

27 juin 2020

LP25 - Ondes acoustiques

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

27 juin 2020

Bibliographie

- Physique 2e année PC-PC*, **Olivier** Tec Doc
- Ondes 2e année PC-PC*, **Brébev** Hprépa
- Mécanique, **Pérez** chapitre 32 très bien pour lien optique / ondes acoustiques
- Mécanique du solide et des fluides, **Bouloumié** (indispensable pour la partie 3, mais je ne l'avais pas...)
- https://en.wikipedia.org/wiki/Acoustic_tweezers
- http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=%2022930

Pré-requis :

- Équation de d'Alembert vue en électromagnétisme
- Aspect énergétique des ondes : équation de Poynting, coefficients de réflexion / transmission
- Corde de Melde
- Transformation de Fourier
- Mécanique des milieux continus
- Equation d'Euler

Table des matières

1	Notion d'onde acoustique	3
1.1	Cadre d'étude	3
1.2	Dérivation de l'équation d'onde	3

2 Résultats et limites	4
2.1 Considérations énergétiques	4
2.2 Ondes sonores et interfaces	6
2.3 Vérification des hypothèses	7
3 Impact de la viscosité et de l'élasticité	7
3.1 Fluide visqueux	7
3.2 Le cas des solides élastiques	9
4 Questions	10
Remarques générales : leçons très denses	
Reste à faire	

Commentaires du jury

- 2017 : La contextualisation et des applications de la vie courante ne doivent pas être oubliées dans cette leçon qui se résume souvent à une suite de calculs. De plus, les fluides ne sont pas les seuls milieux dans lesquels les ondes acoustiques peuvent être étudiées.
- 2014 : Cette leçon peut être l'occasion de traiter les ondes acoustiques dans les fluides ou dans les milieux périodiques, certes, mais elle peut aussi être l'occasion de traiter les deux cas qui donnent lieu à des phénoménologies très différentes.
- 2013 : [À propos du nouveau titre] Le candidat est libre d'étudier les ondes acoustiques dans un fluide ou dans un solide élastique.
Jusqu'en 2013, le titre était : Ondes acoustiques dans les fluides.
- 2011, 2012, 2013 : Cette leçon peut être l'occasion d'introduire le modèle limite de l'onde plane progressive harmonique et de la comparer éventuellement à l'onde sphérique.
Jusqu'en 2008, le titre était : Ondes sonores dans les fluides.
- 2008 : L'aspect énergétique est trop souvent négligé. L'approximation acoustique est souvent mal dégagée. Pour
- 2009, le terme sonore est remplacé par le terme acoustique pour indiquer qu'on peut s'intéresser à des signaux non audibles par l'homme.
- 2007 : L'aspect énergétique est trop souvent négligé. On remarquera que les ondes sonores ne sont pas toutes planes progressives et harmoniques. Jusqu'en 2003, le titre était : Ondes sonores dans les fluides. Approximation acoustique. Aspect énergétique.
- 1999 : Est-il vraiment indispensable de se placer d'emblée dans le cadre formel de la mécanique des fluides ? Un modèle unidimensionnel et scalaire n'est pas sans intérêt pédagogique. Le développement de l'aspect énergétique doit faire apparaître une densité d'énergie et un vecteur de propagation.

Introduction

Expérience introductive : faire léviter des particules avec des ultrasons. Les ondes acoustiques ne sont pas que sonores! <https://www.youtube.com/watch?v=XpNbxfxxkWE>

Cette vidéo est peut-être précipitée, on n'a pas encore parlé de pression...

Dans cette leçon on va voir en quoi les ondes acoustiques sont similaires à celles déjà étudiée. Il faut garder en tête que les ondes acoustiques (=ondes de pression) ne sont se résumant pas aux ondes sonores (fréquences audibles), mais sont aussi les ultrasons et les séismes.

Problématique :

1 Notion d'onde acoustique

1.1 Cadre d'étude

Hprépa page 93

On se place dans un milieu matériel (pas de son dans l'espace). Qu'est-ce qu'une onde acoustique ? Onde mécanique, les particules de gaz bougent. Donc elle est véhiculée par la vitesse des particules et la pression.

Décompte des inconnus et des équations : 6 inconnues (P , μ , T et $\vec{v}$) pour 6 équations (pfd, conservation masse, premier principe, equation d'état). C'est compliqué (surtout pour l'équation d'état), il nous faut des approximations

- Pression $P = P_0 + P_1$, masse volumique $\mu = \mu_0 + \mu_1$ et $v = v_1$.
- Mouvements isentropiques : on néglige les phénomènes dissipatifs (viscosité échange thermique), donc le fluide est parfait
- petites perturbations d'ordre en 1 en v_1/c , P_1/P_0 et μ_1/μ_0 (ce qui sera justifié a posteriori). Pour la pression on prend l'état de référence qui tient compte de la gravité. (remarque pour les gaz c est de l'odg de la vitesse thermique des particules : le son est bien une perturbation par rapport aux mouvements)
- Mouvement 1D

Transition : Appliquons ces hypothèse et voir ce qu'il en découle

1.2 Dérivation de l'équation d'onde

Hprépa page 95

On trouve les équations via les principes suivant, en linéarisant les équations

- Conservation de la masse

- Euler
- Isentropie

Remarque : ici le phénomène qu'on observe c'est la compression donc on ne peut pas considérer l'écoulement incompressible.

On retrouve l'équation de d'Alembert, et donc tous les résultats connus qu'on a détaillé pour les ondes EM. On les distingue via la nécessité du milieu pour se propager des ondes acoustiques.

On peut alors détailler la forme des solutions en OPPH. Ordres de grandeur

$c_s = \sqrt{\frac{\chi_s^{-1}}{\mu_0}}$ de la forme raideur / densité, forme générale que l'on retrouve pour les ondes acoustiques.

— air : on suppose un gaz parfait dont on donne le coefficient de Laplace, on trouve

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \text{ on trouve } 350 \text{ m/s à } 300\text{K}.$$

— eau : $\chi_s \simeq 10^{-10} \text{Pa}^{-1}$ et $\rho = 10^3 \text{kg.m}^{-3}$ on trouve $c \simeq 1500 \text{m.s}^{-1}$

— donner ordg déplacement : on verra plus tard que l'amplitude du déplacement (dépend de l'intensité) mais pour le son de la voix par exemple (environ 80 dB) l'amplitude de la vitesse est 2.10^{-5}m/s (dans l'air tq $< \Pi > = 1/2 \mu_0 c v_m^2 = 10^{-4} \text{W/m}^2$), donc l'amplitude du déplacement est (pour une fréquence de 100 Hz) est 10^{-7}m (c'est l'odg du lpm pour l'air dans les CNTP)

Python code d'Arnaud Raoux pour montrer le déplacement des particules

Expérience de mesure du son avec des transducteurs ?

Transition : Voyons quelles propriétés on peut alors écrire

2 Résultats et limites

2.1 Considérations énergétiques

Hprépa page 102 et Pérez chapitre 32

Voyons les analogies que l'on peut dresser par rapport aux ondes EM et au câble coaxial parfait. **Sur slide**

- Notion d'impédance $Z = P_1/v_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}}$ (éventuellement coefficients de réflexion et transmission. Explique pourquoi on n'a pas de son dans cette vidéo malgré un vide grossier : <https://www.youtube.com/watch?v=awa1jFq4-lM>)
- Ondes progressives planes et sphériques. Dans ce dernier cas, on a une loi en carré inverse par conservation de la puissance.
- densité volumique d'énergie cinétique $e_c = \frac{1}{2} \mu_0 v_1^2$

- densité volumique d'énergie potentielle $e_p = \frac{1}{2}\chi_s P_1^2$ (interprétation physique page 106 Brébec)
- équation de Poynting dérivée à partir de $\partial(e_c + e_p)/\partial t = \mu_0 v_1 \partial v_1 / \partial t + \chi_s P_1 \partial P_1 / \partial t = -v_1 \partial P_1 / \partial x - p_1 \partial v_1 / \partial x = -\partial(P_1 v_1) / \partial x$. On généralise à 3D pour obtenir l'équation.

Pour le Brébec p. 106 :

$$u_v = u_{v_0} + \mu \left(\frac{\partial(\rho u_m)}{\partial \rho} \right)_{S, (\mu=0)} + \frac{1}{2} \mu^2 \left(\frac{\partial^2(\rho u_m)}{\partial \rho^2} \right)_{S, (\mu=0)}$$

Commed $U = TdS - PdV$ (identité thermodynamique), $du_m = Tds + \frac{P}{\rho^2} d\rho$ Par identification $\left(\frac{\partial u_m}{\partial \rho} \right)_S = \frac{P}{\rho^2}$ soit :

$$\left(\frac{\partial(\rho u_m)}{\partial \rho} \right)_S = u_m + \frac{p}{\rho} \text{ et } \left(\frac{\partial^2(\rho u_m)}{\partial \rho^2} \right)_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S = \frac{1}{\rho^2 \chi_S}$$

Nous en déduisons $u_v = u_{v_0} + \mu \left(u_{m_0} + \frac{P_0}{\rho_0} \right) + \frac{\mu^2}{2\chi_s \rho_0^2}$ Le terme $\mu \left(u_m + \frac{P_0}{\rho_0} \right) = \mu h_{m_0}$ représente la variation d'enthalpie de l'unité de volume due à la variation de masse volumique. Comme la masse totale de fluide est constante, l'intégrale sur tout le volume du fluide $\int \mu d\tau$ est nulle et $\int \mu h_{m_0} d\tau$ aussi. La variation totale d'énergie interne du fluide liée à l'existence d'une onde sonore s'écrit donc :

$$\mathcal{E}_p = \int \frac{1}{2\chi_S} \frac{\mu^2}{\rho_0^2} d\tau = \int \frac{1}{2} \chi_S p^2 d\tau \text{ car } \mu = \rho_0 \chi_S p$$

Il est donc possible d'associer à l'onde acoustique une énergie potentielle volumique

$$e_p = \frac{1}{2} \chi_S p^2$$

L'utilisation de l'équation d'Euler pour l'évolution isentropique d'un fluide conduit, après quelques calculs que nous ne développerons pas, à l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho v^2}{2} + u_v \right) + \text{div} \left(\left(\rho \frac{v^2}{2} + u_v + P \right) \vec{v} \right) = 0$$

En ne se contentant que des termes du premier et du second ordre dans

$$\vec{R} = \left(\rho \frac{v^2}{2} + u_v + P \right) \vec{v} : \vec{R} = (u_{v_0} + P_0) \vec{v} + p\vec{v} = \rho_0 h_{m_0} \vec{v} + p\vec{v}$$

Le premier terme correspond au courant d'enthalpie dont nous n'avons pas tenu compte dans l'énergie sonore (valeur moyenne temporelle nulle). Le second terme correspond au vecteur $\vec{\Pi} = p\vec{v}$ Nous retrouvons ainsi, après élimination des termes négligés, le résultat

$$\frac{\partial e_S}{\partial t} + \text{div} \vec{\Pi} = 0$$

Ça serait bien de parler ici de comment le corps humain capte le son. **ref?**

Si on veut se taper les détails, c'est par là. L'image à 13:45 est cool. ça permet ensuite d'introduire l'intensité sonore car le corps humain a des capteurs logarithmiques. Notamment montrer graphe Pérez qui donne la sensibilité et le seuil de douleur en fonction de la fréquence pour une oreille humaine : le système est un passe-bande centré autour du kilohertz (**sur slide**).

	Electromagnétisme (dans le vide)	Acoustique (dans l'air)
célérité	$c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \simeq 3 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$c = \sqrt{\chi_s^{-1}/\mu_0} \simeq 350 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
impédance	$Z = E/H = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$	$Z = P_1/v_1 = \sqrt{\mu_0\chi_s^{-1}}$
énergie	$e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H^2$	$e = \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2 + \frac{1}{2}\chi_s P_1^2$
Poynting	$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$	$\vec{\Pi} = P_1 \vec{v}_1$

Transition : La notion d'impédance est capitale pour la propagation des ondes à des interfaces, voyons ce qu'il en est

2.2 Ondes sonores et interfaces

Vu le nouveau format, je dirais que l'ajout de la viscosité dans III est bonus (c'est un peu pareil que pour l'établissement de l'équation d'onde...)

Olivier chapitre 22 (exercice 3 page 674) Fluide parfait : continuité de la vitesse normale. Équilibre mécanique : continuité de la pression.

Sur slide : On peut donc faire l'analogie avec la corde de Melde avec les CL. Retour sur l'exemple introductif via la vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=XpNbyfxxkWE>

Pérez p. 579 : la pression radiative est $p = \mu_0 \frac{A^2 \omega^2}{2}$ (A l'amplitude de l'onde). En EM, la pression radiative c'est $P = \frac{E^2}{c^2 \mu_0}$, à comparer via les impédances. La formule est donc très semblable.

Application : Caractère passe-bas des murs. On considère des ondes acoustiques se propageant dans une chambre $x < 0$, on suppose $v_1(x < 0) = A_1 e^{i\omega t - ikx} + B_1 e^{i\omega t + ikx}$. En $x = 0$ il y a un mur d'épaisseur e de masse volumique ρ et de section S . On s'intéresse à l'onde qui est transmise de l'autre côté du mur $v_1(x > e) = A_2 e^{i\omega t - ikx}$.

La surpression vaut respectivement $p_1(x < 0) = \mu_0 c A_1 e^{i\omega t - ikx} - \mu_0 c B_1 e^{i\omega t + ikx}$ et $p_1(x > e) = \mu_0 c A_2 e^{i\omega t - ikx}$

- Continuité de la vitesse dans le mur : $A_1 + B_1 = A_2 e^{ike}$
- PFD sur le mur en considérant seulement les forces de pression : $i\omega \rho S e A_2 e^{ike} = S \mu_0 c (A_1 - B_1 - A_2 e^{ike})$

— On trouve alors $T = |A_2/A_1|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho e \omega}{2\mu_0 c}\right)^2}$

Python ? pour montrer le passe bas (en vrai pas besoin, go la tracer au tableau et faire l'A.N. de la pulsation de coupure).

Transition : Ces résultats semblent cohérents, revenons alors sur les limites du modèle pour voir dans quels cas celui-ci n'est plus valide

2.3 Vérification des hypothèses

Olivier page 663 et Hprepa page 95

Retour sur le caractère isentropique des déplacements.

Retour sur le caractère parfait du fluide : ben non, il y a des frottements ! (calcul du Reynolds) Et pourtant ça marche bien. C'est ce qu'on verra après.

Calcul des ordg des infiniments petits d'ordre 1.

Transition : Comment ça se passe autre que dans les fluides parfaits ?

3 Impact de la viscosité et de l'élasticité

3.1 Fluide visqueux

GHP pour la viscosité de volume et Bouloumié

Faut pas s'embêter avec la seconde viscosité.

L'exo du Hprépa avec viscosité, voilà la solution : 1) En reprenant les approximations du cours :

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{donne} \quad \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

évolution isentropique

$$\chi_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{\rho_0} \frac{\mu}{p}$$

equation de Navier-Stokes : $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\operatorname{grad} p} + \eta \Delta \vec{v}$ En éliminant μ entre (1) et (2) :

$$\rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) + \rho_0 \chi_S \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \text{ou} \quad \rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) + \frac{1}{c_S^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

En prenant la divergence de la relation (3)

$$\rho_0 \frac{\partial(\operatorname{div} \vec{v})}{\partial t} = -\Delta p + \eta \Delta(\operatorname{div} \vec{v})$$

puis en éliminant $\rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) = -\frac{1}{c_s^2} \frac{\partial p}{\partial t}$ on aboutit à :

$$\Delta p + \frac{\eta}{\rho_0 c_s^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

2) a) Pour l'onde plane progressive monochromatique proposée :

$$\Delta p + \frac{\eta}{\rho_0 c_s^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \text{ conduit à :}$$

$\underline{k}^2 \left(1 + \frac{i\eta\omega}{\rho_0 c_s^2}\right) = \frac{\omega^2}{c_s^2}$ (équation de dispersion) b) $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c_s^2} \left(1 + \frac{i\eta\omega}{\rho_0 c_s^2}\right)$; en développant au premier ordre en $\frac{\eta\omega}{\rho_0 c_s^2}$ $\underline{k} = \frac{\omega}{c_s} \left(1 - \frac{i\eta\omega}{2\rho_0 c_s^2}\right)$ (on ne conserve que la solution à partie réelle positive), d'où :

$$\begin{aligned} k' &= \frac{\omega}{c_s} \text{ et } k'' = +\frac{\eta\omega^2}{2\rho_0 c_s^3} \\ \underline{p} &= p_0 e^{i(\omega t - kx)} = p_0 e^{-k''x} e^{i(\omega t - k'x)} \end{aligned}$$

k'' apparaît donc comme un facteur d'atténuation de l'onde. L'onde sonore s'atténue exponentiellement avec une longueur caractéristique :

$$\delta = \frac{1}{k''} = \frac{2\rho_0 c_s^3}{\eta\omega^2}$$

Nous pouvons remarquer que δ diminue quand ω augmente : les sons aigus s'atténuent plus rapidement que les sons graves. c) Une atténuation de 20 dB correspond à une intensité sonore divisée par 100 donc à une amplitude divisée par 10 d'où une distance $d = 2,3\delta$ A 1kHz, $\delta = 15\text{km}$ soit $d = 35\text{km}$ et à 100kHz, $\delta = 1,5\text{km}$ et

$$d = 3,5\text{km}$$

d) La distance de propagation décroît donc rapidement quand la fréquence augmente. Un roulement de tonnerre paraît toujours plus grave quand l'éclair est éloigné que quand il est proche.

L'équation d'Euler devient fautive. OGD Reynolds pour le glycérol par exemple, en considérant que $v_1 \simeq c/100$ pour rester dans le cadre des perturbations. $\mathcal{R}_e \simeq 10^2$ (avec $\chi_s = 10^{10}\text{Pa}^{-1}$, $\mu_0 = 10^3\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\nu = 10^{-3}\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $L = 1\text{cm}$ (expérience de laboratoire). Donc pour les plus hautes vitesses on est limite, il faut prendre en compte la viscosité.

On doit rajouter un terme de viscosité en $\eta \vec{\Delta} \vec{v}_1 + (\xi + \eta/3) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v}_1$, ce qui rajoute un terme en $\alpha \frac{\partial^3 v_1}{\partial x^2 \partial t}$ avec $\alpha = \chi_s (\xi + 4\eta/3)$

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial^3 v_1}{\partial x^2 \partial t} = 0$$

On en déduit l'équation de dispersion (OPPH de la forme $e^{i\omega t - ikx}$) : $k^2 = \frac{\omega^2/c_s^2}{1 + i\omega\alpha}$.

- ODG : $\omega\alpha \simeq ??? \ll 1$ on fait un DL et on trouve $k = \pm(\frac{\omega}{c_s} - i\frac{\alpha\omega^2}{2c_s})$
- on obtient bien un régime où le fluide qui transporte la propagation absorbe l'énergie de l'onde en s'échauffant (viscosité).

On peut éventuellement parler des ondes de cisaillement, il faut au moins se renseigner dessus. Concrètement la viscosité fait intervenir des termes dans les autres directions que celle étudiée jusque là.

Transition : Comment ça se passe dans les solides ?

3.2 Le cas des solides élastiques

Landau théorie de l'élasticité (page 101)

On ne détaille pas les calculs (vus en TD), mais on donne l'équation, on passe en TF et on distingue les ondes de cisaillement des ondes compressions.

Application aux sondes à séismes. En réalité le manteau est un fluide visco-élastique, on peut faire l'odg $\tau = \eta/E \simeq \ll 1/f$ où f est la fréquence de l'onde.

Conclusion

On a réussi à comprendre comment les ondes se propagent dans les milieux matériels, et comment elles peuvent s'atténuer à cause de la viscosité des matériaux. Les ondes acoustiques ont des phénoménologies très riches via les ordres de grandeur de leur vitesse et fréquences atteintes.

Ouvertures possibles : Mesure de grandeurs viscoélastiques via l'étude des ondes acoustiques dans les matériaux, étude harmonique des instruments à vent, acoustique géométrique (mêmes conditions que optique géométrique), diffraction des ondes acoustiques, analogie avec la corde de Melde et application à la lévitation

Commentaires pendant la prépa aux oraux

- Apparemment il faudrait voir la pression comme une déformation élastique du milieu. J'ai un peu du mal à me le représenter.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Acoustic_tweezers
- <https://science.howstuffworks.com/acoustic-levitation2.htm>
- <https://fr.wikipedia.org/wiki/Thermophorese>

4 Questions

Qu'est ce que l'approximation acoustique ?

Pourquoi introduire une équation basée sur l'isentropisme ? Historiquement quelle a été la première hypothèse posée ? Qu'est ce qui change si on fait l'hypothèse isotherme ?

Quel est l'intérêt physique de présenter la solution en OPPH ?

Pourquoi $\text{rot}(\mathbf{v})=0$ est important ici ?

Retour sur l'adiabatisme et le coefficient de compressibilité isentrope. Quel lien avec le fluide parfait ? Faut-il nécessairement avoir un fluide parfait pour espérer être adiabatique ici ?

Comment mettre en place le modèle pour les solides (les grandes lignes) ?

Sur l'expérience : comment faire si tu n'as pas de mode burst sur les gbf du lycée ?

Comment expliquer l'impédance de manière plus physique ?

À combien de chiffres significatifs connaît-on le coefficient thermodynamique γ ? Le coefficient γ a ceci de particulier qu'il vaut $7/5 = 1.4$ exactement (et non $\simeq 1.40\dots$). C'est une valeur théorique qui vient de la physique statistique (gaz diatomique à température ambiante)

Que se passe-t-il si le fluide a une petite vitesse $v_0 \ll c_s$? L'onde est advectée par le fluide à la vitesse v_0 .

Comment marche un mur antibruit ? Par une association des différentes propriétés ondulatoires du son. Une partie de l'onde est réfléchiée. Une autre partie est concentrée dans les structures du mur pour être atténuée. Ces structures associent réfraction et absorption pour se comporter comme des résonateurs de Helmholtz. Une partie de l'énergie est diffractée. Néanmoins, la taille, la forme et la composition du mur sont optimisées pour minimiser ces effets.

Connaissez-vous des exemples de la vie quotidienne pour chacun des aspects ondulatoires du son ? Par exemple : cf. ci-dessus pour la réfraction, la focalisation dans la « whispering gallery » (e.g. Cathédrale St Paul) pour la réflexion, les casques anti-bruit d'avion pour les interférences, la répartition du son par une porte entrouverte pour la diffraction.

Comment expliquer l'origine du son d'une guitare ? La vibration des cordes excite la vibration de l'air environnant. La couche d'air au-dessus de la rosace excite la caisse qui joue le rôle de résonateur. La puissance sonore est évacuée par rayonnement : c'est le son que l'on entend.

Qu'est ce qu'un gaz parfait ? Un gaz constitué de particules élémentaires ponctuelles, indiscernables et sans interaction.

Vous avez montré que c_s dépendait de M et de T . Connaissez-vous une illustration de ces deux dépendances dans la vie quotidienne ? L'effet Donald Duck en se mettant de l'hélium dans la bouche pour M et la réfraction par effet mirage au dessus d'un lac gelé pour T .

Pourquoi il faut que la moyenne temporelle des perturbations soit nulle ?

Qu'est-ce qu'une onde acoustique ?

Ordre de grandeur de la surpression et de la vitesse de déplacement des couches V_1 ?

Limites de l'approximation acoustique ?

Pourquoi on utilise l'équation d'Euler pour décrire ce fluide ? Fluide parfait

Que se passe-t-il si on a un écoulement permanent dans le fluide ?

Vous avez pris 300 K pour la température, qu'avez-vous pris pour les autres grandeurs : γ et masse molaire ?

Pourquoi physiquement le son se propage plus vite dans un liquide et encore plus vite dans un solide ? Interactions donc coeff de compressibilité faible

Physiquement pourquoi l'hypothèse adiabatique est plus probable ? Si la transformation n'est pas isotherme, il y a changement de température, dans quel sens et pourquoi ?

S'il y a échauffement du fluide à cause de la viscosité, pourquoi avoir pris l'équation d'Euler ? Est-ce que cela influe sur la masse volumique, si oui comment ? En été, la journée je ne n'entend pas l'autoroute à 1 km de chez moi mais quand je me mets dans mon jardin en fin de journée, je commence à les entendre, pourquoi ? Des ondes longitudinales c'est quoi ? En quoi c'est différent des ondes dont on a l'habitude ? L'impédance c'est quoi ? Le terme d'énergie potentielle vient d'où physiquement ?

2.4. Compléments : aspect thermodynamique

L'étude de l'énergie interne du fluide permet d'interpréter l'énergie potentielle et le vecteur densité de courant. Soit u_m l'énergie interne massique du fluide. La surpression étant faible et l'évolution isentropique, il est possible d'exprimer l'énergie interne volumique $u_v = \rho u_m$ sous la forme du développement au deuxième ordre en μ :

$$u_v = u_{v_0} + \mu \left(\frac{\partial(\rho u_m)}{\partial \rho} \right)_{S, (\mu=0)} + \frac{1}{2} \mu^2 \left(\frac{\partial^2(\rho u_m)}{\partial \rho^2} \right)_{S, (\mu=0)}.$$

Comme $dU = T dS - P dV$ (identité thermodynamique), $du_m = T ds + \frac{P}{\rho^2} d\rho$.

Par identification $\left(\frac{\partial u_m}{\partial \rho} \right)_S = \frac{P}{\rho^2}$ soit :

$$\left(\frac{\partial(\rho u_m)}{\partial \rho} \right)_S = u_m + \frac{P}{\rho} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial^2(\rho u_m)}{\partial \rho^2} \right)_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S = \frac{1}{\rho^2 \chi_S}.$$

Nous en déduisons $u_v = u_{v_0} + \mu \left(u_{m_0} + \frac{P_0}{\rho_0} \right) + \frac{\mu^2}{2 \chi_S \rho_0^2}$.

Le terme $\mu \left(u_{m_0} + \frac{P_0}{\rho_0} \right) = \mu h_{m_0}$ représente la variation d'enthalpie de l'unité de volume due à la variation de masse volumique. Comme la masse totale de fluide est constante, l'intégrale sur tout le volume du fluide $\int \mu d\tau$ est nulle et $\int \mu h_{m_0} d\tau$ aussi.

La variation totale d'énergie interne du fluide liée à l'existence d'une onde sonore s'écrit donc :

$$\mathcal{E}_p = \int \frac{1}{2 \chi_S} \frac{\mu^2}{\rho_0^2} d\tau = \int \frac{1}{2} \chi_S p^2 d\tau \quad \text{car} \quad \mu = \rho_0 \chi_S p.$$

Il est donc possible d'associer à l'onde acoustique une énergie potentielle volumique $e_p = \frac{1}{2} \chi_S p^2$.

L'utilisation de l'équation d'Euler pour l'évolution isentropique d'un fluide conduit, après quelques calculs que nous ne développerons pas, à l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho v^2}{2} + u_v \right) + \text{div} \left(\left(\rho \frac{v^2}{2} + u_v + P \right) \vec{v} \right) = 0.$$

En ne se contentant que des termes du premier et du second ordre dans

$$\vec{R} = \left(\rho \frac{v^2}{2} + u_v + P \right) \vec{v} : \vec{R} = (u_{v_0} + P_0) \vec{v} + p \vec{v} = \rho_0 h_{m_0} \vec{v} + p \vec{v}.$$

Le premier terme correspond au courant d'enthalpie dont nous n'avons pas tenu compte dans l'énergie sonore (valeur moyenne temporelle nulle).

Le second terme correspond au vecteur $\vec{\Pi} = p \vec{v}$.

Nous retrouvons ainsi, après élimination des termes négligés, le résultat

$$\frac{\partial e_s}{\partial t} + \text{div} \vec{\Pi} = 0.$$

6 ■ Retour sur le modèle de l'écoulement parfait

a) Effet mécanique de la viscosité

Pour écrire l'équation d'Euler il faut négliger les forces volumiques de viscosité $\eta \Delta \mathbf{v}$ ¹⁴. En comparant ce terme au terme d'accélération locale il vient en prenant la période $T = 1/f$ comme durée caractéristique et la longueur d'onde $\lambda = c/f$ comme distance caractéristique :

$$\frac{\|\eta \Delta \mathbf{v}\|}{\|\mu \partial \mathbf{v} / \partial t\|} \approx \frac{\eta v / \lambda^2}{\mu v / T} \approx \frac{v f}{c^2}.$$

Dans l'air, avec $v \approx 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f \leq 20 \text{ kHz}$, on a :

$$\frac{\|\eta \Delta \mathbf{v}\|}{\|\mu \partial \mathbf{v} / \partial t\|} \leq 2 \cdot 10^{-6} \ll 1$$

ce qui valide l'approximation de l'écoulement parfait dans l'équation mécanique.

b) Effet de la diffusion thermique

Dans l'approximation de l'écoulement parfait, on néglige aussi la diffusion thermique pour pouvoir écrire que les particules de fluide évoluent de manière adiabatique¹⁵. Considérons une particule de fluide et négligeons son mouvement (effet d'ordre 2 dans l'approximation acoustique) et donc son énergie cinétique. Sa variation d'énergie interne s'écrit (voir § 13.1.4.) :

$$dU = dm u(M, t + dt) - dm u(M, t) = dm \frac{\partial u}{\partial t} = \mu d\tau c_v \frac{\partial T}{\partial t}.$$

D'après le § 13.1.2. la chaleur reçue pendant dt vaut $\delta Q = \lambda \Delta T dt d\tau$. Si on note δW le travail des forces de pression (qu'il n'est pas nécessaire d'évaluer) le premier principe s'écrit $dU + dE_c = \delta W + \delta Q$ soit avec dE_c négligeable :

$$\mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} dt d\tau = \lambda \Delta T dt d\tau + \delta W.$$

Cette équation permet de comparer le transfert thermique à la variation d'énergie interne :

$$\left| \frac{\delta Q}{dU} \right| = \left| \frac{\lambda \Delta T}{\mu c_v \partial T / \partial t} \right| \approx \frac{D_{th} T_M / \lambda^2}{f T_M} = \frac{D_{th} f}{c^2}.$$

Dans l'air, avec $D_{th} \approx 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f \leq 20 \text{ kHz}$, on a :

$$\left| \frac{\lambda \Delta T}{\mu c_v \partial T / \partial t} \right| \leq 2 \cdot 10^{-6} \ll 1$$

de telle sorte que le transfert thermique est effectivement négligeable¹⁶. En conclusion, soulignons la différence entre le critère de validité de l'approximation acoustique qui met en jeu l'amplitude de l'onde sonore et le critère de validité