t' = \frac{2h}{c} \tag{4}$$

Par contre dans le référentiel terrestre, le train se déplace en même temps que le photon et on a alors :

$$(c\Delta t)^2 = (2h)^2 + (v\Delta t)^2 \Longrightarrow (\Delta t)^2 = \frac{(2h)^2}{c^2 - v^2} = \frac{(\Delta t')^2}{1 - v^2/c^2} \tag{5}$$

On a donc finalement en posant $\beta = \frac{v}{c}$ et $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' > \Delta t' \tag{6}$$

Le temps paraît alors s'écouler plus lentement en dehors du train. Mais en fait non car dans le référentiel du train on a simplement une situation symétrique : c'est le sol qui se déplace à la vitesse v ! De ce point de vue, le temps semble s'écouler plus lentement dans le train... C'est très étrange mais en réalité il n'y a pas vraiment de paradoxe ici, le temps s'écoule toujours plus lentement dans le référentiel en mouvement que dans le référentiel d'étude. Des incohérences pourraient alors avoir lieu si le passager et l'observateur pouvaient comparer les évolutions temporelles, or pour cela il faudrait les remettre dans le même référentiel : on perd alors la symétrie du problème, au moins un des référentiels ne sera plus inertiel et donc on ne pourra plus invoquer les principes de la relativité restreinte.

Vous allez me dire que je m'invente vraiment une vie mais non ! La dilatation du temps c'est quelque chose qui se vérifie avec l'expérience ! Considérons l'expérience de Frisch et Smith de 1963 qui étudie la désintégration des muons. Les muons sont des particules qui sont produites dans la haute atmosphère par la désintégration de mésons issus de l'interaction de protons de très haute énergie avec les particules atmosphérique. Ces muons se désintègrent ensuite selon la réaction :

$$\mu^- \to e^- + v_\mu + v_e \tag{7}$$

Cette désintégration se fait, comme les désintégration nucléaire, selon une loi exponentielle :

$$n(t) = n_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{8}$$

On appelle alors τ le temps de vie des muons.

En laboratoire, on peut mettre ces particules au repos et mesurer leur temps de vie. On trouve alors $\tau = 2,2.10^{-6}\ s$. Ces particules se déplaçant dans l'atmosphère à une vitesse $v \approx 0,95\ c$, on s'attend à un libre parcours moyen de l'ordre de $\lambda \approx 660\ m$. Cela signifie que leur nombre est divisé par e tous les 660 m. Pour vérfier cela, Frisch et Smith ont placé des scintillateurs (détecteurs de muons) à deux altitudes différentes de 1907 m et 0 m.

Ces derniers ont dénombré 568 ± 10 muons par heure à une altitude de 2000 m, alors qu'au niveau de la mer on n 'en dénombre plus que 412±9 par heure. En raisonnant en mécanique galiléenne, il faut une durée de :

$$\Delta T = \frac{2000}{0,995c} = 6,70.10^{-6} \text{ s soit } n(\Delta T) = n_0 \exp\left(-\frac{\Delta T}{\tau_0}\right) = 27 \text{ muons / heure}$$

Le résultat s'écarte d'un facteur 15 de la valeur expérimentale. En fait les muons sont en translation par rapport au référentiel terrestre, leur durée de vie moyenne au repos doit être remplacée par celle perçue par l'observateur en mouvement par rapport aux muons soit en utilisant la formule déterminée précédemment :

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} \approx 10\tau_0$$

On obtient donc : $n(\Delta T) = n_0 \exp\left(-\frac{\Delta T}{\gamma\tau_0}\right) = 413$ muons / heure.

Cette expérience corrobore donc la théorie de la relativité restreinte.

On peut voir aussi les choses autrement, les muons dans leur référentiel voient la montagne 15 fois moins haute que l'observateur dans le référentiel terrestre !

2.3 Contraction des longueurs

Pour illustrer ce phénomène de contraction des longueurs, on va reprendre l'exemple du train. Cette fois-ci, le passager se situe à l'arrière du train. Il envoie alors un photon en direction de l'avant, cela constitue l'évènement A. Ce photon se réfléchit alors sur la paroi avant du train, ce qui constitue l'évènement B, puis il parvient au passager à l'arrière du train, ce qui constitue finalement l'évènement

Dans $\mathcal{R}'$:

$$2L' = 2c\Delta t' = c\left(\Delta t'_1 + \Delta t'_2\right)$$

Dans $\mathcal{R}$:

$$\begin{gathered}(L + v\Delta t_1) = c\Delta t_1 \\ (L - v\Delta t_2) = c\Delta t_2 \\ \implies \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \gamma^2 \tfrac{2L}{c}\end{gathered}$$

Or $\Delta t = \gamma\Delta t'$ donc finalement, on a :

$$L' = \gamma L \quad L = \frac{1}{\gamma}L' < L' \tag{9}$$

Un objet en mouvement paraît donc contracté vu de l'extérieur, cela semble cohérent avec le phénomène de dilatation du temps. Encore une fois, on peut avoir la même discussion que précédemment mais le pseudo-paradoxe est toujours levé par la nécessité d'une brisure de symétrie du problème.

Ok c'est très chelou tout ça... Est-ce qu'on peut pas essayer de formaliser un peu plus ?

3 Transformations de Lorentz

3.1 Transformation spéciale de Lorentz

On considère un référentiel $\mathcal{R}'$ en translation rectiligne uniforme par rapport à $\mathcal{R}$ à la vitesse $\mathbf{v}$ suivant l'axe Ox. Suivant les considérations précédentes, on peut lier les coordonnées d'un même évènement dans chacun des référentiels :

$$x = vt + \frac{1}{\gamma}x'$$
$$x' = -vt' + \frac{1}{\gamma}x$$

En effet, $\mathcal{R}$ voit $\mathcal{R}'$ partir à $\mathbf{v}$, tandis que $\mathcal{R}'$ voit $\mathcal{R}$ partir à $-\mathbf{v}$. Chaque référentiel voit l'autre contracté, comme expliqué précédemment d'où le facteur $1/\gamma$. Si on se place dans l'espace-temps de 4 dimensions (plat), aussi appelé espace de Minkowski, on peut associer à chaque évènement quatre coordonnées (1 de temps et 3 d'espace) sous la forme d'un quadrivecteur :

$$A = \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \tag{10}$$

On veut ici la transformation :

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \tag{11}$$

Celle-ci est réalisée par l'action de la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{12}$$

Elle représente une transformation appelée transformation spéciale de Lorentz ou encore boost de Lorentz.

Cette transformation est universelle, elle permet de faire le passage entre n'importe quel référentiel en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre. Il est intéressant de remarquer que pour des vitesses très faibles devant celles de la lumière, on retrouve la matrice de passage dans le cas de la composition galiléenne. Dans la plupart des cas, les considérations relativistes ne sont donc pas nécessaires ! Autre chose importante à remarques c'est que l'on a bien $\Lambda(v) = \Lambda^{-1}(-v)$, ce qui retraduit la symétrie précédemment évoquée entre les deux référentiels.

Maintenant que le problème est un peu mieux formalisé, voyons ce qu'il en découle. Considérons deux évènements $A = (ct_A, x_A, y_A, z_A)$ et $B = (ct_B, x_B, y_B, z_B)$ que l'on va étudier dans deux référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$. Par les principes de la relativité galiléenne, en passant d'un référentiel à l'autre on a deux quantités conservées : la distance spatiale entre les deux évènements et la durée temporelle entre les deux évènements :

$$||\Delta\vec{r}||^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 = (x'_A - x'_B)^2 + (y'_A - y'_B)^2 + (z'_A - z'_B)^2 = ||\Delta\vec{r}'||^2 \tag{13}$$

$$\Delta t = (t_A - t_B) = (t'_A - t'_B) = \Delta t' \tag{14}$$

Lors d'une transformation de Lorentz[1] la distance spatiale et la durée temporelle sont couplées comme on l'a vu. Cette fois on a conservation d'une autre grandeur couplant ces deux premières : la carré de l'intervalle d'espace-temps :

$$\Delta s^2 = c\Delta t^2 - ||\Delta\vec{r}||^2 \tag{15}$$

1. zoup la petite généralisation du boost passée sous le tapis

Pour situer deux évènements de manière universelle l'un par rapport à l'autre on ne peut plus utiliser séparément la distance et la durée, on doit avoir recours à la notion d'intervalle d'espace-temps. Suivant la valeur de cette intervalle, on peut avoir différents cas possibles de liaison entre les deux évènements. Considérons que A et B soient reliés de cause à effet par propagation de l'information. Par exemple A est "amarie a mangé du jambon" et B est "ravioli apprend que amarie a mangé du jambon", l'information étant transmise à ravioli par un signal phsyique envoyé par le jambon.

- $\Delta s^2 < 0$: Quel que soit le référentiel d'étude, la distance à parcourir est trop grande pour pouvoir transporter l'information à temps (vitesse de propagation de l'information majorée par c), les deux évènements ne peuvent donc pas être relié par la causalité. On parle alors d'intervalle de genre espace.
- $\Delta s^2 > 0$: Dans ce cas, on peut faire parvenir l'information par un signal physique, les deux évènements peuvent être reliés par la causalité. Attention Antoine.
- $\Delta s^2 > 0$: C'est le cas limite, le jambon doit envoyer un photon sinon c'est mort.

Bien évidemment, si Antoine et Sylvio sont les deux sur Terre et que l'on laisse une durée assez longue à Sylvio pour recevoir le signal on sera toujours en genre temps, sur Terre la plupart des évènements sont liés entre eux par un intervalle de genre temps, on peut rarement remettre en cause la causalité d'un phénomène terrestre avec la RR

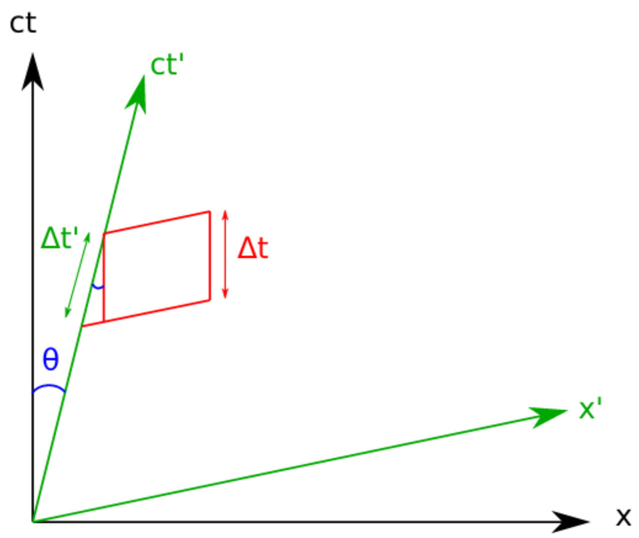
Comment représenter tout ça ?

3.2 Diagrammes d'espace-temps

Une manière plus imagée de comprendre tout ça est de tracer un diagramme d'espace-temps ou diagramme de Minkowski. C'est un diagramme (x,ct) **On le trace au tableau**. Voilà j'ai mon diagramme associé à un référentiel $\mathcal{R}$, je peux y placer des évènements. Mais comment je place $\mathcal{R}'$ au milieu de tout ça ? On a seulement à reprendre la formule de changement de coordonnées précédente :

- Axe ct' : $x' = 0 \Leftrightarrow x = \beta ct$
- Axe x ' : $ct' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\beta} ct$

On a un donc un angle θ tel que $\tan\theta = \beta$ entre les deux repères. Si on considère un évènement A : on peut trouver ses coordonnées dans $\mathcal{R}'$ facilement !



Notamment, on retrouve le phénomène de perte de simultanéité : les lignes de simultanéité dépendent du référentiel, elles ne sont pas confondues ! Aussi, on peut retrouver le phénomène de dilatation du temps géométriquement. (pas le temps).

On peut aussi utiliser les diagrammes de Minkowski pour représenter les différents genres d'intervalle. Si on considère l'évènement O, alors on peut séparer le diagramme en différentes zones : **placer passé et futur (temps), ailleurs (espace) et cône de lumière**. Un évènement en dehors du cône de lumière ne peut pas avoir de lien causal avec l'évènement O. Pour que deux évènement puissent être liés par un lien de causalité, il faut qu'ils soient compris dans les cônes de lumière associés.

Mais du coup cette invariance de la vitesse de la lumière on la voit avec tout ce formalisme ?

3.3 Composition des vitesses

Avec les transformations de Galilée, c'était pas trop dur. Voyons ce que ça donne avec les transformations de Lorentz ! En différenciant, on a :

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}}$$
$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}}$$

Donc :

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}v_x}$$
$$v'_{y,z} = \frac{v_{y,z}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}v_x}$$

Ce qu'on peut en tirer :

- Dans la limite classique, on retrouve le cas Galilée !
- Cette fois, même les vitesse orthogonales sont affectées
- On a bien invariance de c

4 Conclusion

A voir en fonction d'où on s'est arrêté. Si pas fait la compo des vitesses, on ouvre sur ça et sur Fizeau. Si on l'a fait, on ouvre sur la dynamique. On peut aussi ouvrir sur l'effet Doppler transversal.