

## LP10 - Phénomènes interfaciaux impliquant des fluides

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

27 juin 2020

### Bibliographie

- Gouttes, Bulles, Perles et Ondes (version anglaise), de **Gennes**
- Hydrodynamique Physique 3e édition, **GHP**
- Instabilités hydrodynamiques, **Charru**
- Les mille et une questions en prépa (édition "nouveau programme"), **Garing** (Sert pour les larmes du vin, donc dispensable)
- [Cours de Pierre Lidon](#)
- <https://arxiv.org/pdf/1211.3854.pdf> (*Pourquoi la force est parallèle à l'interface ?* Article très sympa je trouve)
- Thermodynamique, **Diu**
- [Un BUP dispensable sur la tension de surface en tant qu'énergie de surface](#)
- <https://www.youtube.com/watch?v=DZ0B5GVAxJg>
- [http://www.meca.universite-paris-saclay.fr/cours/L3\\_TP\\_Tensiometrie.pdf](http://www.meca.universite-paris-saclay.fr/cours/L3_TP_Tensiometrie.pdf)

### Pré-requis :

- Mécanique des fluides (NS, Euler, viscosité...)
- Enthalpie libre
- Hydrostatique
- ?

## Table des matières

<b>1 Introduction à la tension de surface</b>	<b>3</b>
1.1 Origine microscopique . . . . .	3
1.2 Interface et énergie . . . . .	3
1.3 Compétition volumique et surfacique . . . . .	3
1.4 Influence des facteurs extérieurs . . . . .	4
<b>2 Interfaces à l'équilibre</b>	<b>4</b>
2.1 Loi de Laplace . . . . .	4
2.2 Loi de Young-Dupré . . . . .	5
<b>3 Effets hydrodynamiques capillaires</b>	<b>6</b>
3.1 Instabilité de Rayleigh-Plateau . . . . .	6
3.2 Effet Marangoni . . . . .	6
Remarques générales	
Reste à faire	

## Commentaires du jury

- 2011-2012** Le lien avec les potentiels thermodynamiques n'est pas souvent maîtrisé. Il est important de dégager clairement l'origine microscopique du phénomène.
- 2009-2010** La force de tension superficielle est très mal décrite et comprise ; cette notion permet pourtant d'interpréter de nombreux résultats de façon simple et concrète. L'étude énergétique de l'interface doit s'appuyer sur une thermodynamique rigoureuse, les systèmes et transformations étudiés sont définis avec une grande précision.

## Introduction

**Flottaison d'une punaise sur son dos.** Ba alors, vous expliquer ça comment ?  
Quoi ? Archimède ? Ben non, regarde : perturbation à la surface de l'eau, la punaise tangue et coule.  
Réponse : la tension de surface.  
<https://www.youtube.com/watch?v=tzPKKz0kNQ0> (Cette vidéo illustre toute la leçon)

On a quelque chose d'assez stupéfiant à l'interface entre fluides... Quelque chose de plus courant : mais pourquoi une bulle c'est rond ?

Problématique : Quel phénomène se cache derrière l'existence d'une interface ? Quelles en sont les manifestations et quelles problématiques associées ? Pourquoi on a pu s'en passer jusque là ?

(Dans toute cette leçon, on considérera des corps homogènes)

# 1 Introduction à la tension de surface

## 1.1 Origine microscopique

*Source* : Lidon, article arXiv pour les subtilités micro

-Potentiel de Lennard-Jones d'une molécule. Il existe des interactions attractives et répulsives, balayées par les fluctuations thermiques.

-Par conséquent, quand on dessine l'interface (fig. 6 de l'arXiv), il y a des forces attractives et répulsives.

## 1.2 Interface et énergie

*Source* : GBPO p. 3, arXiv

-Définition thermo de la tension de surface, Lidon. Nouvelle source de travail  $\delta W = \gamma d\mathcal{A}$ , ce qui nous amène à :

$$\gamma_{LV} = \left. \frac{\partial U}{\partial \mathcal{A}} \right|_{S,V,N} = \left. \frac{\partial G}{\partial \mathcal{A}} \right|_{T,P,N}$$

C'est l'énergie par unité de surface associé à une interface. Valable pour n'importe quoi (LV, LS, ou SV). ODG pour l'eau, l'huile, le mercure, cf. GBPO.

→ **Réduction de l'interface**. La bulle. Le tétraèdre (wow, ça minimise le truc et c'est joli!).

On plonge le tétraèdre dans un mélange eau-savon. Un peu de glycérol peut améliorer la chose.

-ODG de  $\gamma$  par évaporation d'un liquide, Lidon.

-On a vu une conséquence mécanique en intro, comment ça se fait ? la tension de surface est aussi une force linéique. Elle apparaît parallèle à l'interface (et non perpendiculaire, comme tous les schémas microscopiques habituels laissent à penser. Comme c'est précisé dans le ArXiv, verticalement les forces répulsives doivent compenser les forces attractives, mais horizontalement, il y a toujours symétrie, ce sont les forces attractives qui sont prépondérantes. Ainsi, il existe une traction horizontale.).

Expérience du fil tiré par l'interface

-On peut en déduire le travail comme dans le GBPO.

-Vidéo d'un origami capillaire ?

## 1.3 Compétition volumique et surfacique

*Source* : Fait maison. Le calcul de la flaque nécessite la loi de Young-Dupré.

Votre première objection : on le voit jamais ça, en vrai... Et c'est vrai à l'échelle macro.

Petit calcul : goutte.  $E_\gamma = 4\pi R^2\gamma$ ,  $E_g = \frac{4}{3}\pi R^3\rho g$   $\underbrace{\times R}_{\text{hauteur du cdm}}$ . Rapport des deux :  
 nombre de Bond  $Bo = \frac{E_g}{E_\gamma} = \frac{1}{3} \frac{R^2\rho g}{\gamma}$

La gravité prédomine si ce rapport est très grand devant 1 :  $R \gg \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ , la **longueur capillaire**. A partir de cette taille, les effets de gravité seront prépondérants, une goutte va s'aplatir. Mais en-dessous : c'est la tension de surface qui domine ! On aura alors des phénomènes de minimisation de surface.

ODG pour l'eau. Conséquence : pour les tout petits insectes, une goutte d'eau peut se révéler être un piège mortel.

Transition : Et comment ça varie ?

## 1.4 Influence des facteurs extérieurs

*Source* : Wiki et GBPO p. 199

-Température : la dépendance est loin d'être triviale, mais en gros,  $\gamma$  décroît par la règle d'Eötvös ([https://en.wikipedia.org/wiki/Eötvös\\_rule](https://en.wikipedia.org/wiki/Eötvös_rule)). D'abord phénoménologique, elle peut trouver une explication statistique. → Valeur pour l'eau, cf. wiki. **Il faut savoir le justifier avec les mains, on va chercher un argument.**

-Surfactants : conceptuellement, ça se passe ainsi. La molécule est amphiphile, donc elle vient se caser à l'interface. La molécule remplace l'interface eau-air (très coûteuse en énergie), donc il y a bien baisse de l'énergie de surface. C'est pourquoi un tout petit peu de surfactant peut suffire à avoir un effet très puissant.

isothermes de Gibbs si on veut. Mais je pense qu'une courbe expérimentale suffirait, à trouver. On obtient :  $N_2 = \frac{Ac_2}{RT} \frac{\partial \gamma}{\partial c_2}$ , avec  $N_2$  le nb de molécules de surfactant. Il faut 0.001 g de surfactants pour diminuer  $\gamma$  de 10% d'1 m<sup>3</sup> d'eau ([https://en.wikipedia.org/wiki/Gibbs\\_isotherm#The\\_Gibbs\\_adsorption\\_isotherm\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Gibbs_isotherm#The_Gibbs_adsorption_isotherm_equation)) Pour la démo, on fait de la bonne thermo. Potentiel  $J = F - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2$ , puis on considère une espèce fortement diluée, donc on change le potentiel chimique avec la formule des activités.

-Ca nous amène à la question des impuretés : l'eau y est très sensible car elle a une tension de surface élevée. blabla. Mais ça permet de former des bulles avec du savon.

Transition : On sait ce que c'est, maintenant attelons-nous à ses effets.

## 2 Interfaces à l'équilibre

Dans tout ce qu'on fait on sera à l'équilibre.

### 2.1 Loi de Laplace

*Source* : Diu p. 220, Lidon

-Démo en mode thermo. Bien rigoureux, issu du Diu ou Lidon. Le système est supposé fermé, c'est-à-dire en pratique l'échelle de temps d'équilibre osmotique est grande devant

les équilibres mécanique et thermique. ODG de la surpression. Bien sûr on peut en dire plein de choses sur le murissement d'Ostwald, etc.

-Généralisation à une interface quelconque.

-Dans les bulles : surpression. Mais c'est pas tout ! Une jolie preuve : la forme du double cerceau.

On plonge le double cerceau dans de l'eau savonneuse, wow.

En effet, il n'est pas fermé : pas de surpression. Minimisation de l'énergie ? Oui c'est vrai... Mais on peut le voir autrement : loi de Laplace. Il existe une surpression associée à une courbure. Conclusion : les deux courbures doivent s'annuler !

Autre conséquence, la montée capillaire. Tube moins large que la longueur capillaire. Ça peut sauter.

-Calcul à l'aide de la pression, GBPO p. 52. Le calcul est fait en considérant un ménisque sphérique, et en reliant le rayon de courbure au rayon du capillaire et au cos de l'angle de contact. On obtient très vite la loi de Jurin. *Ça peut permettre une mesure de la tension de surface par exemple.* (cc la perche pour le jury)

Présentation de la cuve en triangle pour l'illustrer.

Mais bien sûr, pour que cela s'opère, il faut qu'il y ait mouillabilité de base, donc  $\gamma_{SL} < \gamma_{SV}$ . (On peut montrer que c'est équivalent à  $\theta < 90^\circ$ , mais besoin de la loi de Dupré) Si ce n'est pas le cas, observation d'une descente capillaire.

## 2.2 Loi de Young-Dupré

*Source* : GBPO p. 15

-Présentation du paramètre de mouillabilité. Supposons la surface complètement mouillée. Par conséquent, la différence d'énergie sur une surface  $\mathcal{A}$  est :

$$\Delta E = [(\gamma_{LV} + \gamma_{LS}) - \gamma_{SV}] \mathcal{A}$$

-La variation d'énergie est négative : alors il y a mouillabilité totale, la goutte va s'étendre de tout ce qu'elle peut. Cela correspond à

$$S = \gamma_{SV} - (\gamma_{LV} + \gamma_{LS}) > 0$$

Bien expliquer que c'est une méthode de comparaison des énergies de surface. Si le coût surfacique solide-air est bien plus faible que solide-liquide, il n'y aura pas d'étalement. Pour le verre, l'énergie de surface est grande (ODG, ça doit être du 60 mN/m) donc la mouillabilité est souvent très forte.

Dans l'autre cas, il y a mouillabilité partielle. Décrivons ce cas : présentation du système. L'interface est supposée parfaitement lisse, la goutte de rayon petite devant la longueur capillaire.

-On fait les calculs à l'aide de la méthode des travaux virtuels, cf. GBPO ou le BUP cité dans la biblio.

-Expérience avec le projo et la flaque sur un transparent ? [http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID\\_fiche=6132](http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=6132). Sinon on peut faire le setup de l'appareil photo en incidence rasante pour montrer yOUNG6dUPR2 (très kikou écrit comme ça, je laisse)

Transition : Mais n'allez pas croire que tout ça, c'est du statique! Il y a beaucoup de choses qui se passent en mouvement.

### 3 Effets hydrodynamiques capillaires

#### 3.1 Instabilité de Rayleigh-Plateau

*Source* : GHP p.412, Lidon, compléments dans le Charru p. 66 (parle de viscosité au début)

<https://www.youtube.com/watch?v=UKtz9VdYpDc> à 3min pour voir le phénomène.

-Lidon : Raisonement sur la surface des gouttes : minimisation de l'interface. Et puisque le filet d'eau est accéléré, il devient plus fin et la formation de perles est observée. Okay, on comprend bien pourquoi il y a fracture en gouttelettes. Maintenant, quel est le mécanisme de fracture ?

-GHP : On pose tout bien le problème, avec un beau dessin. Dépression locale due à la loi de Laplace → Selon la longueur d'onde de la perturbation, il y a aplatissement ou croissance des bosses.

**Code Py du turfu.** Le code permet de retrouver le vecteur d'onde correspondant à l'inversion de stabilité, car pour  $\lambda = 6.2 \text{ cm} \simeq 2\pi * R_0$ , la pression est uniforme. *Attention cela dit!* Il y a un terme de surpression que le code n'affiche pas, celui dû au rayon du cylindre  $\Delta p = \frac{\gamma}{R_0}$ .

Transition :

#### 3.2 Effet Marangoni

*Source* : GHP p. 403, Garing p. 705 Cette partie peut être sabrée si on manque de temps. Dans ce cas-là, renommer le III : "Instabilité hydrodynamique capillaire". En soi, je pense qu'il vaut mieux la sabrer...

-Expérience de José Bico <https://www.youtube.com/watch?v=h3iUy4Wg8lg>, détails ici : <https://blog.espci.fr/jbico/files/2018/04/keiser17.pdf> (en live? L'alcool est de l'isopropyle alcool)

Comme c'est très bien expliqué dans la vidéo, l'eau ne s'étale pas car le paramètre de mouillabilité  $S$  est inférieur à 0, contrairement à l'éthanol. Donc pour un certain mélange, il y a mouillabilité, c'est la fraction critique d'étalement de 0.35, cf. figure 2. Pendant l'étalement, l'éthanol s'évapore sure les bords plus rapidement, donc il y a un effet Marangoni

et un bourrelet qui apparaît. Ce flux se fait à 1cm/s (ODG pour le retrouver ?). Ce bourrelet se déstabilise (mais l'article ne dit pas pourquoi). Lorsque l'éthanol s'évapore, S redevient inférieure, apparition d'une gouttelette.

-On va essayer d'expliquer tout ça : analyse du Garing. Une force s'applique sur une particule fluide de la forme :

$$d\vec{F} = \frac{d\gamma}{dz} dS \vec{u}_z$$

ce qui mène à une condition limite à l'interface. En supposant que le liquide est vertical, par application de l'équation de Navier-Stokes, déduction du profil de vitesse et du joli dessin d'inversion de vitesse qui en résulte.

Physiquement, il y a donc deux phénomènes :

1. L'effet Marangoni, qui force l'interface à monter sur les bords du verre par différentielle de tension de surface
2. La gravité, qui cause la retombée du vin en larmes, comme ce que l'on voit sur ces magnifiques images : slide.

## Conclusion

Mise en évidence d'un effet souvent négligé, et pourtant à ne pas oublier. Pour un liquide pur, se manifeste aux horizons de la longueur capillaire. Pour un liquide inhomogène, il peut exister des effets importants (Marangoni).

On en a vu quelques uns, mais ils sont dans des cadres bien fixés. Dans la nature on peut retrouver cela (les gerris, ou les insectes se déplaçant à l'aide de Marangoni). Et ça pose des problèmes en industrie pour plein de cas.

Si on n'a pas fait Marangoni, on peut faire l'ouverture aux mélanges de liquide et à l'expérience de José Bico.

*Ouvertures possibles* : Les MOUSSES, la physique un peu plus vénère (goutte liquide, domaines de Weiss et ses parois de Bloch)

## Commentaires pendant la prépa aux oraux

- Q : Comment on explique la tension de surface en hydrodynamique ? Elle n'est pas définie thermodynamiquement, non ?
- Connaître la construction de Neumann
- Savoir minimiser par Euler-Lagrange
- Connaître l'effet des surfaces rugueuses (exacerbation des angles, qui tendent soit vers 0 ou  $\pi$  selon si l'angle pour une surface lisse est inférieur ou supérieur à  $\pi/2$  en premier lieu.
- L'arXiv met en annexe une petite subtilité entre l'interface liq-liq et sol-sol. C'est discuté p. 4 aussi.
- Paragraphe Lidon p. 26 sur la récupération du pétrole intéressant.

- **Il faut lire le supplément E du Diu.**
- Ce qu'on ne dit pas sur Rayleigh-Plateau : on explique le phénomène mais on ne parle pas de taux de croissance. Il faut l'avoir en tête.
- La définition thermo de la tension de surface : elle paraît assez robuste (mise à défaut quand les temps typique de parcours des molécules est petit devant les temps d'évolution...) et a priori on peut la définir par une notion statistique via l'énergie d'interaction, donc c'est solide.

## Questions

- ODG température ébullition pour trouver gamma ? Intérêt pédagogique de ce calcul ?
- Quelles sont les interactions qui causent la tension de surface ? VdW, liaisons H, liaisons métalliques
- Démontrer autrement la loi de Laplace ? Démo méca sympa
- C'est quoi la différence entre une bulle de savon et une sphère d'eau ? il y a deux interfaces
- Loi de Jurin : pourquoi prendre éthanol et pas eau ? Influence des impuretés importantes pour l'eau
- -Loi de Jurin : on compte ou pas le ménisque ? La différence de pression est celle en bas du ménisque.
- Principe de la balance d'arrachement ? D'autres méthodes pour mesurer une tension de surface ? Goutte pendante, stalagmométrie. . .
- Explication simple pour justifier la dépendance de la tension de surface et la température ?
- Justifiez le niveau L3 ? Un élève doit-il vous croire sur parole quand vous affirmez que la sphère minimise la surface (à  $V = \text{cste}$ ) ? Ça veut dire quoi capillarité ? (je n'avais défini "que" tension de surface). Où retrouve-t-on Euler Lagrange en physique ? Comment trouve-t-on R1 et R2 dans la def du rayon de courbure ? Quelle est la courbure de la caténoïde ? Comment mesurer une tension de surface ? et, avec des élèves, en tp ? Quelles difficultés pour mesurer une tension de surface ? Justifiez la forme "en larmes" et non pas sphérique de la représentation habituelle des gouttes.
- comment peut-on définir la tension superficielle simplement ? Ils ont aussi posé des questions sur le paramètre d'étalement, le lien entre fluide mouillant/non mouillant et tension superficielle. Sur la démonstration de la loi de Laplace, je me suis compliquée la vie en ne supposant pas l'équilibre thermique.
- Quelle est la spécificité de l'eau en général ? Pourquoi est-ce assez difficile de faire des mesures avec l'eau ? Liaisons hydrogènes. Très sensible aux impuretés/poussières
- Interactions de cohésion pour le mercure ?
- Définition de gamma ? Quel air ? Stricto sensu, c'est dans le vide pour la définition  $\delta W = \gamma d\mathcal{A}$

- Phénomène d'hysteresis du mouillage? Avancée et reculée, adhesion sur les défauts
- Question de la nucléation. Existe-t-il des applications? Chambre à bulle (=détecteur de particule), ensemencement des nuages pour provoquer la pluie.