

LP17 RAYONNEMENT D'EQUILIBRE THERMIQUE. CORPS NOIR

19 mai 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

- **2017** : Les bilans radiatifs doivent être traités de manière rigoureuse.
- **2015** : Cette leçon ne doit pas se réduire à énoncer des lois historiques sans aucun élément de démonstration.
- **2014** : Le/la candidat(e) doit être capable de faire le lien entre la définition du corps noir énoncée pendant la leçon et les exemples choisis pour l'illustrer. S'il/elle choisit de ne pas en faire la démonstration, le/la candidat(e) doit être capable de donner l'origine des différents termes de la loi de Planck et savoir l'énoncer correctement en fonction de la fréquence et de la longueur d'onde.
- **2010** : L'intérêt de la notion de corps noir, et son lien avec celle de rayonnement d'équilibre, doivent apparaître clairement. Des bilans radiatifs dans des situations concrètes permettent alors de mettre en oeuvre cette notion. Les lois de base du rayonnement thermique sont établies en situation d'équilibre ; il convient de s'interroger sur la validité de leur application à des situations hors-équilibre.
- **2002** : Cette leçon a donné lieu cette année à des illustrations intéressantes et démonstratives : mise en évidence du transfert thermique par rayonnement, principe du pyromètre à disparition de filament, . . .
- **2001** : Il convient de distinguer le « champ de rayonnement d'équilibre » du « corps noir ».

Bibliographie

- ✦ *Thermodynamique*, **Olivier et Gié**¹
- ✦ *Quantique*, **Perez**
- ✦ *Mécanique quantique 1*, **Aslangul**

- Définition des flux et démonstration radiation
- une belle définition du corps noir
- démo de Planck

Prérequis

- Thermodynamique
- Émission/absorption
- Électromagnétisme

Expériences



Table des matières

1	Emission, absorption et réflexion	2
1.1	Flux radiatifs	2
1.2	Equilibre thermique et équilibre radiatif	2
1.3	Lien entre rayonnement et énergie	2
2	Loi de Planck	3
2.1	Formule de Planck	3
2.2	Loi de Wien	4
2.3	Loi de Stefan	4
3	Modèle du corps noir	4
3.1	Application : détermination de la température de la Terre sans atmosphère	4
3.2	Application : détermination de la température de la Terre avec atmosphère	5

Introduction

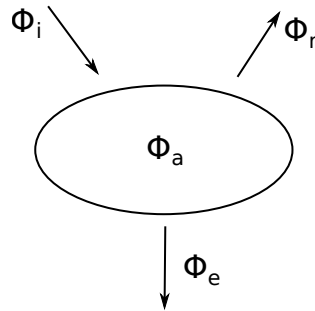
Une manip introductive avec un thermomètre ?

Vous avez déjà pu voir dans les précédentes leçon les échanges de chaleur par convection et par conduction. Néanmoins, ces deux modes de transport nécessitent un milieu pour se propager. Ils ne permettent donc pas d'expliquer comment la Terre est chauffée par le Soleil (par exemple). Nous allons donc nous intéresser à un nouveau type de flux qu'est le flux radiatif.

1 Emission, absorption et réflexion

✍ Olivier et Gié p459

1.1 Flux radiatifs



Afin de comprendre ce qu'il se passe en terme de rayonnement pour un corps, on définit :

- ϕ_e le flux surfacique sortant qui correspond à l'émission par rayonnement de l'extérieur
- ϕ_r le flux surfacique réfléchi qui correspond à la partie de ϕ_i qui est réémis
- ϕ_a le flux surfacique absorbé

Ainsi, le flux surfacique qui arrive sur le corps est :

$$\phi_i = \phi_r + \phi_a$$

et le flux partant :

$$\phi_p = \phi_r + \phi_e$$

Le flux que l'on considèrera donc lors des bilans est la flux radiatif défini par :

$$\phi_R = \phi_p - \phi_i$$

Ainsi, pour un corps transparent, $\phi_i = \phi_p$ et pour un corps opaque, $\phi_p = 0$.

1.2 Equilibre thermique et équilibre radiatif

On se placera dans cette leçon à l'équilibre thermodynamique. On supposera que le système que l'on considère est en contact avec un thermostat T_0 et que $T_S = T_0$.

L'équilibre thermodynamique impose $\Delta U = 0$ et donc $\phi_R = 0 \Leftrightarrow \phi_i = \phi_p$: il y a autant de flux arrivant que de flux partant. **L'équilibre thermodynamique implique l'équilibre radiatif**, la réciproque étant fausse.

1.3 Lien entre rayonnement et énergie

Afin de pouvoir déterminer la loi que suit le rayonnement d'un corps, on aimerait le mettre en lien avec son énergie qui peut elle même être déterminé à l'aide de la thermodynamique.

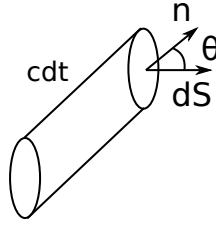
On se place toujours dans le cadre d'un équilibre thermodynamique donc :

$$\phi_i = \phi_p = \phi$$

Le rayonnement électromagnétique se faisant sur un spectre continu de longueur d'onde, on définit le rayonnement surfacique émis par cette longueur d'onde ϕ_λ .

L'énergie passant par une surface dS vaut :

$$dE = \phi_\nu d\nu dS dt$$



Afin de relier cette quantité à la densité d'énergie, on considère un cylindre qui correspond à l'arrivée d'énergie sous un angle θ . L'énergie passant par la surface dS vaut donc aussi :

$$dE = \int u_\nu d\nu c dt d\vec{S} \cdot \vec{n} \frac{d\Omega}{4\pi} = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} u_\nu c \cos \theta \sin \theta \frac{d\theta d\psi}{4\pi} dS dt = \frac{c}{4} u_\nu dS d\nu dt$$

En identifiant les deux expressions, on obtient finalement :

$$\phi_\nu(T, \nu) = \frac{c}{4} u_\nu(T, \nu)$$

Cette relation est très générale et s'applique dès que l'équilibre thermodynamique est vérifié.

Afin de connaître complètement la forme du rayonnement, il reste donc encore une chose à faire (et pas des moindres) : déterminer u_ν

2 Loi de Planck

✍️ Perez, MQ

2.1 Formule de Planck

En 1900, Planck propose pour la première fois une quantification des échanges entre la lumière et la matière sous la forme $E = h\nu$. Il en déduit grâce à cela l'expression de la densité volumique d'énergie :

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \times \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \times h\nu$$

avec la longueur d'onde :

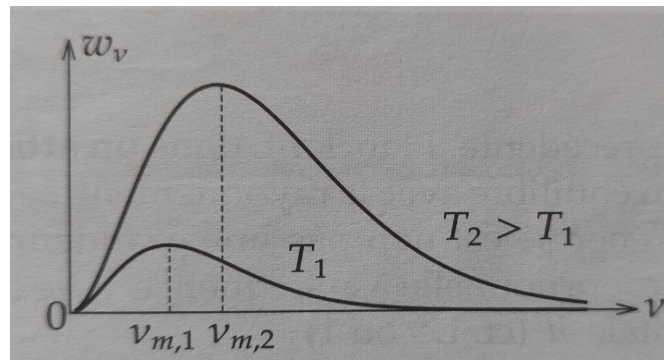
$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \times \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \times h\nu$$

Cette expression se décompose en trois termes :

- $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ est la densité de mode de vibration à la fréquence ν
- $\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$ correspond au nombre de photons occupant ces modes
- $h\nu$ est l'énergie d'un photon

Si on considère les cas limites de cette expression :

- A basse fréquence, $\frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$, on trouve $u_\nu \approx \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$ qui est la formule de Rayleigh-Jeans qui a pour inconvénient de diverger
- A haute fréquence, $u_\nu \approx \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$ qui est l'expression de Wien



Source : Quantique, Pérez

2.2 Loi de Wien

Comme on peut le voir sur la courbe, la densité d'énergie atteint son maximum pour une fréquence dépendant de la température. Il peut se révéler intéressant de connaître ce maximum car il permet de déterminer la bande dans laquelle le corps émet. Une simple dérivation de l'expression de Planck permet de trouver son maximum.

On trouve alors ce que l'on appelle la loi de Wien :

$$\lambda_{max}T = 2898 \mu m K$$

Exemple : le corps humain étant à environ 300K, il rayonne donc à des longueurs d'onde de l'ordre de $10 \mu m$, ce qui correspond à l'infrarouge. Le soleil, qui émet dans le visible ($\lambda \approx 0.5 \mu m$) est donc à une température d'environ 6000 K.

2.3 Loi de Stefan

Maintenant que l'on a correctement caractérisé la densité volumique d'énergie, on peut revenir à ce qui nous intéresse : le flux. Afin d'avoir le flux total, il va falloir intégrer sur toutes les longueurs d'ondes.

$$\phi_i = \phi_p = \int_0^{+\infty} \frac{c}{4} u(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$$

Avec $\sigma = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k_B^4}{h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} W.m^{-2} K^{-4}$ la constante de Stefan.

Nous avons jusqu'à maintenant développé une théorie qu'il va falloir à présent confronter à la pratique. Pour cela, nous allons avoir besoin d'une hypothèse : l'hypothèse du corps noir.

3 Modèle du corps noir

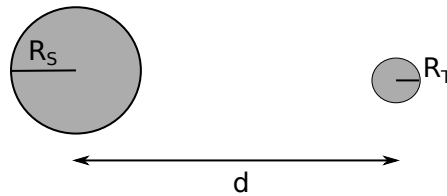
Le corps noir est défini comme un absorbeur idéal sur la totalité du spectre : tout le rayonnement incident est absorbé.

Cela se traduit par $\phi_i = \phi_a$. Autrement dit, ce flux partant est uniquement le flux émis car le flux réfléchi est nul ! On peut alors stipuler que la loi de Stefan s'applique au corps noir dans le sens où le flux partant d'un corps noir suit la loi de Stefan.

Dans la pratique, il n'existe pas de corps noir mais une cavité avec un trou est ce qui s'en rapproche le plus.

3.1 Application : détermination de la température de la Terre sans atmosphère

On va supposer que la Terre ainsi que le Soleil sont deux corps noirs à l'équilibre thermodynamique. Afin de faire les applications numériques, on précise : $R_S = 6.97 \cdot 10^5 km$, $d = 1.44 \cdot 10^{11} dm$ et $R_T = 6400 km$.



Afin de trouver la température de la Terre, on égalise le flux reçu et le flux émis :

$$P_e = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$$

$$P_r = 4\pi R_s^2 \sigma T_S^4 \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2}$$

En égalisant ces deux expressions, on trouve :

$$T_T = T_S \sqrt{\frac{R_S}{2d}} \approx 275K$$

On voit que la température trouvée est trop faible. En réalité, il faut aussi prendre en compte ce qu'on appelle l'albedo qui correspond à la fraction de rayonnement réfléchi par la Terre (et donc son écart au modèle du corps noir). Dans ce cas là, la puissance émise par le soleil n'est pas complètement absorbée, mais partiellement réfléchie, ce que l'on modélise par :

$$P_r = (1 - A) 4\pi R_s^2 \sigma T_S^4 \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2}$$

et :

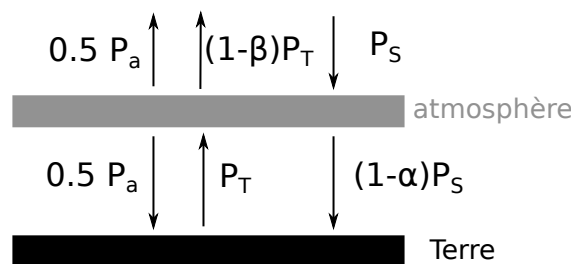
$$T_T = T_S \sqrt{\frac{R_S}{2d}} (1 - A)^{\frac{1}{4}} \approx 251K \text{ avec } A=0.3$$

On trouve une température trop basse car la température moyenne se situe aux alentours de 295K. Cela vient du fait qu'il faut prendre en compte l'atmosphère.

3.2 Application : détermination de la température de la Terre avec atmosphère

On suppose que l'atmosphère se comporte elle-aussi comme un corps noir. On suppose que de plus que l'atmosphère :

- absorbe une fraction α du rayonnement solaire
- absorbe une fraction β du rayonnement terrestre
- rayonne vers la terre et vers l'espace une fraction γ de la puissance P_a



Cela donne :

$$\alpha P_s + \beta P_T = 2\gamma P_a \text{ pour l'atmosphère}$$

$$(1 - \alpha) P_s + \gamma P_a = P_T \text{ pour la Terre}$$

En remplaçant les puissances à l'aide de la loi de Stefan, le calcul mène au résultat suivant :

$$T' = \sqrt{\frac{2 - \alpha}{2 - \beta}} \sqrt{\frac{R_S}{2d}} T_S$$

Avec par exemple $\alpha = 0.5$ et $\beta = 0.9$, on obtient $T' = 297K$. On voit donc que l'atmosphère réchauffe la Terre.

Conclusion

Méca Q

Questions

Dans la loi de Planck, on interprète maintenant la distribution de Bose-Einstein (terme numéroté 2 dans la leçon) comme dénombrant le nombre de photons. Mais si la notion de photon n'était pas encore établie à cette époque, qu'est ce qu'a dénombré Planck ? Quanta d'énergie échangés

Loi de Wien : comment est-elle utilisée en pratique, par exemple pour évaluer les fuites thermiques d'un bâtiment ?

Y a-t-il incompatibilité entre le fait qu'un corps noir émette un spectre continu et le fait qu'une étoile contienne des raies d'émission dans son spectre ? Non car absorption ensuite par les couches superficielles.

Le Soleil est jaune ; pourquoi on dit que c'est un corps noir ? équilibre thermodynamique local (chaque couche se comporte comme un corps noir), jusqu'à la dernière couche qui donne ce qu'on voit (photosphère)

Différence entre coefficient d'émissivité et émittance ?

Répartition de la température au sein du Soleil ?

Quelle hypothèse rajouter au modèle avec atmosphère pour pouvoir l'améliorer ?

Comment passer de la distribution d'énergie en fonction de la longueur d'onde à celle en fonction de la fréquence ?

Pourquoi un objet peut absorber toutes les fréquences alors que la matière est décrite par la MQ ? Pas un seul atome, mais BOCO d'atomes et donc densité d'états ENORME et alors continuum d'énergie

A priori pour que deux photons interagissent, il faut de la matière, est-ce toujours vrai ? A haute énergie, processus non linéaires qui permettent que des événements à proba très très faible de se produire

Un rayonnement qui n'interagit plus avec la matière ? Le fond diffus cosmologique (il n'a pas interagit depuis sa création)

Raisonnement de Planck : qu'est-ce qu'il dénombre (référence à la distribution de Bose-Einstein qui apparaît dans la loi de Planck, puisque la notion de photon n'est pas encore établie à cette époque ? Pourquoi un facteur 2 dans le dénombrement ? Comment l'expliquer simplement à des élèves ? Facteur 2 : projection de la polarisation du photon sur l'axe du spin, à l'époque on pouvait l'expliquer par le fait que toute polarisation est un CL de circulaire gauche et droite.

Définition mathématique d'une surface convexe ?

flux, quelles conventions ? dimension ? tous les flux sont positifs sauf le flux radiatif qui est algébrique (bilan) W/m²

démonstration de la loi de Planck en quelques lignes ? rayonnement = photons ; on dénombre les modes énergétiques et on multiplie par $h\nu$ et la distribution de Bose

aspect particulier du gaz de photon ? le nombre de particules n'est pas fixé (fluctuations du champ) ; on peut se ramener à potentiel chimique nul

- Emittance = flux lumineux émis par unité de surface
- Coefficient d'émissivité : rapport entre la puissance réellement émise et la puissance émise par un corps noir à la même température
- $u_\nu d\nu = u_\lambda d\lambda$ et $c = \frac{c}{\nu}$

Remarques

•