# LP19 – Bilans thermiques : flux conductif, convectif et radiatif

10 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

## Niveau : L2

## Bibliographie

| | |
|---|---|
| ✍ *Physique MP 2004*, **Dunod** | La base de pleins de gens |
| ✍ *Physique PC récent*, **Dunod** | exercie sur le plongeur |
| ✍ https://femto-physique.fr/physique_statistique/transfert-thermique.php | Peut toujours servir pour des petites AN. (tableau de comparaison élec thermique) |

## Table des matières

## Remarques sur les leçons précédentes

**2017** Il ne faut pas oublier de faire des bilans thermiques dans cette leçon qui ne consiste pas en un catalogue des divers flux.

**2016** Le jury attend un bilan mettant en œeuvre les divers types de flux. *Jusqu'en 2015, le titre était : Flux conductifs, convectifs, radiatifs, bilans thermiques.*

**2015** Le traitement d'au moins un exemple mettant en jeu plusieurs mécanismes de transferts thermiques est l'un des objectifs de cette leçon.

Le plan de Hroussille a l'air chouette mais je trouve pas son application de la cellule solaire... Regarde sur la leçon de Francis ils font aussi la cellule solaire AH oui chouette ils ont scan. Le plan de Benjamin est plutot bien aussi je trouve (+1 pour le tableau avec les flux pour les 3 modes) mais est-on obligé d'aller jusqu'à l'équation compliquée dans la première partie ? Je serais pour rester sur l'expression de conservation (comme les cléments) et après pour chaque mode essayer de définir un flux. (bon ça revient au plan de Hroussille jvpm). Après il y a la question du temps pour les applications : le plongeur j'aime moins mais on peut le construire au fur et à mesure

# 1 Généralités sur le transport de chaleur

## 1.1 Cadre de l'étude

✍ Diu p466

Puisqu'on étudie un phénomène de transport, on étudiera forcément des systèmes qui sont hors équilibre à l'échelle microscopique. Dans le cas contraire la température du système serait uniforme et les flux thermiques inexistants. Cependant il faut qu'on puisse définir une température $T$ en tout point de l'espace pour pouvoir étudier son évolution. On fait donc l'hypothèse suivante

L'équilibre thermodynamique local est réalisé si on peut découper le système en volumes mésoscopiques pouvant être considérés comme des systèmes à l'équilibre thermodynamique.

Les systèmes mésoscopiques doivent être suffisamment petits pour que notre approximation soit pertinente (sinon pas d'évolution continue) mais suffisamment grand pour pouvoir y faire de la thermodynamique. Dans cette hypothèse on peut donc associer à chaque point de l'espace (ou plutôt à chaque volume mésoscopique) des grandeurs thermodynamiques d'équilibre comme la température, la pression, la densité... C'est une approximation largement utilisée dans le cas de l'air atmosphérique. Elle est valable lorsque le temps de relaxation du système est très petit devant le temps de transport des grandeurs du système.

## 1.2 Bilans thermiques

✍ Sanz PC p128

Considérons donc un système $\mathbb{S}$ non isolé, qui ne peut échanger que de la chaleur avec l'extérieur ; soit $\Omega$ le domaine de l'espace qu'il occupe. La chaleur est échangée entre $\mathbb{S}$ et l'extérieur en traversant la surface fermée $\Sigma$ qui délimite le domaine $\Omega$. Soit $\Phi$ le flux thermique qui sort de $\Omega$ à l'instant $t$ en franchissant la surface $\Sigma$, c'est-à-dire la chaleur fournie par le système par unité de temps à l'instant considéré. Ce flux est algébrique : il est compté positivement si la chaleur est fournie par 1e système, négativement si elle est reçue. La variation $dU$, entre les instants $t$ et $t + dt$, de l'énergie interne du système est uniquement due au flux $\Phi$ :

$$\delta Q = -\Phi(t)dt$$

Pour décrire ces échanges, on va utiliser la notion de vecteur densité de courant. Pour cela, on note $d\vec{\Sigma}$ le vecteur infinitésimal surface associé à $\Sigma$. On rappelle qu'un tel vecteur a pour norme l'aire de la surface infinitésimale associée et est dirigé vers l'extérieur du volume. On peut alors définir le flux thermique précédemment introduit à travers cette surface, correspondant au nombre algébrique de particules entrant (ou sortant car algébrique) de cette élément de surface par unité de temps :

$$d\Phi(\vec{r},t) \,\widehat{=}\, \vec{j}(\vec{r},t)\cdot\overrightarrow{d\Sigma} \tag{1}$$

ce qui fait apparaître le vecteur densité de courant de thermique. Il correspond à un flux surfacique. Le caractère algébrique du flux est alors compris dans la définition du produit scalaire : si $\vec{j}$ est dans le même sens que $d\vec{\Sigma}$ alors le flux est positif (la chaleur est fournie) sinon il est négatif (la chaleur est reçue). On peut par ailleurs remarquer que lorsque le vecteur densité de courant est tangent à la surface, le flux est nul : c'est assez intuitif. En particulier, la puissance transférée $\mathcal{P}$ s'écrit

$$\mathcal{P} = \iint \mathbf{j} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$$

Pour étudier l'évolution de la température il faut relier ces flux à la variation de l'énergie. De manière générale, ce bilan peut être écrit :

$$dU = Pdt + \delta Q$$

- U est l'énergie interne que l'on va relier à la température
- P est la production volumique d'énergie. Elle peut venir d'un chauffage, de réactions chimiques, ect...
- $\delta Q$ correspond au tranfert thermique entre le système et l'extérieur

On se place dans un cadre unidimensionnel et on considèrera le système immobile et l'absence de terme de production volumique d'énergie. On supposera également l'évolution isochore. Dans ce cas là :

$$dU = S(j(x,t) - j(x+dx,t))dt$$

On trouve finalement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = 0$$

Or pour une phase condensée incompressible et indilatable ou un gaz parfait, on peut utiliser la capacité calorifique et en supposant l'évolution isochore, on trouve l'équation d'évolution de la température :

$$\rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = 0$$

On peut généraliser cette expression à un écoulement 3D :

$$\rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\overrightarrow{j_Q}\right) = 0$$

**Remarque :** dans le cas d'une évolution isobare, utiliser l'enthalpie et la capacité thermique à pression constante.

On peut remarquer qu'en régime stationnaire, le flux thermique est conservatif (son flux total à travers une surface fermée est nul). Il reste finalement qu'à expliciter les termes de flux et de puissance pour obtenir l'équation complète sur $T$ ! Ce sera le but de la leçon

Conditions aux limites : continuité du flux (voir Sanz p126 pour la démo).

# 2 Conduction

✍ Salamito p727, Femto, Salamito p757

## 2.1 Loi de Fourier

La conduction (ou diffusion) thermique est un mode de transport thermique sans déplacement macroscopique de matière. Ce transfert s'effectue de proche en proche des parties chaudes vers les parties froides, grâce à l'agitation thermique.

Citons quelques exemples que l'on rencontre au quotidien :

- le fer à repasser transfère de la chaleur aux tissus repassés par conduction ;
- la plaque électrique permet de chauffer une casserole d'eau par conduction ;
- la sensation de froid que l'on ressent au contact d'une règle métallique est produit par conduction thermique.

Joseph Fourier propose en 1822 une loi phénoménologique pour le vecteur densité de courant thermique.

$$\mathbf{j}_{\text{conduction}} = -\lambda\, \mathrm{grad}\, T$$

' avec $\lambda$ la conductivité thermique en $\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ spécifique au milieu dans lequel se déroule la conduction.

**Remarques**

- On retrouve que dans le cas où la température est uniforme il n'y a pas de flux : la réponse du système est fonction de l'écart à l'équilibre.
- Cette loi linéaire n'est valide que dans l'hypothèse de faibles gradients : on ne garde que le premier terme non nul du développement, le terme d'ordre 0 étant nul pour retrouver un flux nul à l'équilibre thermique.
- On considèrera souvent la conductivité thermique uniforme sur la plage de température utilisée, et dans le domaine du matériau utilisé.

| matériau | $\lambda$ à 300 K en $\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ |
|---|---|
| cuivre | $4,0.10^2$ |
| acier | $\simeq 50$ |
| verre | $\simeq 1$ |
| eau | $6,0.10^{-1}$ |
| air (sous $P = 10^5$ Pa) | $2,6.10^{-2}$ |

On remarque que la conductivité thermique des métaux est particulièrement élevée, c'est pour ça qu'ils nous paraissent froids au toucher : ils sont à la température de la pièce mais la conduction thermique de la main vers le métal est bcp plus efficace que celle vers l'air.

## 2.2 Equation de la chaleur

On a l'équation $\frac{\partial u}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ et $\mathbf{j}_{\text{conduction}} = -\lambda \operatorname{grad} T$. Il vient alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} - \lambda \Delta T = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} - \lambda \Delta T = 0$$
$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = 0$$

pour obtenir la dernière égalité on a simplement utilisé la définition de $\rho$ la masse volumique de $c$ la capacité thermique du milieu et la première loi de Joule. L'équation obtenue est appelée équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D \Delta T = 0$$

On reconnaît une équation de diffusion de coefficient $D = \frac{\lambda}{\rho c}$. Equation de la Chaleur // équation de diffusion. On définit la diffusivité thermique -> OdG.

☕

**Métaux et cristaux liquides**

✍ ⏲

Le petit dispositif de merde là avec le cristaux liquides qui deviennent verts pour comparer les conductivité.

## 2.3 Analogie électrocinétique : résistances thermiques

La résistance thermique est une notion très utilisée dans le bâtiment car elle indique le pouvoir isolant d'un matériau.

Imaginons un mur homogène d'épaisseur $e_1$ de conductivité thermique $\lambda$ soumis à un gradient thermique. Par ailleurs, admettons que le mur ait des dimensions suffisamment importantes devant son épaisseur pour considérer que le problème ne dépend que de la profondeur $x$. Le champ de température est alors noté $T(x,t)$. Une paroi est maintenue à la température $T_1$ et l'autre à la température $T_2$. En régime permanent, $\partial T/\partial t = 0$ de sorte que l'équation de la chaleur se ramène à

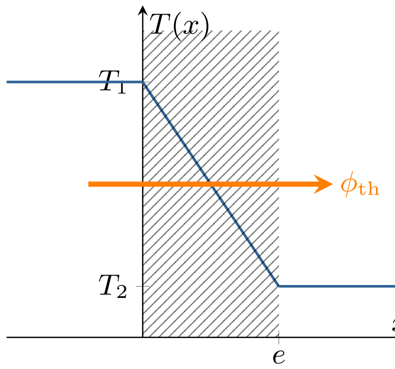
$$\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = C_1 \quad \Longrightarrow \quad T(x) = C_1x + C_2$$

Les conditions aux limites imposent

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0) = T_1 \\ T(e) = T_2 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_2 = T_1 \\ C_1 = \frac{T_2 - T_1}{e} \end{array} \right.$$

Finalement le champ de température varie linéairement avec la profondeur :

$$T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{e}x$$




Le champ de température étant déterminé on peut obtenir la densité de courant thermique ainsi que le flux thermique traversant le mur :

$$\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{th}}} = -\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\overrightarrow{u_x} = -\frac{\lambda\,(T_2 - T_1)}{e}\overrightarrow{u_x}$$

Le flux thermique qui traverse cette surface vaut

$$\phi_{\mathrm{th}} = \iint_{(\mathrm{S})} \overrightarrow{\jmath_{\mathrm{th}}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \frac{\lambda\,(T_1 - T_2)}{e}S$$

où $S$ est l'aire de la surface. Le flux thermique est alors proportionnel à l'écart de température entre les parois. La notion de résistance thermique découle de l'analogie que l'on peut faire avec l'électricité. De la même manière que la résistance électrique d'un conducteur ohmique est le rapport de la différence de potentiel imposée sur le flux électrique (intensité électrique) qui le traverse, la résistance thermique est le rapport de la différence de température sur le flux thermique :

$$T_1 - T_2 = R_{\mathrm{th}}\phi_{\mathrm{th}} \quad \text{avec} \quad R_{\mathrm{th}} = \frac{e}{\lambda S} \quad \left[\,\mathrm{K.W^{-1}}\right]$$

| Grandeurs | Électriques | Thermiques |
|---|---|---|
| Grandeur transportée : | charge $q$ | transfert thermique $Q$ |
| Flux : | intensité $I$ | flux thermique $\phi_{\mathrm{th}}$ |
| Densité de courant : | $\vec{\jmath}_{\mathrm{e}}$ | $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{th}}}$ |
| Conductivité : | $\gamma$ | $\lambda$ |
| Loi de la conduction : | $\vec{\jmath}_{\mathrm{e}} = \gamma\vec{E} = -\gamma\vec{\nabla}V$ | $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{th}}} = -\lambda\vec{\nabla}T$ |
| Gradient : | $U = V_1 - V_2$ | $\Delta T = T_1 - T_2$ |
| Résistance : | $R = U/I$ | $R_{\mathrm{th}} = \Delta T/\Phi_{\mathrm{th}}$ |

De part cette analogie avec la loi d'Ohm, il en découle les traditionnelles lois de composition des résistances :

- quand plusieurs milieux sont traversés par le même flux thermique on peut leur associer une résistance thermique équivalente

$$R_{\mathrm{eq}} = \sum_i R_i \quad \text{(résistances en série)}$$

- quand plusieurs milieux sont soumis à la même différence de température, on peut leur associer une résistance thermique équivalente $R_{\mathrm{eq}}$ telle que

$$\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad \text{(résistances en parallèle)}$$

**Exemple :**

Considérons un double vitrage constitué par deux lames de verre d'épaisseur $e$ séparées par une lame d'air statique d'épaisseur $e$. Notons $\lambda$ la conductivité du verre. Sachant que le verre est quarante fois plus conducteur que l'air, comparer la résistance thermique d'un double vitrage avec celle d'un simple vitrage.

Rép. - La résistance thermique d'un simple vitrage s'écrit $R_1 = e/\lambda S$. Dans le cas d'un d'un double vitrage il y a trois résistance en série :

$$R_2 = \frac{e}{\lambda S} + \frac{e}{\lambda/40S} + \frac{e}{\lambda S} = 42R_1$$

D'après ce calcul, on diminue d'un facteur 42 , les pertes thermiques en remplaçant un simple vitrage par un double vitrage.

## 2.4 Retour au plongeur

✍ Sanz que l'on n'a pas... mais benjamin est là !

Afin de ne pas se protéger du froid, les pongeurs utilisent des combinaisons de plonée. Un être humain tombe en hypothermie lorsqua'il apsse en dessous de la barre des $T_c = 35°$C. On considère un plongeur dans une eau à $T_e = 17°$C. On va supposer que la variation de température du plongeur soit assez lente pour se placer dans l'ARSQ. Pour cela, il faut vérifier que les temps typiques qui nous intéressent soient grand devant le temps de diffusion thermique. En considérent une combinaison de plongée d'épaisseur $e \approx 3mm$ et de coefficient de diffusion thermique $D \approx 10^{-7}$ m$^2 s^{-1}$. Cela donne $\tau_{th} \approx \frac{D}{e^2} \approx 1\,\text{min} \ll 1h$ qui est le temps typique d'une plongée. L'ARQS est donc vérifiée. On peut donc utiliser les résistances thermiques :

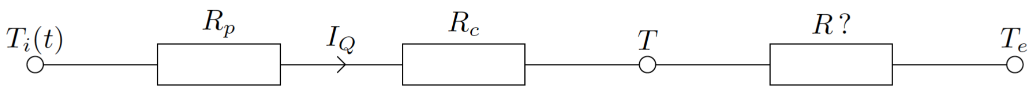



Schéma : circuit thermique équivalent avec le plongeur et la combinaison ; où $R_p$ est la résistance thermique du plongeur, $I_Q$ le courant d'énergie thermique, $R_c$ la résistance thermique de la combinaison, $T$ la température à la surface de la combinaison.

Pour cela, nous allons considérer que le plongeur est initialement à $T_i(t=0) \equiv T_0 = 37°$C et que sa résistance thermique est $R_p = 3,0 \times 10^{-2}$KW$^{-1}$. De ce qui a été dit dans la partie d'avant dans le cadre de l'ARQS, il est possible d'associer une résistance thermique à la combinaison : $R_c = \frac{e}{\kappa S}$. En prenant la surface du plongeur telle que $S = 1,3$ m$^2$ et la conductivité thermique de la combinaison telle que $\kappa = 4,4 \times 10^{-2}$Wm$^{-1}$ K$^{-1}$, on trouve $R_c \approx 5,2 \times 10^{-2}$ K W$^{-1}$

(c'est une approximation car le plongeur n'est pas un mur, quid de la résistance parachutée du plongeur ?).

*On a modélisé ce qui se passe dans la combinaison mais ça ne suffit pas. Comme dans le transport de particules, la diffusion ne suffit généralement pas à expliquer le transport*

☕

**Diffusion-Convection d'une tâche d'encre**

✍

On laisse une tâche d'encre diffuser dans de l'eau puis on remue.

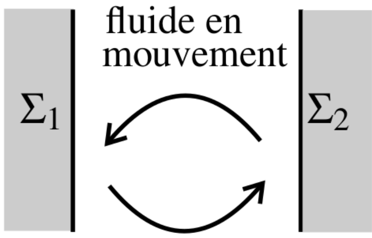
Pour le transport de la chaleur on a aussi un mode de convection possible !

# 3 Convection

✍ J'intègre MP p 23

## 3.1 Définition

La convection thermique met en jeu un fluide en mouvement. Le fluide passe d'un système à l'autre, reçoit de l'énergie du système chaud et cède de l'énergie au système froid. On a alors, contrairement au cas de la conduction, un couplage avec le transport de matière.




On distingue alors deux types de convections :

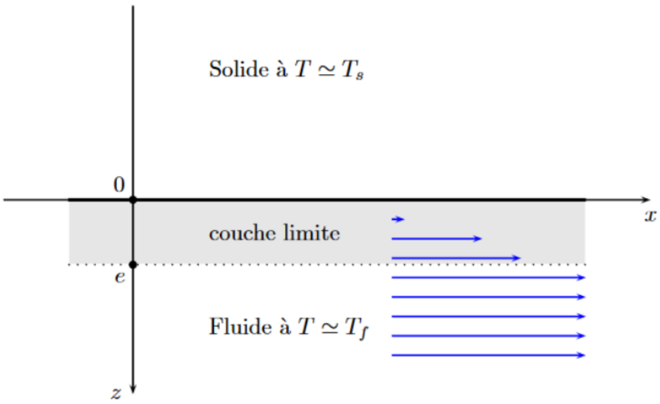
- La convection naturelle : le mouvement de fluide est provoqué par la différence de température elle-même. Par exemple, dans une pièce chauffée par le sol, l'air situé au niveau du sol, plus chaud donc plus léger que l'air situé au-dessus, tend à s'élever.
- La convection forcée : le mouvement de fluide est provoqué par une cause extérieure. Par exemple les circuits intégrés d'un ordinateur sont refroidis par transfert convectif à l'aide d'un petit ventilateur.

Du fait du transport de matière, ce mode de transfert fait apparaître un terme d'advection dans l'équation de la chaleur qui couple alors cette équation avec l'équation de Navier-Stokes. La résolution est alors périlleuse. On va se placer alors dans le cas d'un modèle simple : celui d'un solide en contact avec un fluide en mouvement.

## 3.2 Couche limite

✍ Salamito MP 2004 (mais je ne l'ai pas donc je vais faire sans)

Pour s'affranchir des complications non linéaires, nous allons considérer un modèle simple de conducto-convection rendu possible grâce à la notion de couche limite que vous avez déjà vue en mécanique des fluides. Supposons une paroi solide à la température $T_s$ et un fluide en mouvement par rapport à celle-ci à la température $T_f$. On suppose alors l'existence d'un couche limite bien délimitée d'épaisseur $e$ dont on considère qu'elle ne se déplace pas avec le fluide. Dans cette couche immobile on a alors un transfert thermique de type diffusif. Le rôle de la convection est alors pris en compte par le maintien de la température du fluide hors de la couche limite à une température homogène constante $T_f$. En ne considérant que les transferts transversaux à la paroi, le problème se ramène alors à un cas de conduction thermique entre deux extrémités portées à des températures $T_s$ et $T_f$ :




on sait alors résoudre ce problème simplement en utilisant la loi de Fourier :

$$\mathbf{j}_{\text{convection}} = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial z}\mathbf{e_z} \tag{2}$$

$$\mathbf{j}_{\text{convection}} = \frac{\lambda_f}{e}\left(T_s - T_f\right)\mathbf{e_z} \tag{3}$$

On obtient alors la loi de Newton :

$$\mathbf{j}_{\text{convection}} = h\,(T_s - T_f)\,\mathbf{n} \tag{4}$$

avec $h$ le coefficient de conducto-convection qui s'exprime en $W.m^{-2}.K^{-1}$ et $\mathbf{n}$ le vecteur normal à la surface considérée orienté par le bon sens (échange du corps chaud vers le corps froid). Même si on peut l'apprécier avec ce modèle simple de couche limite, cette loi reste phénoménologique. Notamment, le coefficient $h$ dépend de la vitesse du fluide, de sa nature et de l'état de la surface. Globalement, h augmente avec la conductivité du fluide, il est plus grand pour un liquide que pour un gaz et il est plus grand dans le cas d'un convection forcée :

| fluide | type de transfert | $h$ en W.m$^{-2}$.K$^{-1}$ |
|---|---|---|
| gaz | convection naturelle | 5 – 30 |
| | convection forcée | 10 – 300 |
| eau | convection naturelle | 100 – 1000 |
| | convection forcée | 300 – 12000 |
| métal liquide | convection forcée | 6000 – 110000 |

## 3.3 Application au double-vitrage

✍ Femto

Si on exprime le flux thermique dans le cas de la loi de Newton et d'une paroi plane on a :

$$\Phi_{conv} = \mathbf{j}_{\text{convection}} \cdot \mathbf{n}S = Sh\Delta T \tag{5}$$

on voit donc apparaître à nouveau une résistance thermique :

$$R_{conv} = \frac{1}{hS} \tag{6}$$

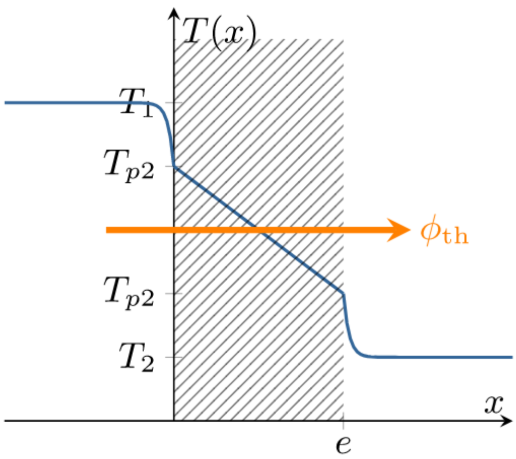
Et si on essayait de prendre en compte la convection dans le cas du double vitrage ? Calculons la résistance thermique pour 1 m$^2$ de vitre. On prend $h_1 = h_2 = 10\ \mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{K}^{-1}, \lambda = 1\ \mathrm{W}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ et $e = 4$ mm. La résistance thermique d'un simple vitrage vaut

$$R_1 = \frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_1 S} + \frac{1}{h_2 S} = 0,20\ \mathrm{K.W^{-1}}\cdot\mathrm{m^{-2}}$$

Alors que pour le double vitrage elle vaut

$$R_2 = 42\frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_1 S} + \frac{1}{h_2 S} = 0,37\ \mathrm{K.W^{-1}}\cdot\mathrm{m^{-2}} \simeq 2R_1$$

Comme on le voit, la présence de la convection change significativement les choses puisque les pertes thermiques ne sont réduits que d'un facteur deux au lieu de 42 trouvé précédemment !



*Si on veut être sérieux sur notre plongeur on doit donc prendre en compte ce mode de transfert !*

## 3.4 Retour sur le plongeur

✍ J'intègre PC

On a donc un flux supplémentaire entre la combinaison et l'eau qui s'exprime de la manière suivant :

$$\Phi = hS\,(T - T_e)$$

On voit donc apparaître une nouvelle résistance qui va venir s'additionner :

$$R_a = \frac{1}{hS}$$

Si on fait l'application numérique avec une valeur typique $h = 10\ W.m^{-2}$ on trouve $R_a \approx 7,7.10^{-2} KW^{-1}$. C'est donc loin d'être un phénomène négligeable !

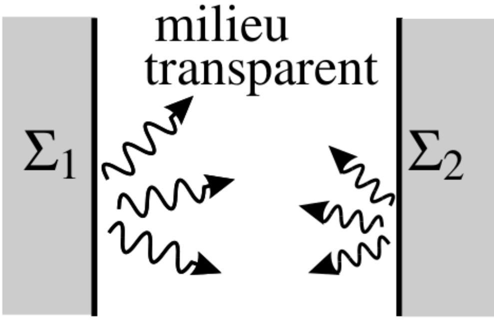
*Il y a un dernier type de transfert thermique que l'on a pas pris en compte, et qui explique notamment que le Soleil réchauffe la Terre sans support matériel ce flux thermique. C'est le rayonnement*

# 4 Rayonnement

✍ J'intègre

## 4.1 Rayonnement d'équilibre thermique

Le transfert thermique radiatif ou rayonnement thermique a lieu entre deux systèmes de températures différentes séparés par un milieu transparent (pouvant éventuellement être le vide), c'est le cas du Soleil et de la Terre.




Lorsque les corps interagissant à distance sont à l'équilibre thermodynamique (et donc a fortiori à l'équilibre radiatif) avec leur environnement, la densité volumique d'énergie du rayonnement qu'ils émettent est donnée par la loi de Planck :

$$u_\lambda(\lambda, T) = \underbrace{\frac{8\pi}{\lambda^4}}_{\text{densité volumique de modes}} \times \underbrace{\frac{hc}{\lambda}}_{\text{énergie d'un photon}} \times \underbrace{\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}}_{\text{statistique de Bose-Einstein}} \tag{7}$$

A partir de cette expression, on peut montrer que cette densité volumique d'énergie admet un maximum en $\lambda_{max}$ qui dépend uniquement de la température (en même temps c'est la seule variable) :

$$\lambda_{max} T \approx 2900 \ \mu m.K \tag{8}$$

C'est la loi de Wien. A partir de celle-ci, on peut lier la température d'un corps à sa couleur perçue. C'est comme ça que l'on sait que les étoiles bleutées sont plus chaudes que les étoiles rougeâtres. Réciproquement, en connaissant la température du corps on peut en déduire sa longueur d'onde d'émission maximale :

- Corps humain : $T \sim 300$ K $\Rightarrow \lambda_m \sim 10\mu$m (dans l'IR). C'est pour ça que l'on peut détecter les corps avec les caméras infrarouges !
- Soleil : $T \sim 6000$ K $\Rightarrow \lambda_m \sim 0.5\mu$m (dans le visible)

Toujours en repartant de la loi de Planck, on peut montrer qu'un corps à l'équilibre thermodynamique émet un flux surfacique donné par la loi de Stefan :

$$\phi = \sigma T^4 \tag{9}$$

avec $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m$^{-2}$ $\cdot$ K$^{-4}$ la constante de Stefan. Plus un corps est chaud, plus il émet un rayonnement énergétique. Avec cette loi on peut calculer la puissance surfacique du rayonnement solaire reçu sur Terre. On a :

$$\mathcal{P}_s = \sigma T_S^4 \tag{10}$$

En considérant le problème à symétrie sphérique, la conservation de l'énergie totale rayonnée impose :

$$\mathcal{P}_s 4\pi R_s^2 = \mathcal{P}_{s\to t} 4\pi d_{TS}^2 \tag{11}$$

avec $d_{TS}$ la distance séparant la Terre du Soleil et $\mathcal{P}_{s-t}$ la puissance surfacique reçue par la Terre de la part du Soleil. On a donc :

$$\mathcal{P}_{s\to t} = \sigma T_S^4 \left(\frac{R_s}{d_{TS}}\right)^2 \sim 1400 \ W.m^{-2} \tag{12}$$

ce qui est en très bon accord avec les valeurs expérimentales !

Pour simplifier les problèmes de rayonnement on fait souvent appel à la notion de corps noir. Il s'agit d'un corps qui absorbe tout le rayonnement (peu importe la longueur d'onde, ou la direction). Il émet en retour son propre rayonnement. Il est caractérisé, comme tout corps à l'équilibre thermodynamique, par sa température $T$.

*Et si on essayait de prendre en compte ce dernier mode de transport pour notre plongeur ?*

## 4.2 Retour sur le plongeur

Afin d'y parvenir on va sortir la modélisation du sale mais on est pas là pour concevoir des combi alors chillez un coup, c'est une leçon. On considère que l'humain et sa combinaison se réduisent à un corps noir de température $T$ (Btw c'est exactement ce qu'on fait avec le Soleil de dire que c'est la température de surface la température du corps noir et... ça marche bien) à l'équilibre thermodynamique[1] et que l'océan (ou la mer jsp) est aussi un corps noir[2] à équilibre thermodynamique mais à la température $T_e$. Si on applique les lois de Stefan, on a un flux surfacique total entre l'eau et la combinaison :

$$\phi = \sigma(T_e^4 - T^4) \tag{13}$$

Si de surcroît on suppose $\Delta T << T$ (on a qu'un ordre de grandeur de différence mais on ne vit qu'une fois) on peut alors écrire après un développement limité à l'ordre shlag :

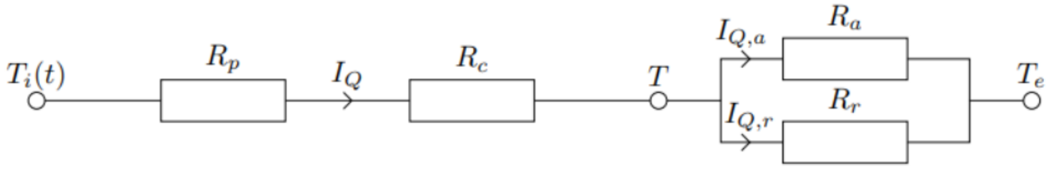
$$\phi \approx 4\sigma T_e \Delta T \tag{14}$$

si on considère une géométrie plane toujours, cela revient donc à l'ajout d'une autre résistance thermique :

1. Eh oui même s'il est en contact avec de l'eau à une température différente, c'est notre plongeur on fait ce qu'on veut
2. Pourquoi corps noir pour l'eau ? Juste pour interdire les réflexions qui reviendraient sur la combi mais c'est tout sinon on s'en fout

$$R_r = \frac{1}{4S\sigma T_e^3} \approx 1,4.10^{-1} W K^{-1} \tag{15}$$

On a donc au finale le circuit complet :




Le flux total est donc relié à la différence de température selon :

$$\Phi_{tot} = \frac{T(t) - T_e}{R_{eq}} \tag{16}$$

avec $R_{eq} = R_p + R_c + \frac{R_a R_r}{R_a + R_r} \approx 1,3.10^{-1} W K^{-1}$ . On peut donc finalement calculer au bout de combien temps le plongeur sera en hypothermie. Pour cela, on considère une plongeur de m = 75 kg, donc la capacité massique vaut environ $c_M \approx 3,5.10^3$ J.K$^{-1}$ kg$^{-1}$. Le corps humain se réchauffe bien entendu et on a donc de la création d'énergie thermique par unité de temps donc une puissance $P = 120W$. On a donc :

$$\frac{T(t) - T_e}{R_{eq}} dt = P dt - m c_m \frac{dT}{dt} dt$$

D'où, avec $\tau = m c_m R_{eq}$ et $T_\infty = P R_{eq} + T_e$, on trouve :

$$T(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On peut donc trouver le temps que mettrait le corps à atteindre la température critique $T_c$ et on trouve environ 6.5 heures ! C'est un ordre de grandeur tout à fait réaliste (bien que je ne trouve rien sur internet, je crois le Sanz)

# Conclusion

| | Conduction | Convection | Rayonnement |
|---|---|---|---|
| loi locale | $j_Q = -\lambda grad T$ | $\overrightarrow{j_Q} = h\,(T_1 - T_2)\,\vec{n}$ | $\overrightarrow{j_Q} = \sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)\vec{n}$ |
| Résistance | $\frac{L}{\lambda S}$ | $\frac{1}{hS}$ | $\frac{1}{4\sigma S T^3}$ pour des faibles écarts |

(17)

# Remarques

"démo" microscopique de Fourier dans le Pérez de thermo p187.