Agrégation physique – ENS de Lyon – 2019-2020

27 juin 2020

LP20 - Conversion de puissance électromécanique

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

27 juin 2020

Bibliographie

→ BUP 846, "Actualisation des connaissances sur les moteurs électriques"
→ http://lnspe2.fr/Cours_Phys/CP02.pdf cours ulm
→ Magnétisme, Statique, induction et milieux : Statique, induction et milieux, **Garing** pour le haut-parleur
→ Machines électriques, **Niard** (je n'avais pas la ref, mais askip bien pour les odg)
→ Précis d'électrotechnique, **Bréhat** base des parties II et III, très bien
→ Electrotechnique IUT, **Palermo** (je n'avais pas la ref, mais askip bien pour les avantages vs inconvénients des machines)
→ Electronique II, **HPrepa** (je n'avais pas la ref, mais askip bon complément au Précis)
→ Petite anim Laplace
— http://l2ep.univ-lille1.fr/pagesperso/francois/files/ITEEM1_02_mcc.pdf
— Spire de Frager pour le moteur asynchrone ? https://fr.wikipedia.org/wiki/Spire_de_Frager

Pré-requis :

→ Induction : loi de Lenz
→ Force de Laplace
→ Électrocinétique : composants usuels.

Commentaires du jury

- 2016 : Afin de pouvoir aborder des machines électriques de forte puissance, le rôle essentiel du fer doit être considéré car les forces électromagnétiques ne se réduisent pas aux seules actions de Laplace s'exerçant sur les conducteurs traversés par des courants.

- 2015 : Il est souhaitable de préciser le rôle de l'énergie magnétique lors de l'étude des convertisseurs électromécaniques constitués de matériaux ferromagnétiques linéaires non saturés.
- 2014 : Dans le cas des machines électriques, les candidats sont invités à réfléchir au rôle du fer dans les actions électromagnétiques qui peuvent également être déterminées par dérivation d'une grandeur énergétique par rapport à un paramètre de position.
  Jusqu'en 2013, le titre était : Conversion de puissance électromécanique. Exemples et applications.
- 2011, 2012, 2013 : Dans cette leçon, le plus grand soin dans la définition des orientations et des conventions de signe s'impose. Les applications doivent occuper une place significative dans la présentation. Ce ne sont pas les machines de technologie complexe qui illustrent le mieux les idées en jeu. Les notions de base sur l'induction sont supposées connues.
- 2008 : Cette leçon nécessite une bonne connaissance des machines présentées et de leurs applications.
- 2006 : Les principes élémentaires de l'induction ne sont pas correctement utilisés dans cette leçon qui nécessite un minimum de connaissance de la technologie des machines.
- 2005 : Il ne faut pas confondre force de Lorentz sur un porteur de charge et force de Laplace sur un conducteur. Toutes les grandeurs introduites doivent être algébriques ou vectorielles, ce qui nécessite de préciser les orientations et les bases de projection.
- 2004 : La conversion de puissance a donné lieu à des exposés purement descriptifs. Nous attendons une attitude de physicien, c'est-à-dire une justification des modèles simples proposés pour les machines à courant continu, par exemple avec les conditions d'algébrisation des grandeurs électriques et mécaniques introduites.
  Jusqu'en 2003, le titre était : Exemples de couplage électromécanique : haut-parleur électrodynamique, moteurs... Bilans énergétiques.
- 1999 : Les candidats doivent pouvoir donner le principe des moteurs électriques des différents types (à champ tournant, unipolaires, universels) ainsi que celui des générateurs électriques à courant continu ou alternatif. Il faut être particulièrement attentif aux signes dans cette leçon et ne pas omettre de mentionner des ordres de grandeur.
- 1998 : Il est essentiel de montrer l'importance des termes de couplage entre équation mécanique et équation électrique. Dans le bilan d'énergie global, il faut faire ressortir le rôle du champ magnétique et expliquer l'origine du bilan auxiliaire PLaplace + Pfem = 0.
- 1997 : Dans les bilans énergétiques, deux approches sont possibles : raisonner sur le circuit mobile seulement ou sur le système constitué du circuit et des sources de B. Dans le premier cas, un fait important est que le travail des forces de Laplace extérieures subies par le circuit mobile augmenté du travail de la force électromotrice d'induction dans ce circuit et dû à son déplacement seulement, est nul ; cela provient de la nullité du travail des forces de Lorentz au niveau microscopique. Une illustration expérimentale des exemples traités, haut-parleur ou moteur, s'impose.

Table des matières

1 Principe de la conversion électromécanique **3**
1.1 Présentation du haut-parleur 4
1.2 Bilan de puissance 4
1.3 Réversibilité 4

2 La machine à courant continu **5**
2.1 Présentation 5
2.2 Expression du couple 5
2.3 Machine réelle 6
2.4 Réversibilité 6

3 La machine synchrone **7**
3.1 Présentation 7
3.2 Équation du mouvement 7
3.3 Réversibilité 7
3.4 Bilan de puissance 8

Remarques générales : Francis, 07/05 : la leçon me paraît giga tendue en fait, peut-être qu'une approche avec la force $F = +\frac{\partial E_m}{\partial x}|_{i=cte}$ serait plus sympa... C'est fait dans le Dunod de PSI mais je vois pas trop ce que ça apporte, je pense pas que ce soit ce qu'on attende dans cette leçon. En dire quelques mots c'est à mon avis largement suffisant et moins risqué

Reste à faire : schéma du HP dans le garing

Introduction

> Expérience introductive : le train le plus simple au monde.

On explique que c'est parce qu'on a mis une pile, on a donc converti une puissance électrique en puissance mécanique !

Problématique : Comment l'induction est à la base de tout phénomène de conversion électromécanique.

1 Principe de la conversion électromécanique

Origine du mouvement du petit train : la pile forme un circuit fermé, qui alimente une bobine. Cette bobine crée un champ, qui n'est pas homogène au niveau des aimants, il y a donc une force, c'est elle qui fait avancer la pile.

Raisonnement qualitatif de l'induction pour le petit train : mouvement d'un moment magnétique dans une spire, donc une fem dans la spire, donc un champ magnétique induit. Celui-ci s'oppose au mouvement du moment magnétique (la boucle est bouclée).

1.1 Présentation du haut-parleur

Justifier le choix de ne pas faire les rails de Laplace : c'est un exemple vu en première année qui ne suscite aucune surprise des élèves en deuxième année. De plus la géométrie est variable, alors qu'ici on applique toujours les lois de l'induction à une spire en mouvement certes mais à géométrie fixe.

ref : http://agregation-physique.org/images/annales/2009/scp09.pdf (énoncé) et http://agregation-physique.org/images/annales/2009/ccp09.pdf (correction), mais surtout le Garing page 221

Étude qualitative :

- générateur impose tension, donc crée courant dans le circuit
- courant et champ magnétique donne force de Laplace
- Mouvement d'une spire dans un champ permanent : induction
- fem qui s'oppose à la tension imposée

On démontre les formules : $\vec{F}_{Lap} = -2\pi NaBi\vec{e}_x$ et $e_{\text{induit}} = 2\pi NaBv$, **en dessinant bien le schéma électrique équivalent**

On prend des frottements linéaire en rv pour que la puissance dissipée par le HP soit en v^2 (dans l'approximation acoustique la puissance est en $p_1 v \propto v^2$).

Transition : Voyons si ce système est efficace

1.2 Bilan de puissance

ref : Précis chapitre 3 page 123 c'est très bien fait

On calcule alors le rendement $\eta = \dfrac{< rv^2 >}{< ei >} = \dfrac{1}{1 + \frac{R<i^2>}{<rv^2>}} < 1$

Les pertes sont dues à la résistivité du matériau.

On montre aussi qu'on a $\mathcal{P}_{fem} + \mathcal{P}_{lap} = 0$ (cf page 123 du Précis), il faut expliciter la puissance de la force de Laplace (qui est nulle la force ne travaillant pas) s'appliquant aux porteurs de charges (vitesse $\vec{v} + \vec{v}_{\text{porteur}}$ et identifier chaque terme. Attention cela ne veut pas dire qu'il y a totale conversion (on a vu que le rendement est plus petit que 1).

Le champ électromoteur s'écrit en effet $\vec{E} = \vec{V} \times \vec{B}$ http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M07_G02/co/Module_M07G02_3.html

Transition : La formule montre bien qu'on a converti de l'énergie électrique en énergie mécanique. A priori les deux sens peuvent marcher

1.3 Réversibilité

ref : ? ? ?

C'est exactement le même principe pour un micro ! Expliquer alors les différences avec les impédances.

Dans les équations, au lieu d'avoir une tension générateur U, on aura un terme de force extérieure $f(t)$.

Transition : On a vu l'induction de Lorentz, voyons comment on peut utiliser l'induction de Neumann

2 La machine à courant continu

Précis page 127
Très bonne vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=LAtPHANEfQo

2.1 Présentation

Sur slide, présenter induit, inducteur, rotor, stator et l'entrefer. On se concentre pour l'instant sur un seul cadre métallique du rotor.

https://youtu.be/q4yZDYWMzJo?t=96 cette vidéo est pas mal. Comme je le vois on présente la vidéo (de 1 :36 à 2 :01) et on explique plus ou moins ce que le gars explique, mais en mieux (faudra sûrement la passer au ralenti).

Raisonnement qualitatif : courant dans champ B, rotation, variation du flux, fem induite qui réduit le courant

2.2 Expression du couple

Précis page 129

(F) Les calculs ont déjà été faits dans le I/, je ferais juste la résolution à la Gayvallet ici, en appallant cette partie "Détermination dui point de fonctionnement".

Bien préciser au début que l'on travaille avec une machine à excitation séparée et une machine parfaite dans un premier temps.

- L'inducteur créant un champ radial (Utilité du fer = Canalisation des lignes) de champ, on trouve la direction des forces de Laplace.
- Expression du couple exercé : $C = 2RIlB$ avec R le rayon du rotor et l la longueur du cadre. On peut jouer sur I et B pour modifier ce couple.
- fem induite dû au flux coupé qui change (Neumann). Pour gagner du temps on part de $\mathcal{P}_{fem} + \mathcal{P}_{lap} = 0$, trouve que $e_{\text{fem}} = 2RlB\Omega$ où Ω est la vitesse angulaire
- Schéma électrique : le courant est effectivement diminué
- On peut alors écrire l'équation du mouvement en charge, en prenant un compte un couple résistif Γ_r
- Tracer la courbe C et Γ_r en fonction de Ω en régime établi (page 134 Précis) → Python (on prend $\Gamma_r = k\Omega^2$ pour des frottements fluides)
- donner odg (cf BUP)

Remarque du Précis page 131 : l'induit est une spire parcourue par un courant, il y a donc un champ magnétique dû à l'induit. Celui-ci est en fait négligeable. De plus on néglige l'inductance propre de la spire (page 133).

Pourquoi faut-il absolument prendre deux circuits différents pour l'induit et l'inducteur ?

J'ai trouvé aucune ref sur les puissances nominales (on peut dire que c'est un équilibre pertes fer/cuivre, qu'on peut dessiner à la main.)

Gayvallet propose une autre approche : Un convertisseur électromécanique est un quadripôle. Il fait donc intervenir quatre variables, deux de nature électrique (U,I) (conjuguées l'une de l'autre) et deux de nature mécanique (ω,Γ) (également conjuguées l'une de l'autre). Définir un point de fonctionnement signifie déterminer ces quatre grandeurs. Il nous faut donc disposer de quatre équations. Deux sont issues de la modélisation du quadripôle, deux décrivent le couplage électrique alimentation–moteur et le couplage mécanique moteur-charge.

Voilà comment cela est régi au niveau de l'induit, avec I le courant le traversant et E la ddp dûe à l'induction : $\begin{cases} E = \Phi\omega \\ \Gamma = \Phi I \end{cases}$

En supposant Φ fixé, la ddp U de l'induit fixée et un couple extérieur constant $-C_r$, et à cela on ajoute une résistance dans le circuit induit, on obtient ces équations :

$\begin{cases} U = \Phi\omega + RI = cste \\ C = \Phi I = C_r = cste \end{cases}$

Ainsi on a tout pour déterminer les quatre variables. COmment faire ? On va supposer que l'on veut attendre un certain ω. Alors on trace dans un graphe U vs I, qui sont des droites de pente R et d'ordonnée à l'origine ω. On a supposé U constante, et I est également définie par $\Gamma = C_r$ = cste. Alors on peut déduire ω, cf. construction graphique. C'est ainsi que marche le système en mise en fonctionnement.

2.3 Machine réelle

Bilan énergétique :

— Puissance d'entrée : induit et inducteur $\mathcal{P}_e = U_{\text{inducteur}} I_{\text{inducteur}} + U_{\text{induit}} I_{\text{induit}}$

— Pertes par effet Joule $\mathcal{P}_{\text{Joule}} = R_{\text{inducteur}} I^2_{\text{inducteur}} + R_{\text{induit}} I^2_{\text{induit}}$

— Pertes collectives : frottements et pertes fer.

— Puissance utile : $C\omega$

Avec tout ceci on arrive en pratique à un rendement de 90%

Intérêt et limites : (Palermo p112)

— Vitesse de rotation facilement réglable

— Pas besoin de lancer la machine pour qu'elle tourne

— Plusieurs balais, qui s'usent relativement vite.

Transition : et son dernier avantage

2.4 Réversibilité

C'est le principe des dynamos.

Mesure de vitesse : génératrice tachymétrique (Hprépa p93-94 électronique II)

Transition :

3 La machine synchrone

Alors là on va pas se lancer dans les explications de comment ça marche le triphasé, ça n'a pas beaucoup d'intérêt. On va juste dire qu'on l'utilise pour créer le champ magnétique qui nous intéresse et que ce sera vu en TD.

3.1 Présentation

On ne considère que le cas simple où on prend une bobine (éventuellement 2 en face à face pour avoir un champ magnétique plus fort).

On montre avec la flexcam le moteur synchrone avec une boussole. Présenter alors le rotor, le stator, l'interaction entre le champ et l'aimant. https://www.youtube.com/watch?v=3A2IOzBKM5s.

3.2 Équation du mouvement

Précis page 189

$\vec{M} = M\cos\theta(t)\vec{u}_x + \sin\theta(t)\vec{u}_y$ et $\vec{B} = B\cos\omega t\vec{u}_x$ Le couple qu'exerce le champ sur l'aimant vaut $\vec{\Gamma} = \vec{M}\times\vec{B} = MB\left[\cos\omega t\sin\theta(t) - \sin\omega t\cos\theta(t)\right]\vec{u}_z = MB\sin(\theta-\omega t)\vec{u}_z$

L'équation du mouvement s'écrit alors, en négligeant les frottements

$I\ddot{\theta} = MB\sin(\theta-\omega t)$

Expérimentalement on voit que ne fonctionne pas très bien, puisque à 50 Hz ça ne marche pas, mais à basse fréquence oui.

Il faut alors prendre en compte un temps $\tau \simeq \sqrt{\dfrac{I}{MB}}$ l'établissement du régime permanent. À haute fréquence l'aimant n'a pas le temps de suivre le champ, le couple moyen s'annule $<\Gamma>_\tau = MB <\sin(\omega t+\theta_0)>_\tau = 0$ puisque

À basse fréquence on n'a plus ce souci, pour démarrer le moteur il faut alors soit

— Partir de basse fréquence

— Lancer le moteur

— Réduire la charge initiale (ce qui va réduire I)

On voit que la seule manière d'atteindre le régime permanent c'est d'avoir $\theta(t) = \omega t$

Quand on met une charge, elle s'equilibre avec le couple et on a en régime stationnaire $MB\sin(\omega t+\theta) = \Gamma_r$, qui se simplifie dans le cas d'un couple résistif constant en $MB\sin(\theta_0) = \Gamma_r$

Transition : Γ_r est algébrique, comme on l'a vu la conversion est réciproque !

3.3 Réversibilité

Fonctionnement en alternateur.

Faire le graphe de stabilité page 191 du Précis

Remarque du Précis page 187 : le signal n'est pas pur il contient des harmoniques impaires, mais de faible amplitudes pour un alternateur monophasé (c'est dû au champ magnétique linéaire qui est décomposé en une somme de deux sinusoïdes ω et $-\omega$, qui dans le référentiel tournant donne 0 et -2ω.

3.4 Bilan de puissance

— Puissance d'entrée : champ dans les bobines $\mathcal{P}_e = UI$
— Pertes par effet Joule $\mathcal{P}_{\text{Joule}} = RI^2$
— Pertes par frottements
— Puissance utile : $\Gamma_r \omega$

Avec tout ceci on arrive en pratique à un rendement de 90%

Intérêt et limites : (Palermo p211 et 234)

Conclusion

On va dans cette leçon comment traiter les problèmes de conversion de puissance électromécanique. Ces méthodes de conversion on l'a vu ont toute de très bon rendement car les transferts sont parfaits, c'est seulement d'un point de vue pratique qu'on trouve des impossibilités à avoir un rendement de 1 (pertes ohmiques et frottements).

Ouvertures possibles : la machine asynchrone, les piézo (`https://fr.wikipedia.org/wiki/Piézoélectricité`)

Commentaires pendant la prépa aux oraux

- Il faut insister sur la réversibilité de l'induction
- Il faut faire les schémas qualtitatifs de l'induction pour bien montrer qu'on a compris la loi de Lenz
- Il faut **absolument** faire à les schémas électriques équivalents à chaque fois pour bien mettre les conventions
- Forme plus générale de la force $F = -\dfrac{\partial E_m}{\partial x}$ ça prend en compte les effets du fer
- La réversibilité méca-élec est pas forcément évidente, ça peut être un message fort à faire passer
- Sur la MCC, bien lister les variables (les tensions sont couplées, les variables méca aussi). Ainsi on comprend bien l'intérêt de définir le point de fonctionnement. Ainsi quand on revient au point de fonctionnement, on sait qu'on doit avoir 4 équations et on y revient à chaque fois (même quand $U_m = cte$, faut le dire).
- Penser à jeter un oeil au MP35.

Questions

- **Quelle partie de la MCC crée le champ ? Comment se fait-il qu'on parle de forces de Laplace alors que les conducteurs ne sont pas dans le champ ?** Le stator
- **Pourquoi utilise-t-on des matériaux ferromagnétiques ? C'est le champ dans les matériaux ou dans l'entrefer qui est fort ? Dessiner des schémas équivalents des dispositifs utilisés, les orienter, etc.** Ferro pour canaliser les lignes de champ

- **vous avez dit que pour réduire les pertes par courants de Foucault on utilise "des matériaux de forte résistivité, par exemple des tôles de silice feuilletées" (trouvé dans le H-prépa), qu'est-ce qui est utile, l'aspect tôle, l'aspect feuilleté ou l'aspect silice ?** L'aspect feuilleté
- **si les moteurs électriques sont si fantastiques niveau rendement pourquoi on utilise encore des moteurs thermiques ?** il faut créer l'électricité avant de la convertir et puis assez coûteux d'entretien (MCC : frottement rotor-stator, composants...)
- **Pour les rails de Laplace, comment résoudre dans un référentiel centré sur la barre ?**
- **Fonctionnement d'une machine asynchrone ? Comment sont les lignes de champs dans la MCC ? Rôle du ferromagnétique dans la MCC ? Pourquoi y a-t-il des encoches dans le rotor de la MCC et pourquoi sont-elles inclinées ?**
- **Y a-t-il un intérêt à faire une étude de la MCC en régime non-stationnaire ?**
- **Lien force de Laplace/force de Lorentz ; que se passe-t-il au niveau micro ?**
- **Question sur les conventions d'orientation : est-ce que le signe de la fém ou du courant dépendent de l'orientation ? Est-ce que ça change quelques chose à la physique ?**
- **Comment calculer la fém autrement qu'à partir du champ éléctromoteur ?**
- **Que représente le point de fonctionnement du moteur ?**
- **Pourquoi on utilise des matériaux ferromagnétiques ? Laquelle de leurs caractéristiques leur donne cette propriété ?** (Canalisation des lignes de champs), (grande perméabilité magnétique)
- **Est-ce que l'on peut créer une MCC avec une moitié où existe un champ magnétique radial et une moitié avec un champ nul ? Dessiner les lignes de champs dans la MCC.**
- **La force de Lorentz est-elle valable dans un référentiel non-galiléen ?**
- **Différence moteur synchrone/asynchrone ? Applications ?** Le synchronisme comme le nom l'indique, et asynchrone pas du tout stable en vitesse ni en position, il faut lancer la machine synchrone. Synchrone : textile, alternateur, industrie quand besoin d'être précis en vitesse/position, asynchrone : ascenseur, propulsion des navires, pompes...)
- **Rails de Laplace : Choix de l'ampèremètre, caractéristiques ? Comment évaluer un Odg du courant théoriquement ?** Petit courant µA, à aiguille parce que c'est plus visible, et avec les numériques, on voit juste que cela s'affole.
- **D'où vient la résistance ? Rôle ?** Vient principalement du contact (couche d'oxydation, contact sur des pointes, etc...) et des contacts.
- **Quand on met du courant la tige bouge. Peut tu en dire plus ? (surtout pour le sens)**
- **Loi de Lenz : D'où cela provient ? Toujours valable ?** Forme intégrale de l'équation de Maxwell-Faraday. Pas toujours valable, si on rajoute un condensateur, déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre l'intensité et le courant donc l'effet peut s'ajouter à la cause.

Marche bien pour les moteurs car fortement inductifs.

- **Pourquoi le bilan de puissance est toujours généralisable ?** Puissance électrique UI totalement général et puissance des forces de Laplace ($jd\tau \times B$ en volume, $.\vec{v}$) et en volumique on peut écrire la P électrique aussi qui est avec le même produit mixte mais à une rotation prêt.
- **Avantage et Inconvénients de la machine à courant continu ?** On peut la démarrer à vitesse nulle (la machine asynchrone), en utilisation industrielle il n'y a besoin que d'une source d'alimentation. Très bon rendement.
  Il y a besoin de renverser le courant au moment de la ligne neutre, avec les balais : frottement solide en permanence.
- **Sources de pertes dans la machine à courant continu ? Corrections dans les termes de e et M** Couple mécanique résistif
  Terme en ω^2 car en général machine entraine un ventilo pour évacuer la chaleur.

Le petit train

→ `http://www.pegna.com/premiopegna/treno_elettrico.pdf` petit train (note "eddy current" c'est les courants de Foucault, vient de "eddy = tourbillon")
→ `https://www.youtube.com/watch?v=9k7zywli4Vg` video Physics Girl

Le "train électrique le simple au monde"

`http://www.pegna.com/premiopegna/treno_elettrico.pdf` (le calcul est fait avec trop de détail, ici on fait plein d'approximations.)

Justifier le choix de ne pas faire les rails de Laplace : c'est un exemple vu en première année qui ne suscite aucune surprise des élèves en deuxième année. De plus la géométrie est variable, alors qu'ici on applique toujours les lois de l'induction à une spire du solénoïde qui est fixe.

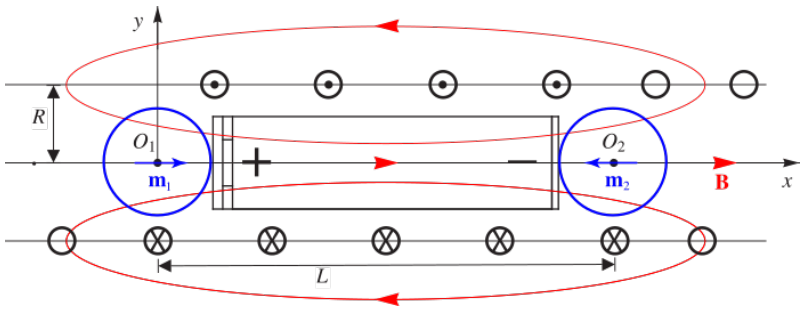

FIGURE 1 – Schéma du train

Première étape : Origine du mouvement initial
— On a une pile dans un solénoïde : on ferme le circuit, un courant circule dans la bobine, il y a un champ. On doit prendre en compte ici les effets de bords, pour ce

faire on **fait l'approximation** que le champ décroit linéairement quand on s'éloigne de la pile ($B = B_0$ au niveau de la pile, $B = \pm ax + cte$ en s'en éloignant).

— On a des aimants de moment m, un gradient de champ magnétique, on a donc une force. $F_1 = +m \cdot (+a)$ et $F_2 = -m \cdot (-a)$, ainsi une force totale $F = 2ma$.

— On néglige les frottements

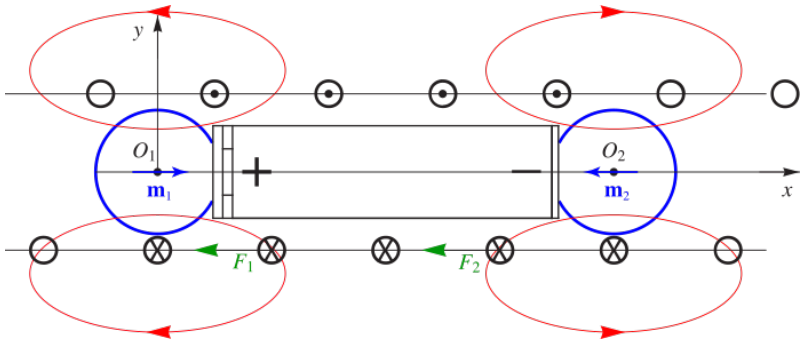

FIGURE 2 – Schéma de l'effet de l'induction

Deuxième étape : Induction

— Qualitatif : mouvement d'un moment magnétique dans une spire de surface S, donc une fem dans la spire, donc un champ magnétique induit. Celui-ci s'oppose au mouvement du moment magnétique (la boucle est bouclée)

— Entre t et $t + \mathrm{d}t$ le moment magnétique de gauche traverse $\mathrm{d}N = nv\mathrm{d}t$ spires de résistance r, donc $\mathrm{d}\phi = \mathrm{d}NSm/\mu_0$, puis $e_{\text{induit}} = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{nvmS}{\mu_0}$, puis le courant induit $i_{\text{induit}} = e_{\text{induit}}/r$ donne un champ magnétique $B_{\text{induit}} = \mu_0 n i_{\text{induit}} = -\dfrac{n^2 vmS}{r}$. Il faut bien entendu ici faire un schéma du circuit électrique en mettant la convention générateur à la fem.

— De la même manière on va considérer les effets de bords linéaires, en notant cette fois comme B_{induit} est proportionnel à la vitesse on a $\dfrac{\partial B_{\text{induit}}}{\partial x} = \pm bv$ (de sorte à décroître en norme loin de la spire). La force sur qui s'exerce sur le moment magnétique de gauche s'écrit donc $F^1_{\text{induit}} = -mbv$

— Par symétrie on a la même force pour F^2_{induit} (dipôle dans l'autre sens, donc courant dans l'autre sens, donc champ dans l'autre sens mais comme le dipôle est dans l'autre sens les signes se compensent).

— On a donc $F_{\text{induit}} = -2mbv$

Troisième étape : Équation du mouvement

— On applique le PFD au système { pile + moments magnétiques } de masse totale M

— $M\dot{v} = 2ma - 2mbv$

— On trouve alors une exponentielle qui sature vers $v_{\text{lim}} = \frac{a}{b}$, c'est cohérent avec la loi de Lenz !

Bilan énergétique

- $P_{fem} = e_{\text{induit}} \cdot i_{\text{induit}} = \dfrac{(nvmS)^2}{\mu_0^2 r}$
- $P_{\text{Force induit}} = -mbv^2$, pour poursuivre on va considérer $\dfrac{\partial B_{\text{induit}}}{\partial x} \simeq \dfrac{B_{\text{induit}}}{\sqrt{S}} = -\dfrac{n^2 vmS}{r\sqrt{S}}$
- Ça marche pas très bien en fait, vaut mieux garder tout ça pour les questions

Les pages suivantes sont tirées de "Électrotechnique, conversion de puissance PSI" Brenders (ed. Précis Bréal)

A. Rappels d'électromagnétisme

Dans ce premier paragraphe, nous rappelons quelques définitions vues dans le cours d'électromagnétisme[1], qui seront utiles à la modélisation d'un convertisseur électromécanique.

A.1. Force de Lorentz et force de Laplace

La loi de Lorentz donne l'expression de la force exercée sur une particule chargée en mouvement soumise à un champ électromagnétique constitué d'un champ électrique $\vec{E}$ associé à un champ magnétique $\vec{B}$.

Définition 1

Une particule de charge q, se déplaçant à la vitesse[2] $\vec{v}$ dans un référentiel d'étude $\mathcal{R}$, en présence d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$, est soumise à la **force de Lorentz** $\vec{F}_\ell$ telle que :

$$\vec{F}_\ell = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$\vec{F}_\ell$ force (N)
q (C)
$\vec{E}$ champ électrique (V.m^{-1})
$\vec{v}$ vitesse (m·s^{-1})
$\vec{B}$ champ magnétique (T)

Définition 2

Dans un milieu conducteur possédant une densité volumique de charges mobiles ρ_m se déplaçant à la vitesse d'ensemble $\vec{v}$, **la densité volumique de courant** $\vec{j}$ est donnée par la relation :

$$\vec{j} = \rho_m \vec{v}$$

$\vec{j}$ vecteur densité de courant (A·m^{-2})
ρ_m densité volumique de charges (C·m^{-3})
$\vec{v}$ vitesse (m·s^{-1})

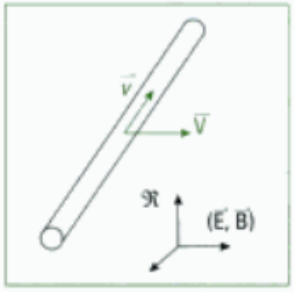

Fig. 1 – Portion de conducteur électrique mobile et placé dans un champ électromagnétique.

Nous pouvons, à l'aide de ces deux définitions, proposer une autre formulation de la force de Lorentz qui s'exerce sur une portion de conducteur placée dans un référentiel galiléen. Le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ sont définis dans le référentiel $\mathcal{R}$ comme le montre la figure 1. Les porteurs de charges se déplacent à la vitesse d'ensemble $\vec{v}$ par rapport au conducteur, tandis que celui-ci se déplace à la vitesse $\vec{V}$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$.

En notant ρ_m la densité de charges mobiles par rapport au conducteur et ρ_f les charges qui y sont fixes, nous avons :

$$\delta \vec{f}_\ell \text{ (charges fixes)} = \rho_f (\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) d\tau$$

$$\delta \vec{f}_\ell \text{ (charges mobiles)} = \rho_m (\vec{E} + (\vec{v} + \vec{V}) \wedge \vec{B}) d\tau.$$

En sommant ces deux équations membre à membre et en remarquant que $\rho_m + \rho_f = 0$ dans un conducteur électriquement neutre, nous obtenons alors :

$$\delta \vec{f}_\ell \text{ (résultante)} = \rho_m (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\tau = (\vec{j} \wedge \vec{B}) d\tau.$$

Nous obtenons dans cette dernière équation, l'expression de la densité volumique de la force magnétique, appelée force de Laplace :

$$\frac{\delta \vec{f}_\ell}{d\tau} = \vec{j} \wedge \vec{B}.$$

Dans le cas d'un conducteur filiforme, cette expression permet d'aboutir à la force élémentaire $d\vec{F}$ s'exerçant sur une portion $d\ell$ de ce conducteur, parcourue par un courant d'intensité I :

$$d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \wedge \vec{B}.$$

1. Nous restreindrons notre exposé à celui de l'électromagnétisme non relativiste.
Cette hypothèse est cohérente avec les systèmes décrits dans la suite.

2. Plus précisément, il s'agit de la vitesse *moyenne* des porteurs de charge de même type que la particule de charge q considérée.

A.2. Champ électromoteur dans un champ magnétique constant

Propriété 1

Une portion de conducteur, mobile à la vitesse $\vec{V}$ dans le référentiel d'étude $\mathcal{R}$, est le siège d'un **champ électromoteur** $\vec{E}_m$:

$$\vec{E}_m = \vec{V} \wedge \vec{B}$$

$\vec{E}_m$ champ électrique ($V \cdot m^{-1}$)
$\vec{V}$ vitesse ($m \cdot s^{-1}$)
$\vec{B}$ champ magnétique (T)

B. Conversion électromécanique de la puissance

B.1. Système électromécanique en mouvement de translation

Nous allons analyser à présent l'expérience des rails de Laplace, qui fut une expérience importante dans l'histoire de l'avènement des machines. Le dispositif étudié comprend deux rails parallèles dans un plan horizontal, conducteurs et distants de L. On place sur ceux-ci une tige mobile[1] conductrice NM. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme et constant :

1. Nous supposons ici que la tige glisse sans rouler.

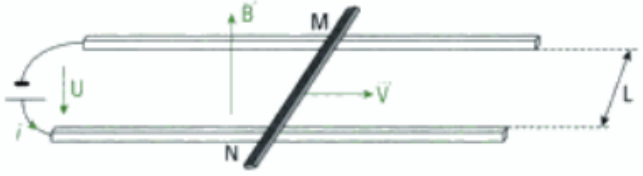

Fig. 2 – Dispositif des rails de Laplace.

B.1.1 – Bilan des puissances

Considérons un conducteur électrique dans lequel les porteurs[2] de charges sont des électrons de charge notée $-q$. En conservant l'hypothèse du champ magnétique constant et en notant que la barre se déplace à la vitesse $\vec{V}$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ lié au laboratoire, exprimons la puissance P de la force $\vec{f} = (-q(\vec{v} + \vec{V}) \wedge \vec{B})$ exercée sur les porteurs, qui se déplacent à la vitesse $\vec{v}$:

$$P = \vec{f} \cdot (\vec{v} + \vec{V}) = (-q(\vec{v} + \vec{V}) \wedge \vec{B}) \cdot (\vec{v} + \vec{V}) = 0.$$

En développant et conservant les produits mixtes non nuls, il vient :

$$P = (-q\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{V} + (-q\vec{V} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0. \quad (1)$$

Le premier terme de l'expression (1) de la puissance, $P_m = (-q\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{V}$ représente la puissance d'une force $\vec{F}_L = -q\vec{v} \wedge \vec{B}$ orthogonale au plan formé par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$: elle est donc colinéaire à $\vec{V}$. Cependant, les porteurs de charges sont liés au réseau cristallin qui constitue le conducteur mobile. Ils ne peuvent s'extraire de ce dernier. En contrepartie, d'après la troisième loi de Newton, le réseau cristallin exerce[3] la force $-\vec{F}_L$ sur les électrons. Par conséquent, la quantité de mouvement associée à $\vec{F}_L$ est *transférée* au réseau.

2. Dans les systèmes électromécaniques étudiés, les porteurs de charges mobiles sont des électrons de charge $-q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

3. Ceci rend compte des chocs des électrons sur le réseau cristallin.

Copyrighted material

Le bilan complet se traduira ainsi par un mouvement macroscopique du conducteur. Ce mouvement est dû à la force de Laplace[1]. On peut aussi dire qu'il y a eu transfert d'une *énergie de nature électrique* (associée au mouvement des porteurs de charges mobiles) en une *énergie de nature mécanique*: c'est la **conversion électromécanique de la puissance**.

Étudions à présent le second terme de puissance $P_e = (-q\vec{V} \wedge \vec{B})\cdot\vec{v}$ contenu dans (1). La force $-q\vec{V} \wedge \vec{B}$ est dans ce cas, dirigée selon l'axe du conducteur: elle met en mouvement les porteurs de charges et donne ainsi lieu à une puissance de nature électrique. Il convient de noter qu'il s'agit à nouveau d'un transfert d'énergie car $-q\vec{V} \wedge \vec{B}$ est une force due au mouvement mécanique de la tige. Il y a donc transfert de l'*énergie de nature mécanique* en *énergie de nature électrique*. C'est donc une conversion électromécanique de la puissance.

Cette étude pourrait sans difficulté être étendue à l'ensemble des porteurs de charges mobiles circulant dans le conducteur sans en changer les conclusions. Le bilan complet s'écrit alors:

$$\mathbf{P_m + P_e = 0.}$$

Cette équation résume ainsi la conversion électromécanique de la puissance ayant lieu à chaque instant, puisque $P_m = -P_e$. En d'autres termes, la puissance mécanique créée P_m provient de la puissance électrique $-P_e$ perdue par les porteurs de charges. Elle traduit en outre la conservation de l'énergie[2].

Pour conclure, il convient de noter que l'étude précédente s'appuie sur une étude microscopique des transferts de puissance. Elle illustre également, du point de vue macroscopique, une conversion d'énergie de nature électrique (fournie pas le générateur électrique) en une énergie de nature mécanique qui donne lieu au mouvement de la barre.

Remarques

– D'après le cours d'induction électromagnétique, un mouvement mécanique imposé à la barre engendre réciproquement l'apparition d'un courant induit dans le circuit fermé formé par les deux rails où le générateur est remplacé par une résistance. Dans cette situation, l'énergie mécanique fournie est transmise à la résistance sous forme d'énergie électrique. Il s'agit dans ce cas d'une conversion d'énergie mécanique en énergie électrique. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe B.1.3.

– Nous n'avons pas pris en compte la partie électrique de la force de Lorentz dans le calcul de P puisque le dispositif est supposé être placé dans une zone où le champ magnétique est constant dans le temps et où le champ électrique extérieur au circuit est nul.

– Dans le terme P_e, on voit apparaître le champ électromoteur $\vec{E}_m = \vec{V} \wedge \vec{B}$. Ceci permet de réécrire, pour l'ensemble du conducteur mobile, $P_e = e\cdot i$, avec e et i fléchées dans le même sens comme il est d'usage en induction électromagnétique.

B.1.2 – Modèle électrique du système des rails de Laplace

L'expérience des rails de Laplace illustre le principe du moteur électrique à courant continu. Dans ce cas, la source d'énergie électrique étant continue, la machine est dite à courant continu.

De plus, l'alimentation du circuit électrique est à l'origine du phénomène observé qui donne lieu, en présence de la source de champ magnétique, à un mouvement mécanique (la conséquence de l'alimentation électrique). Ainsi, nous dirons qu'*à l'échelle de l'observateur*[3], la conversion de la puissance s'est

1. Cela n'a rien d'étonnant puisque P_m s'identifie à la puissance développée par la force de Laplace dont nous avons établi l'expression (1) précédemment.

2. Cette équation ne signifie nullement qu'aucune partie de l'énergie électrique ou mécanique peut être perdue par effet dissipatif comme nous le verrons plus loin. Elle traduit seulement l'identité des énergies transférées entre le système mécanique et le système électrique.

3. Nous avons montré que le mouvement mécanique du conducteur donnait lieu à un transfert d'énergie mécanique en énergie électrique. Cet effet est, d'une part, non observable dans les conditions de l'expérience précédente.
D'autre part, il vient, en quelque sorte, contrer le transfert en sens inverse, sans pour autant le supprimer.
Comment l'interpréter de manière qualitative ? Il s'agit là d'un phénomène d'induction qui traduit la loi de Lenz. Il ne sera donc pas surprenant de trouver une force électromotrice induite dans le modèle électrique de cette machine.

Copyrighted material

effectuée à partir d'une énergie de nature électrique vers une énergie de nature mécanique : c'est le principe d'une machine électrique fonctionnant en moteur.

Concluons cette expérience en proposant un modèle électrique équivalent du conducteur mobile, qui nous servira ultérieurement pour le moteur à courant continu réel.

Comme tout conducteur ohmique, le conducteur mobile possède une certaine résistance R. D'autre part, il y a un champ électromoteur dont la circulation le long du conducteur NM donne naissance à une force électromotrice induite e (notée en abrégé f.é.m. par la suite). Le signe de la f.é.m. est défini par celui de la circulation[1] du champ électromoteur le long du conducteur mobile NM. Le modèle électrique[2] que nous pouvons proposer à ce stade du cours est représenté en figure 3.

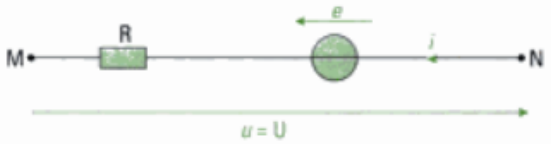

Fig. 3 – Modèle électrique équivalent du conducteur mobile NM pour le fonctionnement en moteur à courant continu.

B.1.3 – Modélisation de la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique par le système des rails de Laplace

Nous supprimons la source d'alimentation électrique U en la remplaçant par un galvanomètre (micro ampèremètre). Puis, en conservant la source du champ magnétique, nous décidons de déplacer, grâce à un système mécanique annexe, le conducteur mobile NM dans le même sens que celui observé dans la situation précédente. Nous observons alors l'apparition d'un courant électrique dans le galvanomètre.

Nous en concluons que l'énergie mécanique communiquée par le système annexe est ici convertie en énergie électrique. Il y a, à nouveau, conversion électromécanique de la puissance, mais cette fois, le transfert s'est effectué dans le sens opposé à celui mis en évidence pour le moteur à courant continu : la machine[3] fonctionne désormais en génératrice.

Pour donner le modèle électrique équivalent au conducteur mobile dans cette expérience, orientons le conducteur de M vers N afin d'obtenir une f.é.m. :

$$e = \int_{MN} \vec{E}_m \cdot \overrightarrow{d\ell} \text{ positive}^4.$$

Le courant induit d'intensité i étant orienté dans le sens de cette f.é.m., nous obtenons[5] :

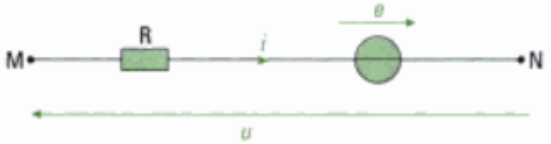

Fig. 4 – Modèle électrique équivalent du conducteur mobile NM pour le fonctionnement en génératrice à courant continu.

1. La circulation de N vers M de $\vec{E}_m$ donne une f.é.m. orientée du point N vers le point M.

2. Nous supposons dans notre modélisation l'inductance propre du conducteur NM négligeable ce qui est une hypothèse plausible.

3. Ainsi décrite, l'expérience ne permet pas de vérifier que le courant électrique est continu. Ceci ne sera d'ailleurs possible que si la puissance mécanique est constante dans le temps, ce qui suppose des conditions opératoires adéquates (force et vitesse de déplacement colinéaires et constantes par exemple).

4. Le signe est obtenu en calculant la circulation du champ électromoteur de M vers N, champ ici dirigé de M vers N.

5. La tension est fléchée conformément aux règles d'orientation données dans le cours de l'induction électromagnétique.

Copyrighted material