

Utilisation des diagrammes (P, h) en thermodynamique

PASCAL ARCHAMBAULT
Lycée Saint Louis 75006 Paris
(Octobre 2013)

Résumé – Le nouveau programme de thermodynamique des filières MPSI-PCSI préconise l'utilisation des diagrammes (P, h) (pression/enthalpie massique) pour étudier un exemple de machine thermique. Afin de faciliter la mise en place de cette capacité, ce document propose quelques pistes pédagogiques permettant d'introduire de manière progressive et contextualisée les diagrammes (P, h) . On montrera que cette représentation peut être utilisée pour d'autres situations que les machines thermiques et qu'elle permet, entre autres, d'aborder de manière quantitative des problématiques liées au stockage des fluides.

Tous les diagrammes (P, h) , regroupés à la fin de ce document, ont été tracés avec le logiciel libre COOLPACK. Un mode d'emploi succinct est proposé en annexe.

I. Etude du diagramme (P, h) pour un fluide monophasé

I.1. Les propriétés de l'air sont-elles celles d'un gaz parfait dans les conditions ambiantes ?

On donne le diagramme (P, h) de l'air entre 0, 1 et 200 bar (cf annexe). La masse molaire de l'air vaut environ $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. On convient de définir les conditions ambiantes par les valeurs $T_a = 20^\circ\text{C}$, $P_a = 1 \text{ bar}$ (point A sur le diagramme).

Questions

- L'air vérifie-t-il l'équation d'état d'un gaz parfait dans les conditions ambiantes ?
- Sur le diagramme (P, h) , les isenthalpes sont-elles conformes aux propriétés d'un gaz parfait ? Qu'en est-il au voisinage du point A ?
- Mesurer la capacité thermique massique à pression constante c_p au voisinage du point A. En déduire le coefficient γ en adoptant le modèle du gaz parfait.
- En considérant l'isentropique $s = 4 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, valider ou invalider la loi de Laplace à l'aide d'une représentation graphique adaptée.

$s \text{ (kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$	4,00	4,00	4,00	4,00
$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	-100	0	100	200
$P \text{ (bar)}$	0,121	0,603	1,82	4,23
$v \text{ (m}^3.\text{kg}^{-1})$	4,06	1,30	0,589	0,322

- Conclure sur l'intérêt du modèle de gaz parfait pour l'air dans les conditions ambiantes.

Eléments de réponse

a) En A, on lit sur le diagramme que le volume massique v est un peu supérieur à $0,8 \text{ m}^3/\text{kg}$. En pointant A avec le logiciel Coolpack, on détermine $v = 0,84 \text{ m}^3/\text{kg}$.

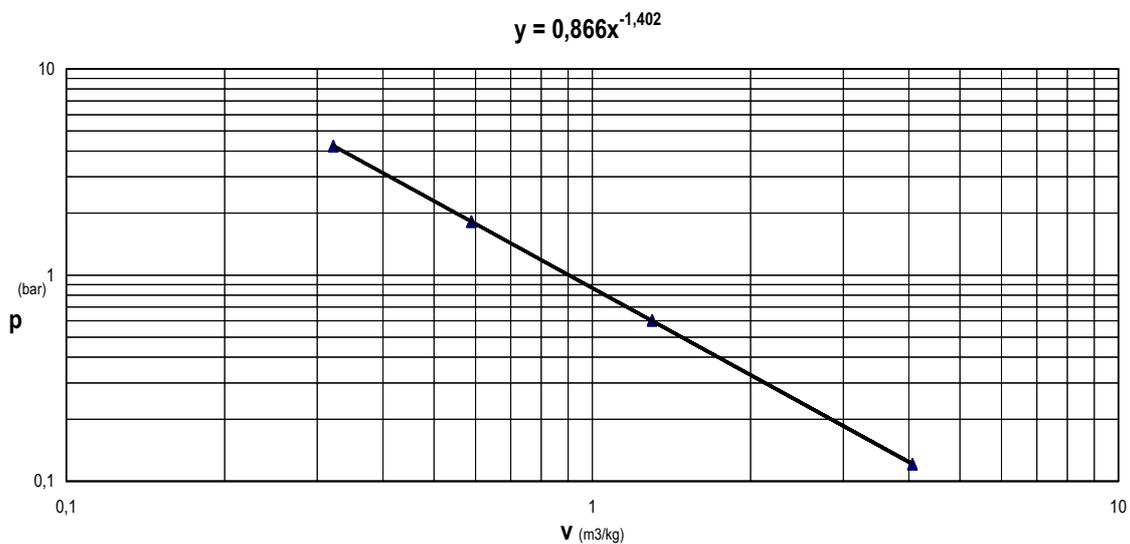
L'équation d'état du gaz parfait donne $v = \frac{RT}{PM} = 0,84 \text{ m}^3/\text{kg}$.

b) Un gaz parfait vérifie la deuxième loi de Joule $h(T)$: les isenthalpes sont confondues avec les isothermes. Cette propriété est assez bien vérifiée par l'air pour des pressions inférieures à quelques bars.

c) En considérant les intersections des isothermes 20°C et 40°C avec l'isobare 1 bar, on détermine $c_p \approx \frac{\Delta h}{\Delta T} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

En adoptant le modèle du gaz parfait, on écrit $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}$, et on détermine $\gamma = 1,4$.

d) On trace $\log(P)$ en fonction de $\log(v)$. On trouve bien une droite correspondant à la loi $Pv^\gamma = \text{cste}$ avec $\gamma = 1,4$.



e) Le modèle du gaz parfait est bien vérifié par l'air dans les conditions ambiantes.

I.2. Discussion

Cette activité peut être abordée assez tôt dans le déroulement d'un cours de thermodynamique. Elle permet une première prise de contact avec les diagrammes (P, h) sur la situation simple d'un fluide monophasé. On exploite pleinement le caractère divariant : la donnée de deux paramètres intensifs quelconques détermine tous les autres, ce qui justifie la représentation graphique plane. En outre, on illustre la notion délicate de dérivée partielle $c_p = (\partial h / \partial T)_P$, on manipule des grandeurs massiques, et on valide sur un exemple la loi de Laplace qui ne peut pas être démontrée dans le cadre du nouveau programme. Enfin, cette activité permet d'exploiter des représentations numériques en dehors du contexte des TP, et montre l'intérêt des échelles logarithmiques pour valider une loi de puissance.

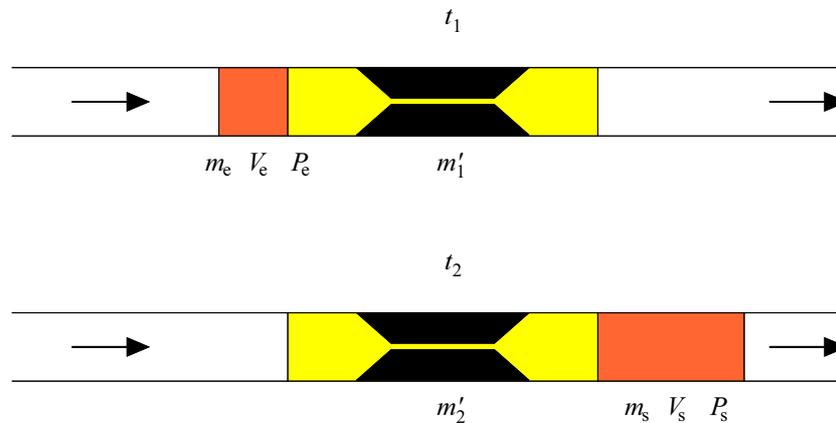
II. Intérêt des diagrammes (P, h) pour des fluides en écoulement

II.1. Détendeur

Pour pratiquer la plongée sous-marine, l'air est stocké dans des bouteilles à la pression $P_e \approx 200$ bar. La respiration du plongeur se faisant à la pression $P_s \approx 1$ bar, il est nécessaire de munir la bouteille d'un détendeur assurant la chute de pression lorsque l'air est soutiré (on parle de perte de charge).



A l'aide d'un système complexe de membrane déformable et de ressort que nous ne décrivons pas, le détendeur fait circuler l'air à travers un mince étranglement. A cause de la viscosité du fluide, cet écoulement s'accompagne de la perte de charge souhaitée. Dans le but d'appliquer le premier principe, on considère un système fermé constitué à l'instant t_1 d'une masse $m'(t_1)$ d'air comprise dans une région fixe et ouverte et d'une masse m_e à l'entrée du détendeur. A l'instant t_2 , ce même système se décompose en une masse $m'(t_2)$ dans la région ouverte et en une masse m_s à la sortie. Le système étant fermé, sa masse se conserve $m_e + m'(t_1) = m_s + m'(t_2)$. En régime stationnaire, la masse de la zone ouverte est indépendante du temps $m'(t_1) = m'(t_2)$. On en déduit l'égalité des masses $m_e = m_s$ notées m par la suite.



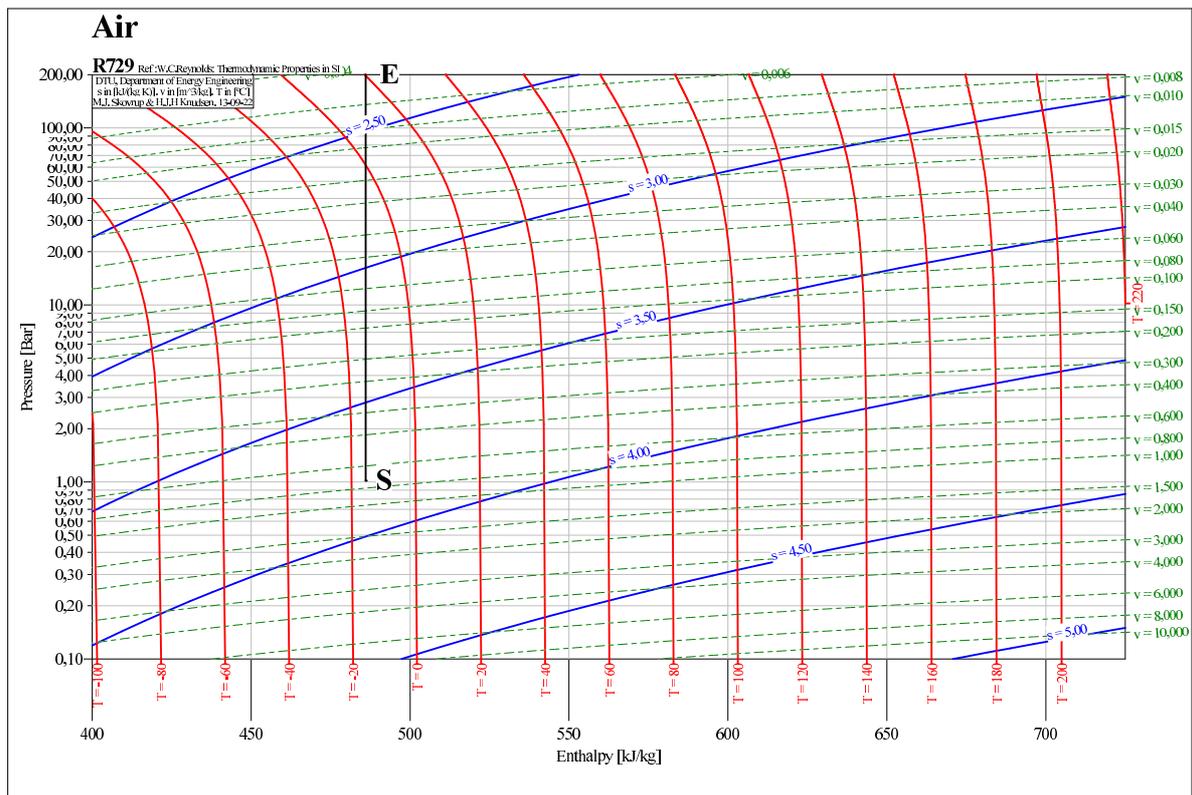
Nous considérons l'écoulement comme adiabatique. Le travail des actions de pression vaut $P_e V_e - P_s V_s$ où V_e et V_s représentent les volumes des parties amont et aval aux instants respectifs t_1 et t_2 . Le premier principe appliqué au système fermé s'écrit :

$$U_2 - U_1 = [U'(t_2) + mu_s] - [U'(t_1) + mu_e] = P_e V_e - P_s V_s$$

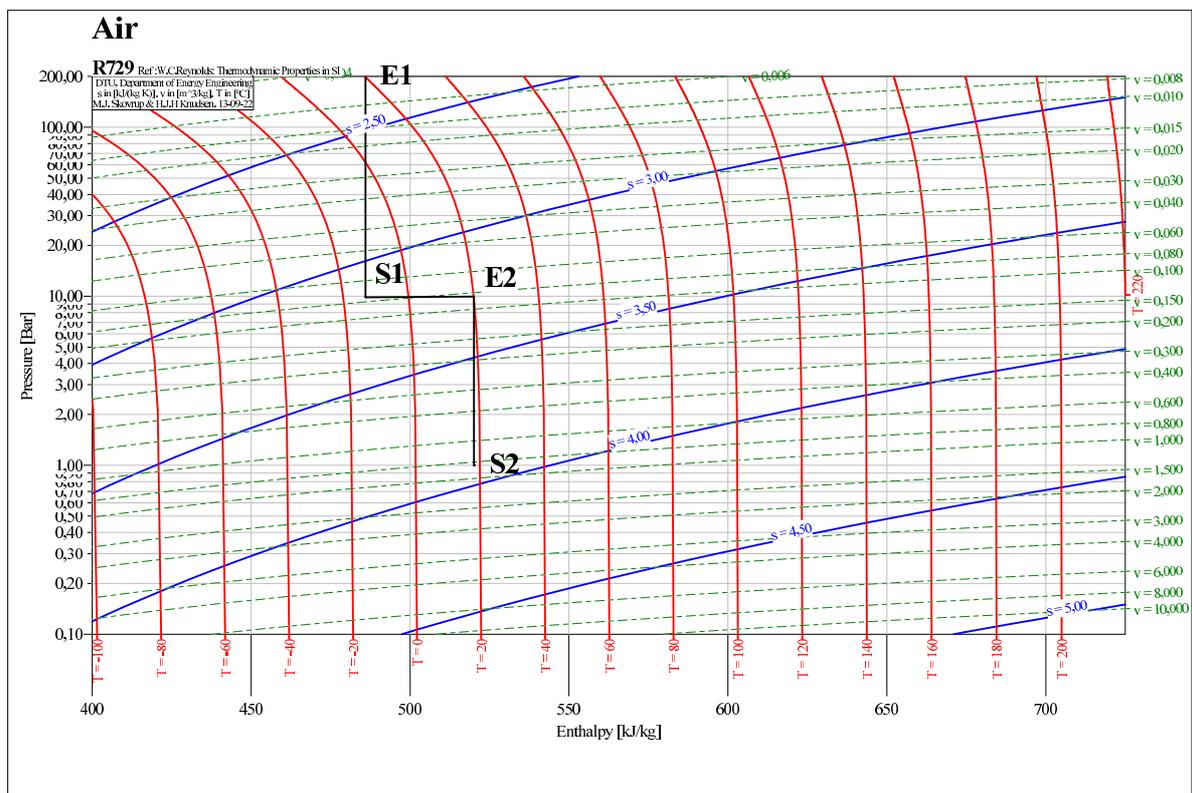
En régime stationnaire $U'(t_1) = U'(t_2)$. Après division par m , on en déduit la conservation de l'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie :

$$\boxed{h_s - h_e = 0}$$

Pour de l'air stocké à la température $T_e = 20^\circ\text{C}$, le diagramme (P, h) nous permet de déterminer la température de sortie $T_s = -15^\circ\text{C}$ et le rapport des volumes massiques $v_s/v_e = 170$. L'abaissement important de température (traduisant un caractère non parfait de l'air) nécessite d'éliminer toute trace d'eau lors du remplissage de la bouteille pour éviter la formation de glace pouvant bloquer le détendeur.

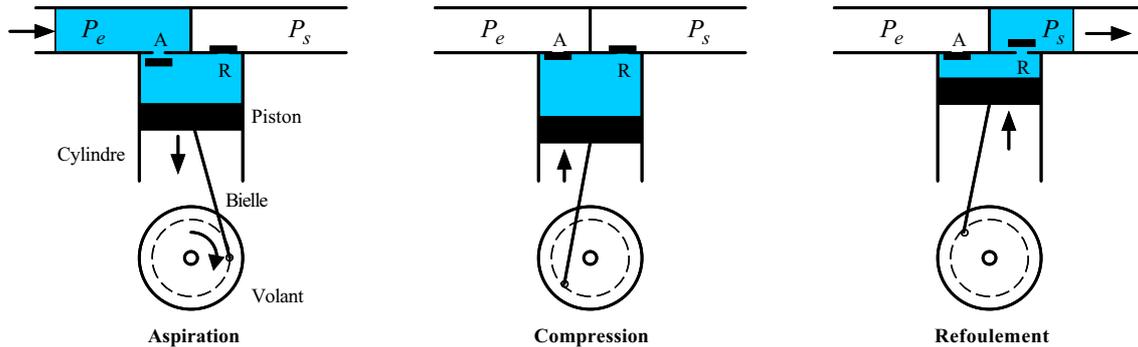


Le dispositif réel de détente est en pratique un peu plus complexe. Un détendeur primaire, placé sur la bouteille, assure la détente de la haute pression (200 bar) vers une moyenne pression (10 bar). Un détendeur secondaire, placé au niveau de la bouche du plongeur, assure la détente vers la basse pression (1 bar). La première détente est accompagnée d'une baisse importante de température. L'air se réchauffe ensuite en circulant dans le tuyau arrivant jusqu'au deuxième détendeur. La deuxième détente est pratiquement isotherme, et le plongeur ne ressent pas une sensation d'air froid lors de l'inspiration.



II.2. Compresseur

On présente ici le principe de fonctionnement d'un compresseur à piston fonctionnant en trois temps : aspiration, compression, refoulement.



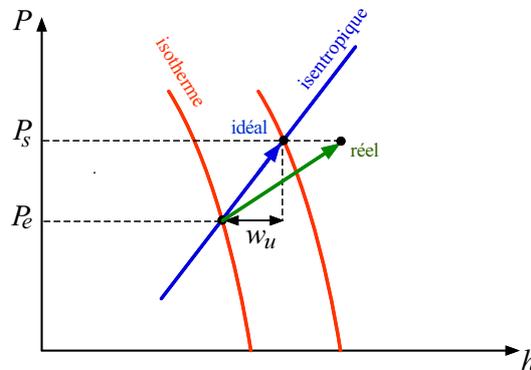
On considère le système fermé constitué de la masse m de fluide transférée au cours d'une rotation du volant. En entrée et en sortie, les pressions et volumes du système sont respectivement notées P_e , P_s , V_e , V_s . Les actions de pression fournissent le travail $P_e V_e - P_s V_s$. On note $W_u = mw_u$ le travail utile fourni par le déplacement du piston. En supposant la transformation adiabatique, le premier principe s'écrit :

$$m(u_s - u_e) = P_e V_e - P_s V_s + W_u$$

En divisant par m , il vient :

$$h_s - h_e = w_u$$

On modélise un compresseur idéal par une évolution adiabatique réversible. Sur un diagramme (P, h) , on peut lire de manière immédiate le travail utile du compresseur en mesurant la variation $h_s - h_e$ le long d'une isentropique.



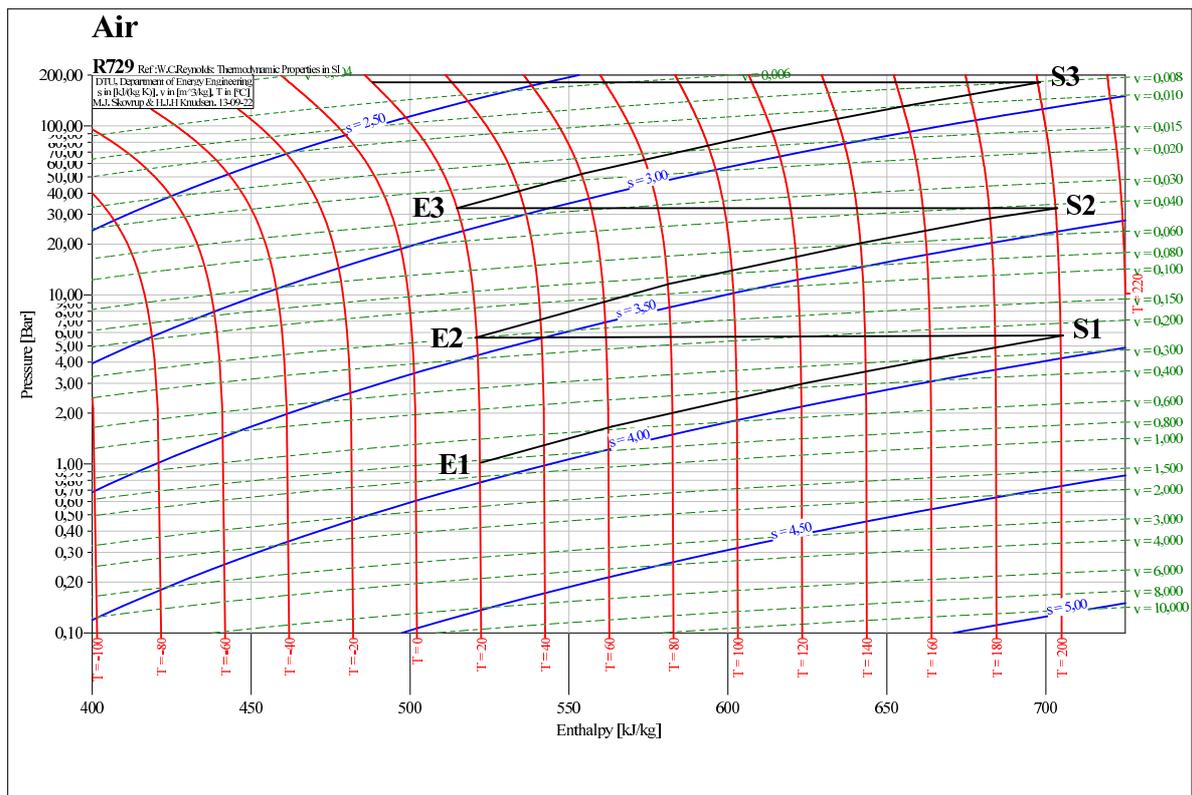
Pour un compresseur réel adiabatique mais non réversible, l'entropie augmente. La représentation graphique permet de constater que $w_u^{\text{réel}}$ est supérieur à $w_u^{\text{idéal}}$ pour un même taux de compression.

La construction graphique montre également que pour un compresseur adiabatique, la température du fluide augmente $T_s > T_e$. Si le taux de compression souhaité est élevé, l'échauffement peut être excessif et il est nécessaire de fractionner la compression en plusieurs étapes en réalisant des refroidissements isobares intermédiaires. A titre d'illustration, le diagramme ci-dessous montre la transformation réalisée par un compresseur idéal à trois étages permettant de comprimer l'air de 1 bar à une pression proche de 200 bar, pour des températures variant entre 20°C et 200°C.

Il peut être intéressant de compléter l'étude avec le modèle de gaz parfait. Pour chaque étage, on obtient :

$$\frac{P_s}{P_e} = \left(\frac{T_s}{T_e}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 5,3 \quad w_u = h_s - h_e = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_s - T_e) = 180 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Ces valeurs concordent bien pour le premier étage et s'éloignent du comportement réel pour les étages supérieurs.



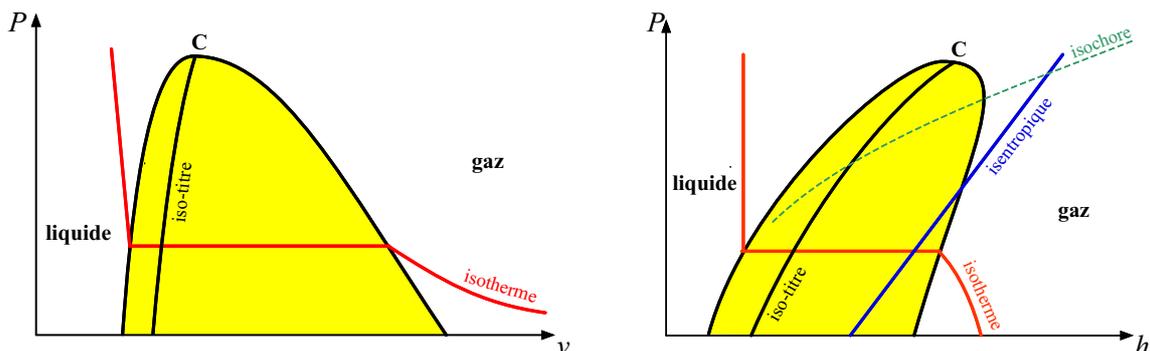
II.3. Discussion

Les exemples du détendeur et du compresseur permettent d'illustrer la formule $h_s - h_e = w_u + q$ dont la démonstration générale n'est pas un objectif du cours de première année. Il est surtout essentiel d'insister sur le fait que cette formule établit une relation entre l'entrée et la sortie d'un dispositif assurant l'écoulement d'un fluide et que la variation d'enthalpie inclut le travail des actions de pression associé au transfert du fluide. Les diagrammes (P, h) sont particulièrement adaptés pour déterminer les transferts énergétiques w_u et q , et ils offrent une alternative intéressante aux calculs laborieux de variations de fonctions d'état établies avec des modèles approximatifs.

III. Etude du diagramme (P, h) pour un fluide diphasé

III.1. Allure générale

Avant d'étudier des diagrammes réels, il est instructif de présenter l'allure générale du diagramme (P, h) d'un fluide diphasé et de signaler les analogies avec le diagramme de Clapeyron (P, v) .



Dans les deux cas, le domaine du liquide est situé à gauche, et les isothermes de la phase liquide sont quasi-verticales. Dans la zone diphasée, le système est monovariant, les isothermes sont confondues avec les isobares, et le titre d'une phase vérifie la règle des moments avec v ou h .

Il y a cependant une différence essentielle : loin du point critique, $v_{\text{gaz}} \gg v_{\text{liquide}}$, le diagramme (P, v) n'est pas représentable (aucun logiciel n'offre cette possibilité). En revanche, les diagrammes (P, h) sont accessibles et permettent une étude quantitative de situations variées pas nécessairement reliées aux machines thermiques.

III.2. Stockage d'un fluide diphasé : le GPL

Le GPL (gaz de pétrole liquéfié) est un mélange de propane et de butane utilisé comme carburant par certains véhicules. Le GPL est stocké sous la forme d'un mélange liquide-gaz dans le réservoir.

Pour simplifier, nous allons assimiler le GPL à du propane pur initialement stocké à 20°C avec le titre en vapeur $x = 0,2$.

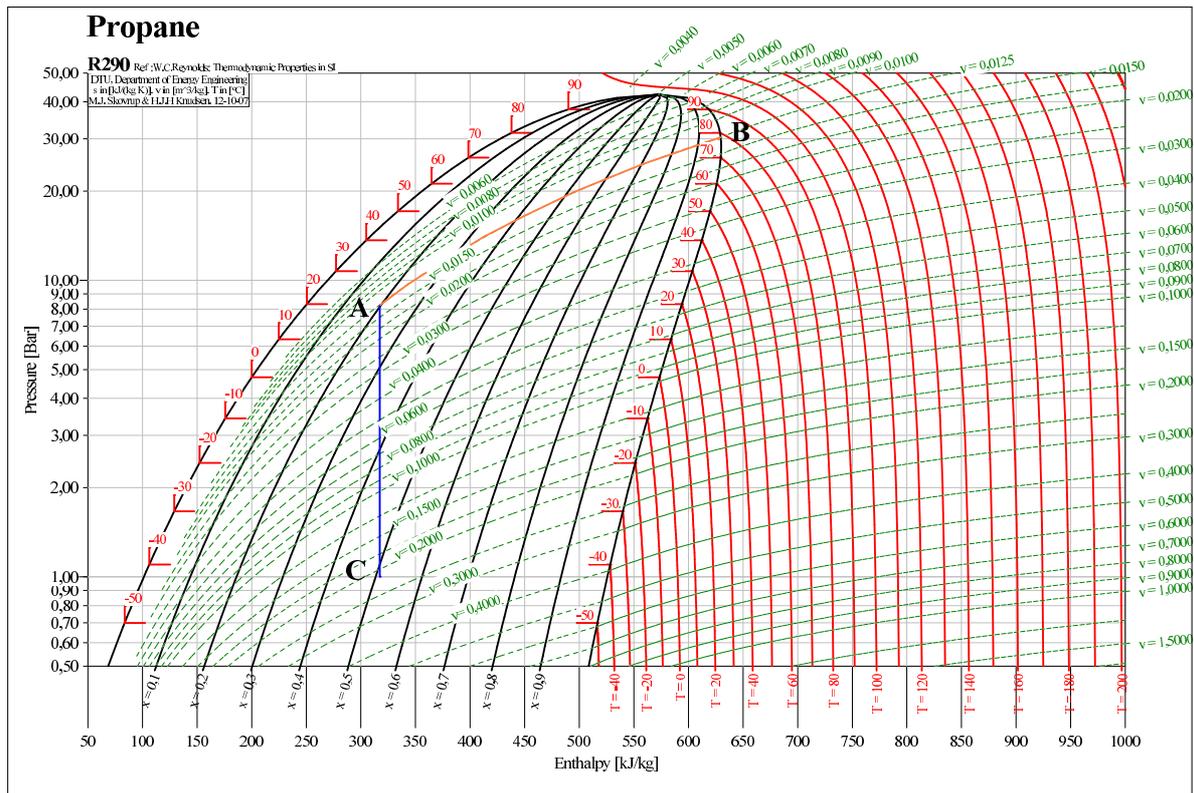
Questions

- Quelle pression règne-t-il dans le réservoir ? Pour un réservoir de 50 L, quelle masse de propane est-elle stockée ? Le volume massique du liquide saturant étant égal à $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, quelle est la capacité maximale du réservoir ?
- Le réservoir est éprouvé pour résister à une pression de 30 bar. En cas d'incendie ou d'échauffement accidentel, à quelle température y a-t-il risque d'explosion ?
- Depuis 2001, les réservoirs GPL sont munis d'une soupape permettant d'évacuer le fluide dès que la pression dépasse 25 bar. Expliquer l'intérêt de cette soupape.
- Entre la sortie du réservoir et les injecteurs du moteur, le GPL circule dans un vapo-détendeur où il subit une détente isenthalpique. Comment évoluent la température et la composition du mélange liquide-vapeur ?



Eléments de réponse

- On lit sur le diagramme $P = 8 \text{ bar}$, $v = 0,0125 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On en déduit la masse stockée $m = V/v = 4 \text{ kg}$. Si on remplit totalement le réservoir avec du liquide saturant, on obtient $m_{\text{max}} = 25 \text{ kg}$.
- Le réservoir impose une évolution isochore (tracé AB sur le diagramme page suivante). On obtient $P = 30 \text{ bar}$ pour $T = 80^\circ\text{C}$. Cette température n'est pas très élevée et peut être facilement atteinte en cas d'échauffement accidentel. On peut remarquer que cette température limite est la même si $x < 0,2$.
- La soupape permet d'éviter l'explosion du réservoir qui doit impérativement rester à une pression inférieure à 30 bar.
- La détente s'accompagnant d'une chute de pression de manière isenthalpe, la température diminue et le propane se vaporise partiellement. Sur le tracé AC du diagramme (P, h) , pour une pression de sortie égale à 1 bar, on lit $T \approx -40^\circ\text{C}$, $x \approx 0,5$.



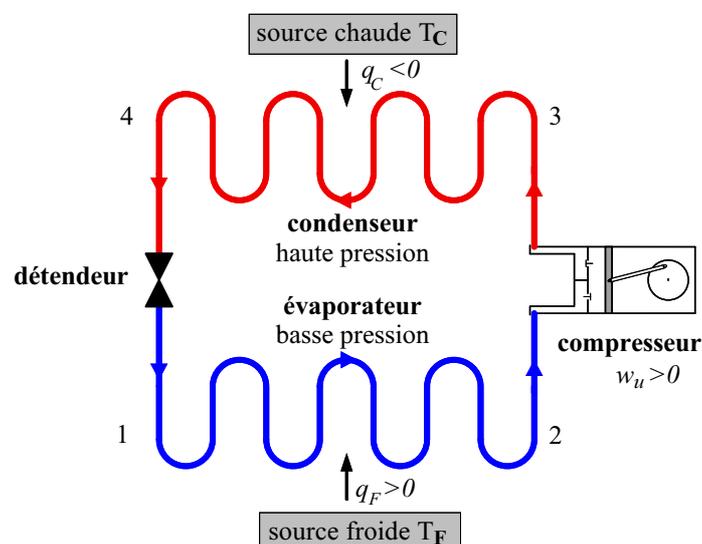
III.3. Discussion

On peut multiplier les exemples d'application des diagrammes (P, h) pour des mélanges diphasés (méthaniers, autocuiseurs, ...). Là encore, on aboutit rapidement à des résultats quantitatifs en se focalisant essentiellement sur les propriétés des transformations subies et avec peu de calculs. Cette présentation étant faite, il est à présent aisé d'aborder le diagramme (P, h) d'une machine thermique.

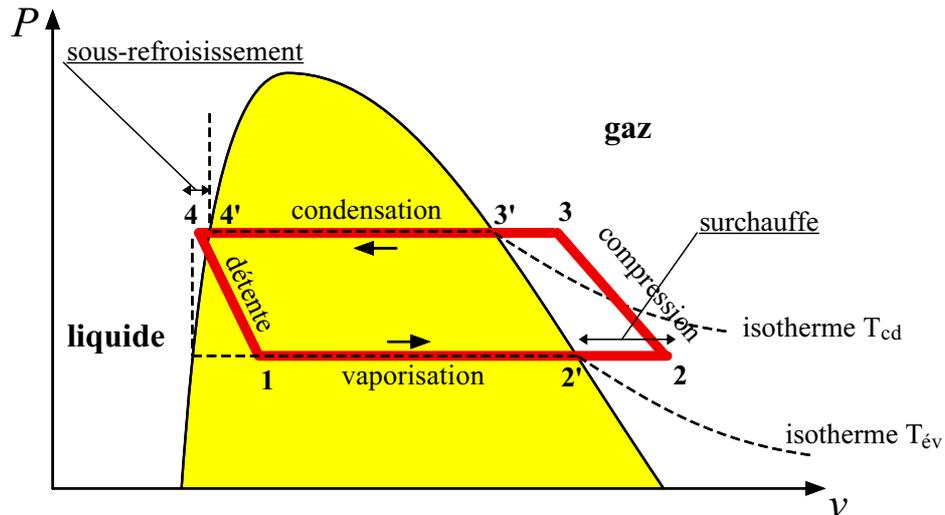
IV. Exemple d'étude de machine thermique

IV.1. Description qualitative du cycle du réfrigérateur

On présente ici le principe de fonctionnement du réfrigérateur. On note T_F et T_C les températures des sources froide et chaude.



Le cycle thermodynamique est présenté qualitativement sur le diagramme de Clapeyron suivant :



- Lorsque le fluide passe dans l'évaporateur $1 \rightarrow 2$, il circule à proximité de la chambre froide avec une température inférieure à T_F . Il se produit une évaporation totale de manière isobare à la température T_{vap} ($1 \rightarrow 2'$). Pour éviter d'injecter du liquide dans le compresseur, le gaz subit ensuite une surchauffe ($2' \rightarrow 2$) jusqu'à la température T_2 . Lors de cette opération, le fluide prélève par unité de masse le transfert thermique $q_F = h_2 - h_1$.
- Le fluide subit ensuite une compression $2 \rightarrow 3$ que nous modélisons par une transformation adiabatique réversible (compresseur idéal). La température s'élève et atteint la valeur $T_3 > T_C$. Le compresseur reçoit par unité de masse le travail utile $w_u = h_3 - h_2$.
- Le fluide est ensuite totalement condensé de manière isobare en circulant à proximité de la source chaude. Lors du changement d'état, la température du fluide est notée T_{cond} . A la fin de la transformation, on effectue un sous-refroidissement du liquide $4' \rightarrow 4$. Le fluide fournit à la source chaude le transfert thermique par unité de masse $-q_C = -(h_4 - h_3)$.
- Enfin, le fluide passe dans un détendeur réalisant une transformation isenthalpique $4 \rightarrow 1$. Cette opération s'accompagne d'une baisse de température et d'une vaporisation partielle. Il n'y a pas de transfert énergétique utile.



face avant



face arrière

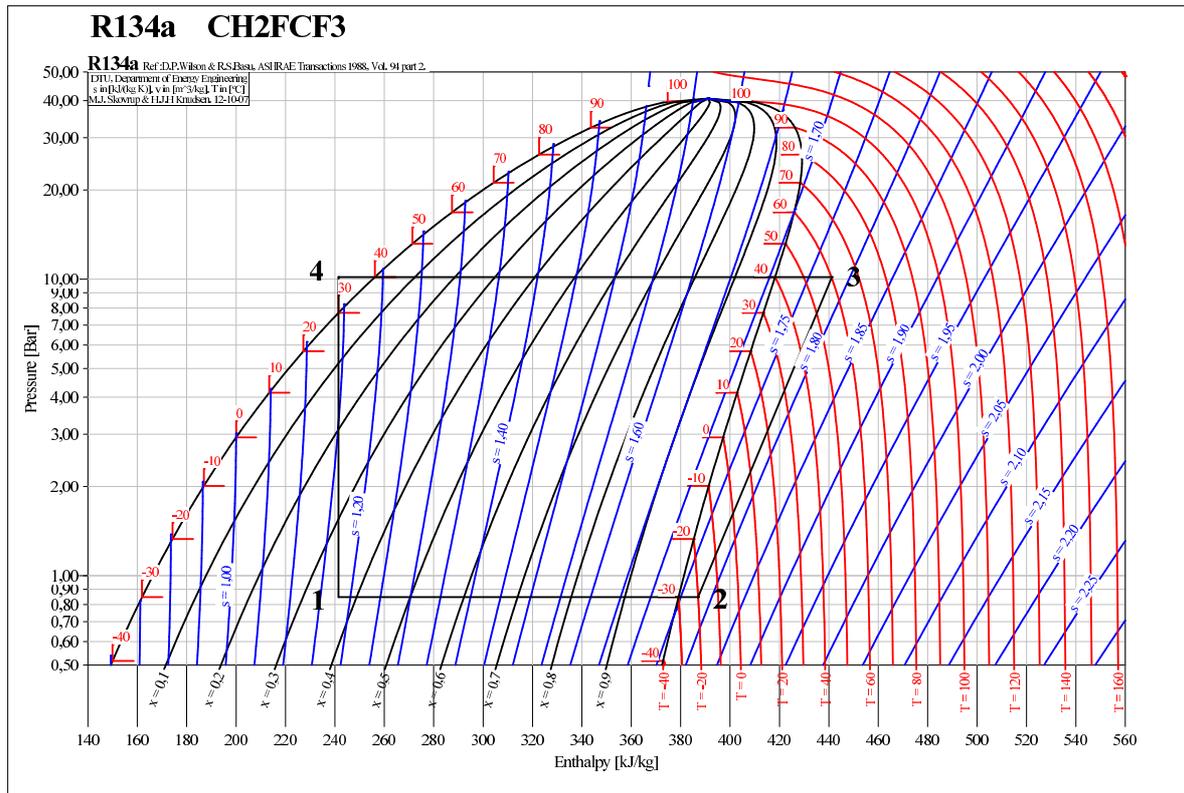


compartiment congélateur

IV.2. Construction du cycle sur un diagramme (P, h)

A l'aide des données suivantes, on peut construire le cycle d'un congélateur sur un diagramme (P, h) :

Fluide caloporteur	R134a ($\text{CH}_2\text{F} - \text{CF}_3$)
Température de la source froide	$T_F = -18^\circ\text{C}$
Température de la source chaude	$T_C = 20^\circ\text{C}$
Température d'évaporation	$T_{\text{év}} = -30^\circ\text{C}$
Surchauffe	$T_2 - T'_2 = 10^\circ\text{C}$
Température de condensation	$T_{\text{cond}} = 40^\circ\text{C}$
Sous-refroidissement	$T_4 - T'_4 = -10^\circ\text{C}$



Par lecture directe ou en programmant les paramètres du cycle sur le logiciel COOLPACK, on en déduit les caractéristiques suivantes :

Pression de l'évaporateur	$P_{\text{év}} = 0,85 \text{ bar}$
Pression du condenseur	$P_{\text{cond}} = 10,2 \text{ bar}$
Taux de compression	$P_{\text{cond}}/P_{\text{év}} = 12$
Titre en vapeur à l'entrée de l'évaporateur	$x_1 = 0,37$
Température à la sortie du compresseur	$T_3 = 60^\circ\text{C}$
Transfert thermique avec la source froide	$q_F = 146 \text{ kJ.kg}^{-1}$
Transfert thermique avec la source chaude	$-q_C = 200 \text{ kJ.kg}^{-1}$
Travail utile du compresseur	$w_u = 54 \text{ kJ.kg}^{-1}$
Efficacité du cycle réel	$e = q_F/w_u = 2,7$
Efficacité de Carnot	$T_F/(T_C - T_F) = 3,5$

IV.3. Discussion

La manipulation des diagrammes (P, h) peut se pratiquer en classe de manière interactive. Avec le logiciel COOLPACK, on peut facilement montrer l'influence sur l'efficacité d'une compression non isentropique ou de pertes de charge indésirables. On peut aussi discuter l'importance du choix du fluide qui doit, aux températures de travail voulues, présenter des pressions de condensation et d'évaporation accessibles à un compresseur (quand on trace le cycle du congélateur précédent en prenant l'eau comme fluide caloporteur, on trouve un taux de compression de l'ordre de 200!).

Conclusion — Les diagrammes (P, h) peuvent être utilisés dans de nombreux contextes. Ils sont complémentaires aux calculs que l'on peut mener en modélisant les phases gazeuses par des gaz parfaits et les phases condensées par des milieux incompressibles et indilatables. Leur utilisation régulière devrait contribuer à conforter les objectifs de formation définis dans le programme officiel :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

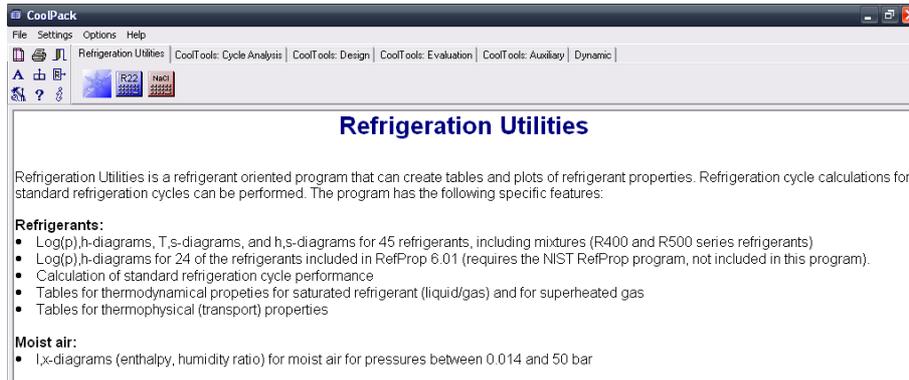
Annexe – Utilisation du logiciel COOLPACK

Tous les diagrammes ont été tracés avec le logiciel libre COOLPACK développé par l'Université Technique du Danemark (DTU). La version 1.50 est téléchargeable à l'adresse :

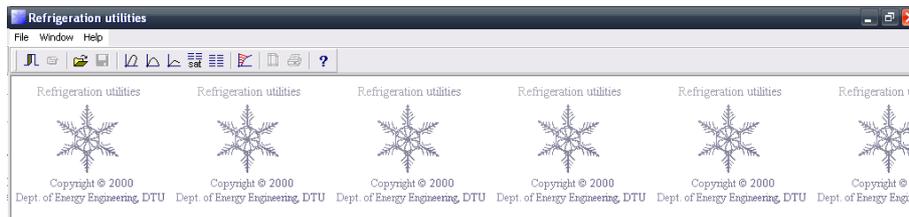
<http://en.ipu.dk/Indhold/refrigeration-and-energy-technology/coolpack.aspx>

Mode d'emploi succinct

- Fenêtre d'accueil **coolpack** :



- Cliquer sur l'icône en forme de flocon 
- La fenêtre **refrigeration utilities** s'ouvre alors :

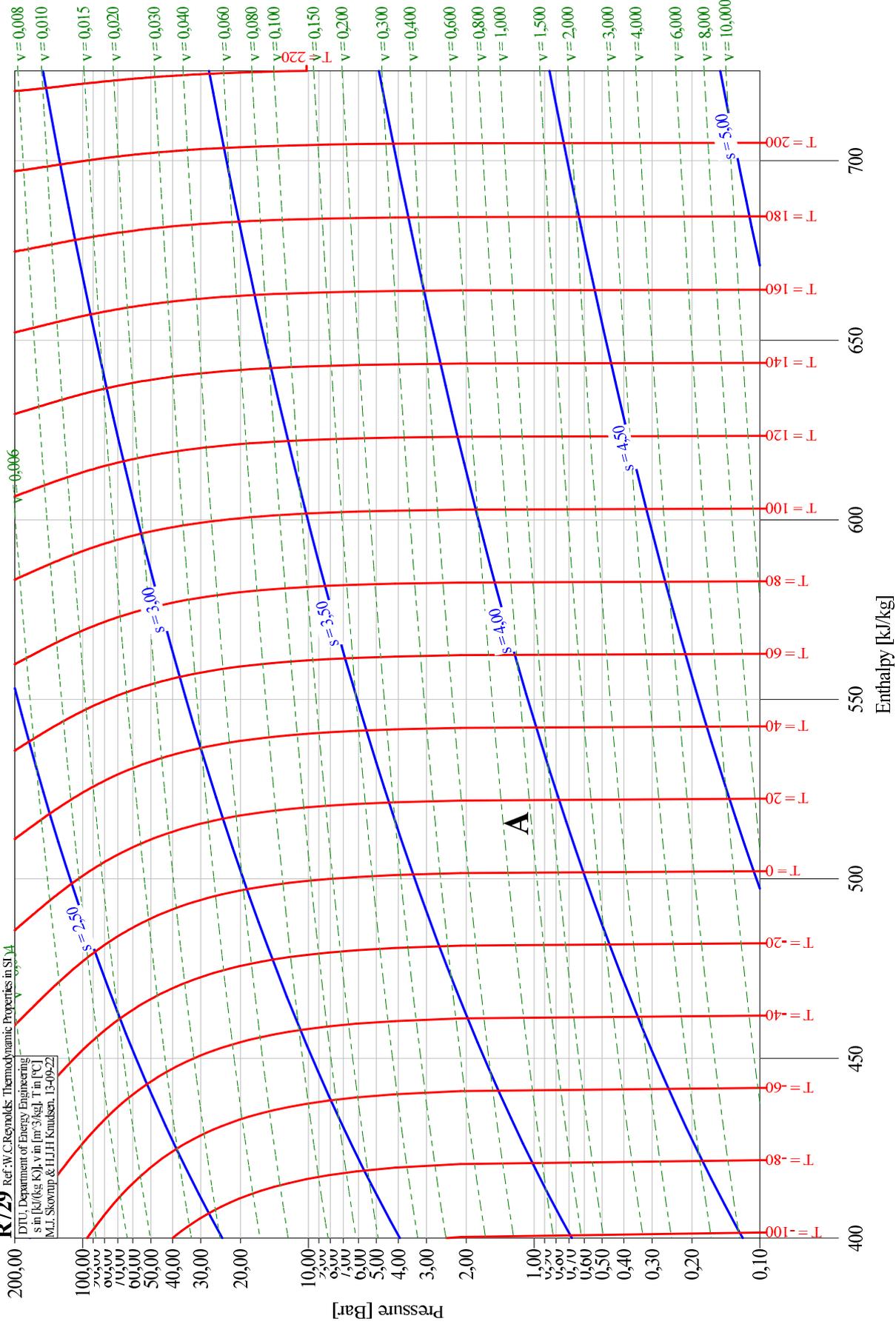


- Cliquer sur  pour sélectionner les diagrammes (P, h).
- Une boîte de dialogue s'ouvre et permet de choisir le fluide et le domaine de valeurs étudié.
- Quand on déplace le pointeur sur le diagramme, les valeurs de T, P, h, v, s, x s'affichent en bas de la fenêtre ce qui permet de faire des relevés plus précis qu'une simple lecture.
- Pour tracer un cycle frigorifique, cliquer sur  et remplir les champs <evaporating temperature>, <condensing temperature>, <superheat>, <subcooling> (valeur positive attendue). Si on souhaite utiliser un compresseur non idéal, il suffit de choisir une valeur du coefficient *isentropic efficiency* qui détermine le rapport $w_u^{\text{idéal}}/w_u^{\text{réel}} \in [0, 1]$.
- Pour afficher les caractéristiques d'un cycle (q_F, w_u , efficacité notée COP,...), cliquer sur l'icône rouge .

Air

R729 Ref: W.C. Reynolds: Thermodynamic Properties in SI

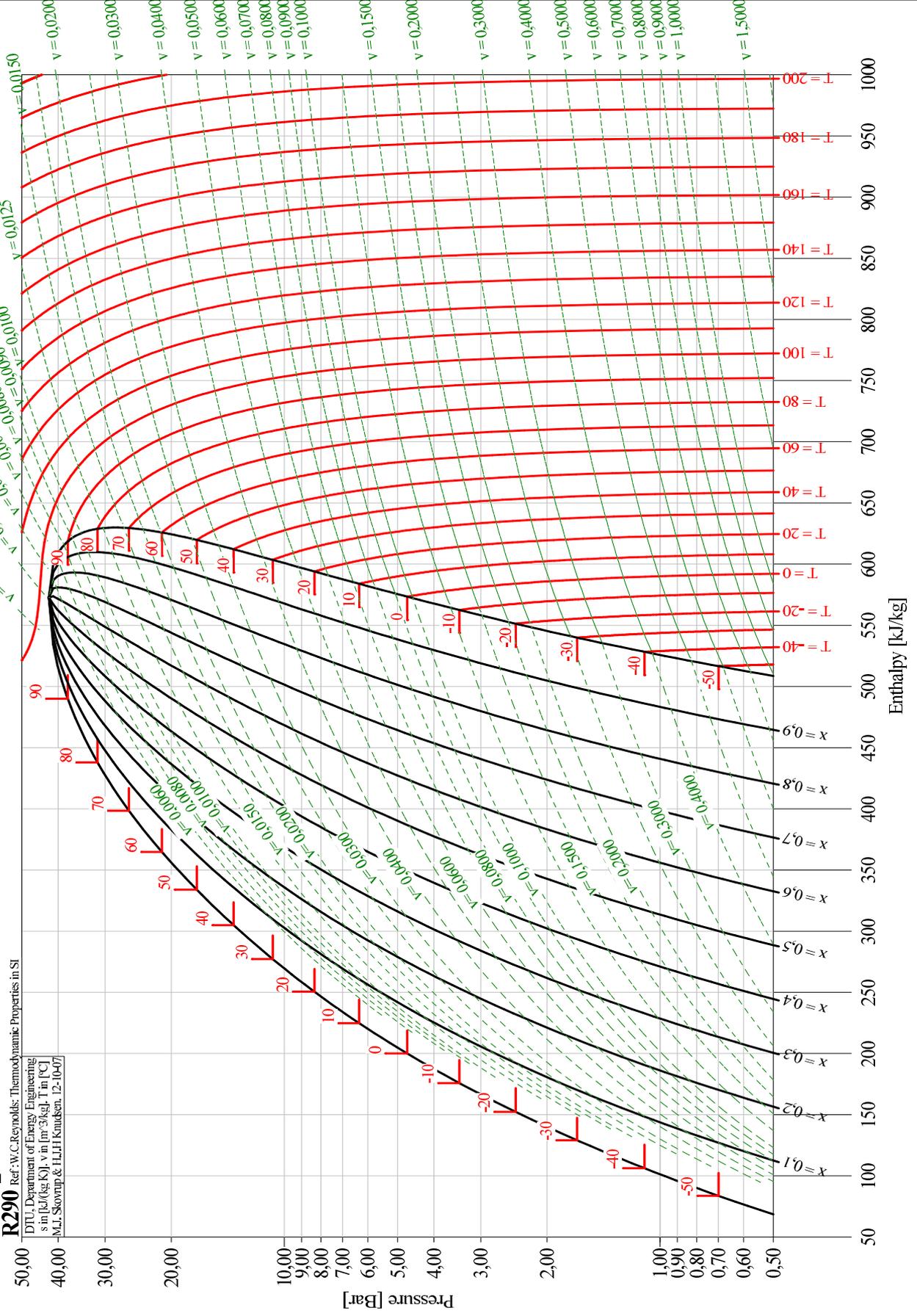
DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg·K)], v in [m³/kg], T in [°C]
M.L. Skovrup & H.H.H. Knudsen, 13-09-22



Propane

R290 Ref: W.C. Reynolds: Thermodynamic Properties in SI

DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg·K)], v in [m³/kg], T in [°C]
M.L. Skovrup & L.L.H. Knudsen, 12-10-07



R134a CH2FCF3

R134a Ref: D.P. Wilson & R.S. Ekeel, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.

DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg·K)], v in [m³/kg], T in [°C]
M.L. Skovrup & H.L.H. Knudsen, 12-10-07

