Agrégation physique – ENS de Lyon – 2019-2020

27 juin 2020

LP21 - Induction électromagnétique.

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

27 juin 2020

Bibliographie

- Electromagnétisme 3, **BFR** (Dispensable)
- Physique tout-en-un, PCSI 5e édition, **Salamito**
- Electromagnétisme, 2e édition, **Pérez** (Indispensable)
- Classical Electrodynamics, **Jackson** (Je n'ai eu que la version anglaise, faut regarder dans la partie "induction" évidemment. Dispensable.)
- Hprépa Electromagnétisme, MP, **Brébec** (Chapitre sur l'induction très propre)
- Magnétisme : statique, induction, milieux, **Garing**
- Physique tout en un PCSI, **Salamito** (Dunod) exercice 28.6 téléphone portable versus champ terrestre
- [BUP très clair sur l'induction mutuelle](#)

Pré-requis : Niveau L2

- Magnétostatique
- Electrocinétique, ARQS
- Force électromotrice
- Potentiel vecteur
- Transformation de Galilée
- Force de Laplace

Table des matières

1 Phénomène d'induction	3
1.1 Loi de Faraday et loi de Lenz	3
1.2 Cadre général de l'induction	4
1.3 Induction de Lorentz	5
2 Couplage électromagnétique : inductance	5
2.1 Auto-inductance	5
2.2 Inductance mutuelle	6
2.3 Le transformateur	6
2.4 Courants de Foucault	7
3 Couplage électromécanique	7
3.1 Présentation du système	8
3.2 Equation électrique	8
3.3 Equation mécanique	8
3.4 Bilan de puissance	8

Penser à bien toujours définir l'orientation de la spire et le référentiel. Mettre des ODG.

Une fois de plus la leçon est ambitieuse. On peut faire sauter les courants de Foucault si besoin. Le transfo est détaillable à souhait.

L'exemple de la roue de Barlow n'est pas le plus basique, ça peut se changer en rails de Laplace. Dans ce cas-là, on fait sauter le couple de Laplace pour le traiter plus en profondeur (c'est sûrement mieux même).

Reste à faire : Diapo ? Py sur les lignes de champ et l'induction mutuelle ? Faisable via la p. 142 de [ce site.](#)

Commentaires du jury

2015 L'algébrisation rigoureuse des grandeurs électriques et mécaniques est nécessaire lors de la paramétrisation.

2014 Dans cette leçon, le plus grand soin s'impose dans la définition des orientations et des conventions de signe. Les applications doivent occuper une place significative dans la présentation. Il n'est pas admissible à ce niveau de confondre les forces de Lorentz et de Laplace.

2012-2013 Il n'est pas nécessaire de traiter en détail les deux types d'induction.

2009 Ce ne sont pas les machines de technologie complexe qui illustrent le mieux la leçon. Compte tenu du temps imparti, des choix restent à faire : le jury tiendra compte de leur pertinence.

Introduction

On a pu voir que l'intensité et le champ magnétique était couplé, notamment via l'expérience d'Oersted. En 1831, Faraday investigue et cherche à prouver la réciprocity. Qu'en est-il ?

Expérience : un aimant est approché d'une bobine reliée à une résistance. On met l'oscillo sur la résistance, ainsi on voit s'il y a courant ou non. (essayer avec un métal non aimanté pour montrer que c'est bien l'aimantation qui fait l'effet)

Changer le sens d'approche change le sens du courant. L'amplitude change avec la vitesse.

Il s'avère que le champ B ne crée pas de courant, mais sa variation, si ! C'est la première pierre de l'induction.

Sinon on peut faire l'anneau de Thomson vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=JiUI5eFgpWM> explication <https://sciences.brussels/printemps2/pds2012/posters/up2.pdf> et <http://gerald.philippe.free.fr/files/2012/CompresseurAdiabatique%20ElihuThomson.pdf> et encore mieux un BUP : http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=%2022953 ou sinon dans le Sanz PSI on parle d'un canon électromagnétique (page 718 mais c'est moins direct le lien avec la loi de Faraday)

Le plus simple reste peut-être de montrer les tubes paresseux pour leur lien direct avec la loi de Faraday <https://www.youtube.com/watch?v=5BeFoz3Ypo4>

Problématique : Quel phénomène régit l'induction ? Qu'est-ce que ça implique et qu'est-ce qu'on peut en tirer ?

1 Phénomène d'induction

1.1 Loi de Faraday et loi de Lenz

Source : Pérez p. 258, Salamito p. 1085 (préférable)

Le Pérez commence par une approche énergétique pour justifier le fait que l'on regarde la force électromotrice, et c'est ce qu'on mesure.

-Définition du circuit plan et fixe, du référentiel et du sens de i via la règle de la main droite. Définition du flux en Weber.

Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$, fem induite. Dépend pas du matériau. Définition du circuit équivalent : on met la fem en convention générateur. Retour sur l'expérience initiale.

fem induite : pour une spire on n'a pas de différence de potentiel vu que c'est une boucle. Il faudrait plutôt parler de création d'un courant plutôt que d'une tension. On

comprend alors la force électromotrice comme force par unité de coulomb qui fait bouger les électrons dans la spire.

On retrouve une loi très générale : **Loi de Lenz**. "La conséquence (fem induite) tend à s'opposer à la cause qui lui a donnée naissance (variation du flux mag)." (série de figure dans le Hprépa p. 172 à faire, éventuellement sur slide). Les conventions définissent un sens, mais physiquement l'orientation est la même, ça s'oppose à la variation de champ "incident".

Je ne creuse pas sur les limites, puisque je suis le Pérez qui est très général et qui permet d'éviter les cas épineux. Sa limite intrinsèque est : circuit de même constitution, cf. roue de Barlow qui ne marche pas car le point de contact change. **Edit** : c'est l'argument pour la transition.

Conséquence : mesure de la tension aux bornes d'un dipôle. Quelle différence de potentiel si l'on approche un aimant au néodyme en 1s? On présente le problème du Pérez + ODG.

Transition : Seulement il existe des cas où ça ne marche pas, comme l'exemple célèbre de la roue de Barlow (ou générateur unipolaire)... Regardons d'où est-ce que ça vient.

1.2 Cadre général de l'induction

Source : Pérez p. 263

-Rappel des équations de Maxwell (Slide) dans le cadre de l'ARQS magnétique (temps de propag faible, courants forts devant ρc). Ainsi, $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$.

Définissons le circuit électrique, sa vitesse ainsi que son orientation. Non-relativiste, circuit indéformable. "force électromotrice induite" : la force qui met en mouvement les électrons.

$$e = \frac{1}{q} \oint \vec{f} \cdot d\vec{l}$$

(Pour cette définition, cf. Pérez ch. 9) Or, cette force : $\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Donc quand on réécrit tout ça :

$$e = \oint_C (\vec{E} + \vec{v} \times B) \cdot d\vec{l}$$

Plutôt que d'utiliser Stokes, je préfère cette démo qui ne fait pas appel aux équations de Maxwell. Seulement on veut relier cela au champ magnétique et non $\vec{E}$. $\vec{E} = -\text{grad}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$. Cependant $\text{grad}V \cdot d\vec{l} = 0$ sur un circuit, donc voilà.

$$e = \oint_C \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \times B \right) \cdot d\vec{l}$$

$$\text{Stokes : } e = \iint_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \oint_C \vec{v} \times B \cdot d\vec{l}$$

Voilà, on retrouve le premier terme de Faraday, mais aussi un terme supplémentaire! $\vec{v}$ est la vitesse d'un point du circuit dans un référentiel. On comprend mieux la roue de Barlow. On a toujours besoin de revenir à cette expression lorsque la constitution du circuit change (commutation, BFR3 p. 98). Et si on essayait ?

(On peut mentionner que le résultat reste vrai pour un circuit déformable, cf. Pérez)

1.3 Induction de Lorentz

Source : Pérez p. 267, BFR p. 95

-C'est le cas où le champ est statique et le circuit en mouvement.

On reprend la bobine dans sa cabine de Plexiglas et on l'approche d'un aimant. Wow, il y a une fem!

Si on a la sensibilité pour ça, on peut aussi le faire avec le champ magnétique terrestre en orientant la bobine vers le sol.

Comment on l'explique? Transformée de Galilée pour un électron, on voit bien que $\vec{v} \times \vec{B}$ est équivalent à un champ $\vec{E}$.

-Pour l'équivalence entre les deux inductions, note du Jackson à partir de la page 171 ou dans le BFR3 p. 95. Et c'est bien logique! Quel que soit le réf, il y a un courant induit, ça doit marcher. Il faut garder en tête que ça marche car on néglige les effets d'ordre 2 de relativité. Pour un contre-exemple où il faut mettre de la relat : BFR3 p. 96.

L'A.N. précédente peut être complétée : quelle différence de potentiel quand on déplace le voltmètre dans le champ magnétique radial terrestre de $50 \mu\text{T}$? (Si on est chaud, on peut faire la roue de Barlow, BFR3 p. 99. Je pense que c'est une bonne idée.)

Transition : En conclusion, on a un couplage électromagnétique, et c'est bien ça la source de l'induction. Ce couplage, on l'a déjà constaté pour le solénoïde. Précédemment : un champ i donne un champ B . Maintenant, une variation de champ B donne une fem... Intéressons-nous à ces objets qui génèrent par eux-mêmes un champ B .

2 Couplage électromagnétique : inductance

Vidéo parfaite pour cette partie : https://www.youtube.com/watch?v=TK2GSrRq_sw

2.1 Auto-inductance

Source : Hprépa p. 203 Pérez p. 277

Une résistance, une capa, on comprend bien qu'il y ait une ddp... Mais une bobine, ce n'est qu'un fil enroulé sur lui-même, pourquoi donc? C'est la fem induite.

Définition du sens de la bobine. Flux d'un solénoïde dans lui-même : $\Phi_{propre} = Li$, donc fem : $e = -\frac{dLi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$ pour une bobine de section constante. La fem s'oppose bien au passage du courant, chute de tension ! (auto-inductance toujours > 0)

On connaît le solénoïde, $BS = S\mu_0\frac{N}{l}i$. Donc le flux à travers N spires : $\Phi_{propre} = \underbrace{\mu_0\frac{N^2}{l}S}_{L}i$. On fait une A.N. avec une bobine, cool. Penser à discuter la limite du solénoïde infini si ça ne marche pas trop. (On peut faire une analyse dim pour montrer que L est en henry)

Paragraphe 1.1.5 sur l'étincelle de rupture dans le Hprépa intéressant ! Ca explique pourquoi il ne faut pas couper soudainement les bobines.

Transition : Ajout d'un champ extérieur. On peut aligner des bobines et en alimenter qu'une en alternatif, pour voir qu'il se passe quelque chose dans l'autre.

2.2 Inductance mutuelle

Source : Le BUP pour tout comprendre à la vie (le Pérez pour les calculs de la matrice induction + le Salamito pour l'énergie).

Définition des deux bobines $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, et de leur orientation.

A travers la bobine, il y a le flux propre et le flux de l'autre bobine. $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$ et $\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22}$.

Avant on avait un facteur L dû au solénoïde lui-même, mais maintenant le flux de 2 dans 1 dépend de la géométrie, de l'autre solénoïde... Donc $\Phi_1 = L_1I_1 + M_{2\rightarrow 1}I_2$. Figures 2 et 3 du BUP sur les lignes de flux bien illustratives

$\Rightarrow$ Matrice induction. Facteurs M : proportion du flux propre de 2 traversant 1 et vice-versa. C'est donc purement géométrique. Explication avec les mains : plus l'un des deux couplages est fort, plus l'autre l'est aussi. Les deux valeurs de M sont égales par le "théorème de Neumann" (C'est fait dans le Pérez p. 274, début du chapitre. Ca se démontre par Biot-Savart.) Bref, la matrice est symétrique. On en déduit la fem aux bords d'une bobine en dérivant son flux Φ_i . Parfois cumulatif, mais s'annule parfois, donc M de signe quelconque (dépend de l'orientation des bobines).

Paragraphe IV.3) du Pérez intéressant.

Pour faire un bilan énergétique : Salamito p. 1104, avec un deuxième générateur pour le deuxième circuit. C'est tout bidon, loi des noeuds et on multiplie par le I_1 et I_2 , classique. Le stockage mutuel s'interprète comme le coût énergétique pour rapprocher es circuits dans cette config, l'état indépendant étant à l'infini, $M = 0$.

Transition : Illustrons cela avec un exemple : le transfo.

2.3 Le transformateur

Source : BUP, Pérez p.282, Salamito p. 1107

Bien définir le transfo idéal. Schéma sans noyau/avec noyau ?

Présentation du transfo expérimental, les bobines dont la deuxième est éteinte (schéma avec les points pour montrer le sens de la bobines type Salamito p. 1107.), le milieu permettant de canaliser les lignes de champ... Principe : avoir un couplage total.

Sortant de la bobine 1 : $N_1\Phi = L_1I_1$.

Entrant dans la bobine 2 : $N_2\Phi = MI_1$

Donc $M = \frac{N_2}{N_1}L_1$. Conséquence, avec un plus grand nombre de tours dans la seconde bobine, la fem induite est plus forte. On en déduit alors le courant i_2 par conservation de la puissance. Permet des grosses amplifications de tension.

Suivre une réf, genre le Hprépa d'électrotech ou le Duffait "expériences de physique au CAPES"

Oscillo + transfo de labo. On peut changer les bobines pour voir l'effet du nombre de spires.

Pour avoir qqch de général, on peut remplacer N_i par $\sqrt{L_i}$, et on obtient $\sqrt{L_1L_2}$.

Ca c'est le couplage total, mais c'est rarement le cas (tout le flux n'est pas forcément canalisé). M varie alors entre 0 et $\sqrt{L_1L_2}$.

Après il existe des modèles électrocinétiques, cf. BUP...

Transition : Oké pour le statique, regardons le dynamique

2.4 Courants de Foucault

Source : Pérez p. 301

Cette partie là peut être fatou, on peut la skipper si besoin. Je le ferais avec les mains pour éviter de se perdre dans les calculs.

On part de Faraday. Je verrais juste une justification par une approche perturbative avec des dessins : une boucle de champ $\vec{B}$ variable induit une boucle de champ $\vec{E}$, qui induit ... C'est pour ça que l'on feuillete les transfos.

Transition : Tout ça, c'est surtout du Neumann. Si on regarde un système un mouvement, il y a tout plein d'autres effets visibles, qui font intervenir un couplage électromécanique. Ca s'est vu sur le rail qui s'est arrêté.

3 Couplage électromécanique

Je ne détaille pas la force de Laplace, elle est admise et permet de traiter les rails de Laplace.

3.1 Présentation du système

Source : Salamito p. 1121, Garing p. 203

Il suffit de suivre le Salamito. Le système est bien présenté p. 1121, l'exo est bien résolu dans le Garing. Il vaut mieux partir de la tige mobile et du courant nul à mon sens, le but n'est pas d'illustrer la force de Laplace.

Bien définir le système, les conventions d'orientation.

3.2 Equation électrique

On fait le schéma équivalent, RAS. Attention ! La fem se fait par la formule $\vec{v} \times \vec{B}$, histoire d'être cohérent avec le reste de la leçon.

3.3 Equation mécanique

RAS. Penser à faire le poids et la réaction du support, et à dire que les frottements sont négligés. Résolution, décroissance exponentielle de la vitesse (on n'arrête jamais complètement un camion avec).

Schéma de rétroaction du Garing sympa.

Observation expérimentale !

Transition : Comment ça se voit expérimentalement ?

3.4 Bilan de puissance

On fait le bidule.

Application : la roue de Barlow (vidéo ? J'ai ça sinon : <https://www.youtube.com/watch?v=Mg1UIiBy2lQ>). Permet de freiner les camions. Et comme c'est le cas ici, l'énergie est dissipée par échauffement, la roue chauffe.

Dans le TeX, j'avais écrit pleins de trucs useless sur la force de Laplace du coup, je l'ai gardé en commentaire avec '%' devant

Conclusion

Pour conclure : l'induction c'est pas facile, et pour cause ! la citation de Feynman dans la page wiki de la loi de Faraday (section "Faraday's law and relativity"), on fait apparaître deux termes. Une application aveugle de Faraday peut être erronée. Une application complète peut être lourde.

Et pourtant, c'est d'utilité immense et bien souvent à la base de tous nos systèmes électromagnétiques, ou bien ça peut agir de manière problématique (création de bruit).

Ouvertures possibles : On a vu des applications simples, mais on peut aller encore plus loin : conversion électromécanique avec la vidéo des anneaux de Thomson ([ici](#)) et expliqué dans le Garing) ou bien on fait la chute d'un aimant dans un conducteur.

Commentaires pendant la prépa aux oraux

- Le Pérez remet très bien les idées en place, pleins de cas traités (circuit déformable, contacts glissants...)
- Ce que dit la page wiki anglaise sur la loi de Faraday est intéressant : la loi de Faraday n'est pas généralisable à des circuits dont la vitesse locale d'un conducteur ne suit pas la vitesse réelle du conducteur, type roue de Barlow ou le contacteur électrique schématisé dans la section "non-thin-wire circuits".
- Etre au point sur champ électromoteur / force électromotrice / Lien entre les deux... Les définitions quoi.
- L'intégrande avec la force de Lorentz est appelée "champ électromoteur". Mais comme le dit le BFR3, c'est une appellation un peu hasardeuse, qui ne veut pas dire grand-chose...
- Attention, parler de fréquence pour maximiser l'induction, c'est intéressant, mais faut rester dans l'ARQS!

Questions

- Fonctionnement des plaques à induction ?
- Pourquoi le nom de champ électromoteur ?
- Quel nom donnait Maxwell à $\vec{A}$? Jsp mais Faraday disait "vecteur potentiel de l'induction électromagnétique".
- Comment décrire l'induction sans force électromotrice ?
- Comment évaluer précisément si on se place dans l'ARQS magnétique ou électrique ? Comparaison des termes $c\rho$ et j
- Pour l'inductance mutuelle, il y a un ordre précis pour les indices, lequel et pourquoi ?
- Intérêt du ferromagnétisme dans le transformateur ? Qu'apporte le feuilletage et dans quel sens doit-il être ?
- Détailler les différentes pertes du transformateur ?
- Réalité physique de A et V ? Et en MQ ?
- Courant de Foucault avec l'aimant dans le tube : comment on écrit le PFD ?
- Validité de la loi de Faraday ?
- Comment traiter un problème d'induction si on est hors des cas simples de Neumann et Lorentz ?

- Comment prendre en compte les courants de Foucault pour une symétrie quelconque ?
- Expression générale du flux ? Forme infinitésimale
- Loi qui lie B et i ? Postuler $\phi = Li$, est-ce toujours valable comme définition ? Non, pour un fil infiniment fin il y a divergence à un moment. C'est mieux de le définir énergétiquement.
- Démonstration pour l'application numérique de L ? D'où viennent les écarts ?
- Comment fonctionne un alternostat ? Utilité si $m=1$? Permet d'isoler les masses.