

LP21 INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

10 mai 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

- **2015** : L'algébrisation rigoureuse des grandeurs électriques et mécaniques est nécessaire lors de la paramétrisation.
- **2014** : Dans cette leçon, le plus grand soin s'impose dans la définition des orientations et des conventions de signe. Les applications doivent occuper une place significative dans la présentation. Il n'est pas admissible à ce niveau de confondre les forces de Lorentz et de Laplace.
- **2012-2013** : Il n'est pas nécessaire de traiter en détail les deux types d'induction.
- **2009** : Ce ne sont pas les machines de technologie complexe qui illustrent le mieux la leçon. Compte tenu du temps imparti, des choix restent à faire : le jury tiendra compte de leur pertinence . . .

Bibliographie

- ✦ *EM3*, **BFR**¹ → Tout le cours est dedans
- ✦ *Physique PC-PC**, **Tech& Doc** → Des exemples d'applications
- ✦ *Magnétisme*, *Garing* → D'autres exemples peut être un poil plus complexe

Prérequis

- Equations de Maxwell
- Potentiel vecteur et potentiel scalaire
- ARQS
- Electronique de base (bobine)

Expériences



Table des matières

1	Explication du phénomène d'induction	2
1.1	Cadre de l'étude	2
1.2	L'induction de Neumann	2
1.3	L'induction de Lorentz	2
1.4	Cas général	2
2	Applications	3
2.1	Chauffage à induction	3
2.2	Freinage par induction	3
3	Coefficients d'induction	4
3.1	Induction propre	4
3.2	Inductance propre d'une bobine	4
3.3	Inductance mutuelle	4
3.4	Application au transformateur	4

Introduction

1 Explication du phénomène d'induction

1.1 Cadre de l'étude

Dans l'étude proposée dans ce cours, nous nous intéresserons essentiellement à des circuits "petits", c'est-à-dire dans lesquels l'ARQS s'applique. De plus, nous parlerons essentiellement et courant de charge donc on supposera que l'on se place dans la cadre de l'ARQS magnétique. Cela implique plusieurs choses :

- On néglige de temps de propagation de l'interaction électromagnétique dans le circuit (ARQS)
- On considère que les sources de courant sont prépondérantes devant les sources de charge : $|\vec{j}| \gg \rho c$
- Il n'y a accumulation de charges

Les équations de Maxwell deviennent alors :

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

De plus, le modèle de Drüde nous donne une relation supplémentaire appelée loi d'Ohm locale :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

↓
On voit alors que un champ $\vec{B}$ crée un courant $\vec{j}$ qui lui même crée un champ $\vec{E}$. C'est ce que l'on appelle l'induction. On en distingue deux types.

1.2 L'induction de Neumann

On se place dans le cadre où le circuit est immobile mais le champ varie. On obtient donc avec l'équation de Maxwell-Faraday :

$$e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

e est appelé force électromotrice et Φ_B est le flux du champ magnétique à travers la surface délimitée par C .

1.3 L'induction de Lorentz

Supposons cette fois que dans le référentiel (R) galiléen lié au laboratoire, le champ électromagnétique est statique et uniforme. On considère maintenant un circuit de contour C bougeant à une vitesse rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{v}_e$ dans (R). On nomme (R') le référentiel dans lequel ce circuit est immobile. On se place dans un cadre non-relativiste ($|\vec{v}_e| \ll c$). (R') est aussi un référentiel galiléen et on veut donc que la physique dans les deux référentiels soit la même. On trouve donc que le champ électromagnétiques se transforme de la manière suivante :

$$\vec{E}_{R'} = \vec{E}_R + \vec{v}_e \wedge \vec{B}_R \quad \vec{B}_{R'} = \vec{B}_R$$

On remarque alors un champ électrique supplémentaire dû au mouvement du circuit. On observe donc un ddp supplémentaire valant :

$$e = \oint (\vec{v}_e \wedge \vec{B}_R) \cdot d\vec{l}$$

1.4 Cas général

Dans le cas général d'un circuit bougeant dans un champ magnétique variable, on peut toujours écrire $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ en prenant bien en compte que les bornes de l'intégrale dépendent du temps. On sait par linéarité des équations de Maxwell que dans ce cas :

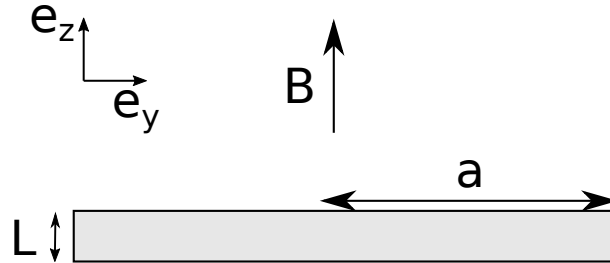
$$e = \oint (\vec{v}_e \wedge \vec{B}_R + \vec{E}_R) \cdot d\vec{l}$$

2 Applications

2.1 Chauffage à induction

✚ tout en un PSI-PSI* p.627*

On considère un cylindre de rayon a , de longueur L et de conductivité σ . On suppose qu'il est plongé dans un champ magnétique de la forme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$. Nous sommes donc dans le cadre de l'induction de Neumann.



On a $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \omega B_0 \sin(\omega t) \vec{e}_z$. Au vu des symétries du problème $\vec{E} = E(r) \vec{e}_\theta$, ce qui donne :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E = \omega B_0 \sin(\omega t)$$

Ce qui donne après intégration et utilisation de la loi d'Ohm :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{2} \sigma B_0 r \omega \sin \omega t \vec{u}_\theta$$

On voudrait savoir si la plaque chauffe, donc on calcule la puissance :

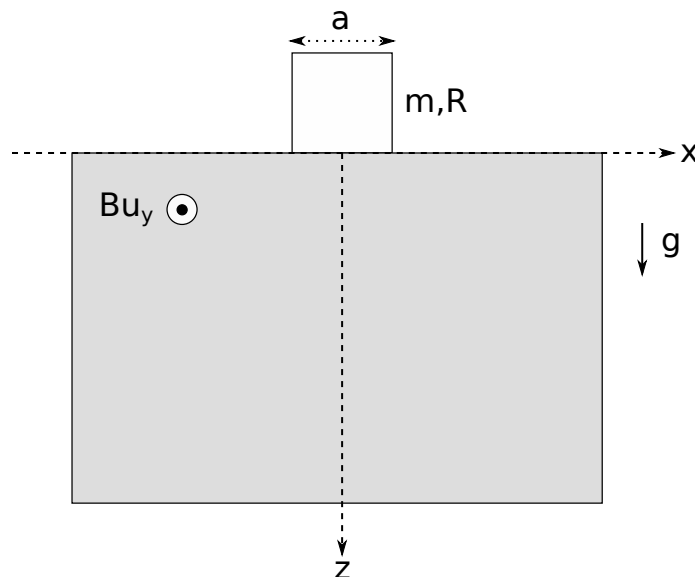
$$P = \int_0^a \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle 2\pi r L dr = \frac{\pi}{16} \sigma B_0^2 \omega^2 a^4 L$$

On a donc montré comment marchent les plaques à inductions. Le vecteur $\vec{j}$ calculé ici s'appelle "courant de Foucault". Les courants de Foucault sont les courants générés par induction (donc variation de champ magnétique). Ils permettent ici les dissipations par effet Joule dans la plaque et donc le chauffage de cette dernière.

Remarque : il est important de garder en tête que le calcul ici est en fait erroné : les courants de Foucault génèrent un champ magnétique qui est négligeable devant celui-là uniquement si $a \ll \frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}$, ce qui n'est pas forcément le cas. Il faut alors partir de $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ pour avoir le champ magnétique total.

2.2 Freinage par induction

On considère la chute d'un cadre de longueur a et de résistance électrique R . Le cadre rentre dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et constant. On se trouve donc ici dans le cadre de l'induction de Lorentz.



Pendant que le cadre rentre dans la champ magnétique, on a :

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -Ba\dot{z} \text{ et donc un courant } i = \frac{Ba\dot{z}}{R}$$

Ensuite, il faut calculer la force de Laplace qui s'exerce sur le cadre :

$$\vec{F}_L = -\frac{B^2 a^2 \dot{z}}{R} \vec{e}_z \text{ après intégration}$$

Finalement, on a avec le PFD :

$$\dot{v} + \frac{v}{\tau} = g$$

L'induction agit donc comme une force de frottement fluide qui ralentit le cadre. C'est ce que l'on appelle le freinage par induction.

Remarque : Il peut être intéressant dans cet exercice d'insister sur la direction du courant qui doit être tel que le champ qu'il génère s'oppose au champ $\vec{B}$ déjà présent. Cela permet d'illustrer la loi de Lenz.

3 Coefficients d'induction

3.1 Induction propre

L'inductance propre est définie comme $L = \frac{\Phi}{i}$. On remarque alors que la tension induite vaut $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$ en convention générateur, soit $e = Li$ en convention récepteur, ce qui est la loi qui a déjà été vue en élec. Introduire cette grandeur permet de relier les grandeurs d'élec entre elles afin d'établir des équations différentielles.

3.2 Inductance propre d'une bobine

On sait que pour N spires superposées, la valeur du champ magnétique en leur centre vaut :

$$\vec{B} = N \frac{\mu_0}{L} I \vec{e}_Z$$

Donc on trouve pour l'inductance propre :

$$L = \pi R^2 \frac{N^2}{L} \mu_0 \text{ pour N spires}$$

On compare ensuite avec la bobine posée sur la paillasse.

3.3 Inductance mutuelle

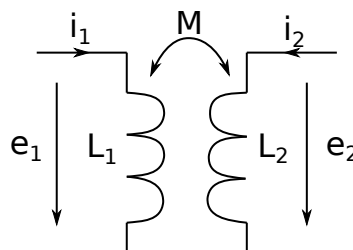
Imaginons que l'on a deux spires et que l'une des deux est parcourue par un courant i_1 . Elle génère alors un champ magnétique B_1 et donc un flux $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ qui va induire un courant i_2 dans la deuxième spire. On définit le coefficient d'induction mutuelle par :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = M_{1 \rightarrow 2} i_1$$

3.4 Application au transformateur

Si on considère le cas de deux bobines qui s'influencent mutuellement, les fem induites valent :

$$e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \text{ et } e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$



La puissance stockée vaut $-e_1 i_1 - e_2 i_2$ ce qui donne :

$$E = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

On peut montrer que le couplage est maximal pour $M^2 = L_1 L_2$ et dans ce cas-là, si les deux bobines ont les mêmes symétries :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Remarque : Ici, il est important d'insister sur les conventions générateurs/récepteurs pour justifier les calculs.

Questions

Fonctionnement des plaques à induction ?

Pourquoi le nom de champ électromoteur ?

Nom que donnait Maxwell à la quantité $\mathbf{A}$ ($\mathbf{A}$ = potentiel vecteur) ?

Comment décrire l'induction sans force électromotrice ?

Comment évaluer précisément si on se place dans l'ARQS magnétique ou électrique ? On compare $\mathbf{c}$ à $\mathbf{j}$.

Comment expliqueriez-vous à un élève le schéma du circuit électrique équivalent ?

Formulation la plus générale de la loi de Lenz ?

Pour l'inductance mutuelle, il y a un ordre précis pour les indices, lequel et pourquoi ?

Qu'est-ce qu'il y a de particulier sur les transformateurs, pourquoi ? Feuilletage pour éviter les pertes par courants de Foucault.

Intérêt du ferromagnétisme dans le transformateur ? Qu'apporte le feuilletage et dans quel sens doit-il être ? Ferromagnétisme pour canaliser les lignes de champ, et donc augmenter l'intensité du champ magnétique pour un même courant I circulant dans l'inducteur.

Détailler les différentes pertes du transformateur ? Pertes fer (courants de Foucault), pertes cuivre (effet Joule), pertes par hystérésis.

Comment obtenir la loi de Faraday pour l'induction de Lorentz, est-ce qu'on peut la démontrer ?

Réalité physique de $\mathbf{A}$ et $\mathbf{V}$? Et en MQ ?

Courant de Foucault avec l'aimant dans le tube : comment on écrit le PFD ? Voir Garing

Validité de la loi de Faraday ? (il me manquait la condition "pas de contacts glissants")

- Plaques à induction dans le plan
- Parce que ça génère du travail ?
- Sans f.e.m : champ $\mathbf{B}$ fait bouger les charges
- Déjà on a la tension en convention **générateur**. Ensuite on a forcément une résistance
- Un phénomène physique tend à s'opposer aux effets qui lui ont donné naissance
- On peut montrer la loi de Faraday dans le cadre de l'induction de Lorentz mais c'est pas évident parce qu'il faut prendre des bornes changeantes pour l'intégrale et utiliser un théorème de math
- Revoir la validité pour Faraday...

Comment traiter un problème d'induction si on est hors des cas simples de Neumann et Lorentz ?

Comment prendre en compte les courants de Foucault pour une symétrie quelconque ?

Expression générale du flux ? Forme infinitésimale

Est-ce que tu es dans l'ARQS ? Quel type d'ARQS ? Oui ARQS magnétique, on néglige le courant de déplacement dans Maxwell-Ampère.

Si on est pas dans l'ARQS magnétique, il faut faire des calculs relativistes, (dans l'ARQS magnétiques, les équations de Maxwell sont invariantes par transformée de Galilée).

Loi qui lie $\mathbf{B}$ et $\mathbf{i}$? Postuler $\phi = \mathbf{L}\mathbf{i}$, est-ce toujours valable comme définition ? Biot et Savart

Pas la meilleure définition (plutôt donner la définition énergétique), il y a un problème lorsqu'on s'approche du fil (divergence si le fil est infiniment fin).

Démonstration pour l'application numérique de $\mathbf{L}$? D'où viennent les écarts ??

Enroulement les unes sur les autres augmentent l'inductance, solénoïde pas du tout infini.

$\mathbf{L}_{21}=\mathbf{L}_{12}$, pourquoi ? On peut le voir en écrivant les intégrales pour le flux + théorème de Stokes.

Signe de l'inductance mutuelle : Peut être négative ? Pourquoi ? Oui, Dépend des conventions d'orientation

L'inductance mutuelle est majorée par $\sqrt{\mathbf{L}_1\mathbf{L}_2}$: pourquoi ? $M < \sqrt{\mathbf{L}_1\mathbf{L}_2}$ vient d'un bilan d'énergie entre ce qui est stocké dans la première bobine, dans la deuxième et dans le couplage, la somme doit être positive, d'où une relation sur le déterminant.

- On prend le cas général $e = -\frac{d\Phi}{dt}$
- Je comprends pas trop la question mais ce sont les $\vec{j}$ qui sont reliés aux $\vec{E}$ dont le comportement est piloté par un rotationnel

Comment fonctionne un alternostat ? Utilité si $m=1$? Transformateur avec un balai pour choisir le nombre de spires.

Isolation de masse

Mesure de rapport de transformation : présence de l'alternostat, quelle est l'impédance vue par la bobine au secondaire ?

Remarques

-