3.2 Application : Détente d'une bouteille de gaz dans l'air

On considère une bouteille d'air comprimé de volume $V_i = 50\,\mathrm{l}$ à la pression $p_i = 20\,\mathrm{bar}$ et à la température T_0. Cette bouteille est en contact avec l'atmosphère jouant le rôle de thermostat à la température $\mathrm{T_0}$ à une pression $\mathrm{p_0} =$ 1 bar. Le gaz est considéré comme parfait.

On considère que la détente de cet air dans l'atmosphère et on désire calculer le travail maximum récupérable lors d'une transformation monotherme Le système considéré ici est l'air présent dans la bouteille. On va d'abord chercher le potentiel à utiliser, comme nous sommes en contact avec un thermostat à la température $\mathrm{T_0}$ on va alors utiliser la fonction $\mathrm{F}^\star$ pour trouver le travail maximum récupérable.

$$W_{\max} = -\Delta F^\star = \Delta U - T_0 \Delta S$$

Or pour un gaz parfait on a :

$$\Delta U = C_v \Delta T \qquad \Delta S = C_p \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{p_0}{p_i}$$

Ici $\mathrm{T}_f = \mathrm{T}_i = \mathrm{T_0}$ donc $\Delta T = 0$ et $\ln \frac{T_f}{T_i} = 0$. En remplaçant ces expressions dans $\Delta F^\star$ et en utilisant la loi de gaz parfait $p_i V_i = nRT_0$ on a :

$$W_{\max} = nRT_0 \ln \frac{p_0}{p_i} = p_i V_i \ln \frac{p_0}{p_i}$$

Application numérique $W_{\max} \simeq 300\,\mathrm{kJ}$.

Mais dans ce que nous venons de faire nous n'avons pas pris en compte le fait que pour sortir une partie du travail fourni par le gaz était utilisé pour lutter contre la pression atmosphérique $\mathrm{p_0}$. Il faut donc soustraire au travail trouver précédemment les forces de pressions qui ne peuvent pas être récupérer par l'expérimentateur.

$$W_{\max} = -\Delta F^\star - p_0 \Delta V = -\Delta G^\star$$

En utilisant la loi des gaz parfait on a $p_i V_i = p_f V_f = nRT_0$. On en déduit alors que $V_f = \frac{p_i}{p_0} V_i$. Donc $-p_0 \Delta V = -p_i V_i + p_0 V_i$ soit un travail de :

$$W_{\max} = p_i V_i \left(\ln \frac{p_0}{p_i} - 1 + \frac{p_0}{p_i} \right)$$

Application numérique $W_{\max} \simeq 205\,\mathrm{kJ}$.

Il faut bien penser à convertir les volumes en m^3 et les pressions en Pa