

LP25 – ONDES ACOUSTIQUES

10 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

Niveau : jsp

Prérequis :

- Ondes acoustiques dans les fluides

Bibliographie

- ✦ *Ondes*, Hprépa Cours quali avec bons commentaires
- ✦ *Physique PC*, Dunod Je l'ai pas mais bien aussi
- ✦ LP, Cléments, Camille et Hroussille (les deux seuls qui "font" les instruments à vent).

Table des matières

1	Équation de propagation	2
1.1	Approximation acoustique	3
1.2	Approximation thermodynamique	4
1.3	Équation de propagation	5
2	Aspect énergétique	6
2.1	Bilan	6
2.2	Intensité sonore	7
3	Transmission et Réflexion	9
3.1	Impédance acoustique	9
3.2	Application aux instruments à vent	10
3.2.1	Tuyaux symétriques	11
3.2.2	Tuyaux asymétriques	11
3.2.3	Instruments de musique	12

Remarques sur les leçons précédentes

2017 La contextualisation et des applications de la vie courante ne doivent pas être oubliées dans cette leçon qui se résume souvent à une suite de calculs. De plus, les fluides ne sont pas les seuls milieux dans lesquels les ondes acoustiques peuvent être étudiées.

2014 Cette leçon peut être l'occasion de traiter les ondes acoustiques dans les fluides ou dans les milieux périodiques, certes, mais elle peut aussi être l'occasion de traiter les deux cas qui donnent lieu à des phénoménologies très différentes.

Bon du coup le jury aimerait bien qu'on ne se limite pas qu'aux fluides... Ça rajoute quand même à balle de calculs de dériver le modèle acoustique puis l'approximation des milieux continus à partir de la chaîne harmonique, j'y crois assez peu pck ça veut dire qu'on a rien le temps de discuter. Basiquement tout le monde fait les ondes acoustiques dans les fluides, très probablement pck c'est dans les livres de prépa donc forcément bcp plus commode. Tant pis pour l'acoustique dans les solides, ça sera des remarques pour dire qu'on sait qu'elles existent. Sinon ils veulent des applications donc on va leur en donner. Il faut être rigoureux pour les hypothèses, faire des OdG etc mais on n'a pas le temps pour parler des implications dans le cas où elles ne sont pas validées. Je suis pas fan de faire une partie viscosité comme Corentin et Francis vu que le jury veut des applications pour moi il faut réussir à faire les instruments à vent. Mais apparemment même pour arriver aux instruments à vent c'est pas facile (en même temps c'est l'ambition de faire un chapitre de prépa en 40 min). Mais bon on y croit ! Niveau biblio on suit pas mal le Hprépa et le Dunod (le Cap prépa Thibierge dit qu'il faut s'en méfier alors je le crois). De toute façon c'est le genre de leçon copier-coller d'un livre, il faut juste mettre au maximum des ODG, de la justification d'hypothèses et des exemples. Pour l'expérience d'intro on peut en faire deux je trouve : la cloche sous vide que tout le monde fait (avec micro à l'intérieur) pour montrer que la propagation dépend bel et bien du milieu + ça fait 2 en 1 pour quand on parlera des impédances, et mesurer une longueur d'onde avec le système émetteur récepteur. C'est l'idée de Hroussille et c'est cool je trouve pck ça permet d'avoir un odg de la longueur d'onde (ce qui va nous servir pour nos approximations). Créer un tableau de comparaison avec les ondes EM semble bien. Francis l'ont fait. Je propose ça :

Introduction

Définition d'une onde acoustique. Ça existe dans pleins de milieu mais on va se limiter aux gaz ici.



Mesure d'une longueur d'onde



Mesure de la célérité du son dans l'air avec le système d'émetteur récepteur à piezo.

- Règle scotchée au sol—Bien mesurer la température
- On observe une longueur d'onde d'environ 1 cm et une vitesse d'environ 340 m/s. Bien retenir ces ordres de grandeur qui nous seront utiles pour simplifier les équations par la suite.



Onde sonore dans une cloche à vide



Attention souvent on dit fout juste le buzzer sous la cloche et on dit qu'on n'entend plus rien sous vide donc le son ne se propage pas... C'est pas tout à fait vrai car on augmente aussi la réflexion sur le verre (cf. fin de leçon) donc pour faire l'expérience il faut bien foutre un micro DANS la cloche et observer à l'oscillo.

On a propagation d'une onde mécanique qui dépend du milieu matériel.

1 Équation de propagation

1.1 Approximation acoustique

✎ Camille et Hprépa

Nous considérons un fluide parfait et nous négligeons l'influence de la pesanteur.

Au repos, le fluide est caractérisé par :

- une pression uniforme P_0 ,
- une masse volumique uniforme μ_0
- une vitesse particulière $\vec{v}_0$ que l'on considérera nulle ici.

L'onde sonore est une perturbation par rapport à cet état d'équilibre qui se traduit par des variations des grandeurs précédentes :

- la pression $P(M, t) = P_0 + P_1(M, t)$ avec $|P_1(M, t)| \ll P_0$,
- la masse volumique $\rho(M, t) = \rho_0 + \rho_1(M, t)$ avec $|\rho_1(M, t)| \ll \rho_0$,
- la vitesse particulière $\vec{v}(M, t) = \vec{v}_1(M, t)$ avec $\|\vec{v}_1(M, t)\| \ll V_0$ où V_0 est une vitesse que nous déterminerons plus tard

Les champs portant l'indice 1 ont en tout point du fluide une valeur moyenne temporelle nulle. On suppose également que ces champs et leurs dérivées sont des infiniments petits du même ordre : on étudie la propagation d'une faible perturbation par rapport à l'équilibre, c'est l'approximation acoustique.

Pour le moment, notre problème est décrit par 5 variables scalaires. Ils nous faut donc 5 équations scalaires pour fermer le problème. Pour simplifier le problème nous allons négliger les phénomènes dissipatifs (thermique et de quantité de mouvement), c'est à dire considérer le fluide parfait, et négliger l'influence de la pesanteur car elle est compensée par la pression hydrostatique. Le fluide parfait est décrit par l'équation d'Euler :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P$$

On peut la réécrire :

$$(\rho_0 + \rho_1) \left(\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_1 \right) = -\vec{\nabla} P_1$$

Le fait de négliger $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho_1$ devant $\frac{\partial \rho_1}{\partial t}$ n'est pas évident car ici ce sont les dérivées partielles de ρ_1 qui interviennent. Cependant, lors de la linéarisation d'équations faisant intervenir des dérivées, il est classique de ne garder que les termes d'ordre 1 de la fonction ainsi que de ses dérivées, l'approximation étant justifiée *a posteriori*.

Dans le cas présent, une analyse plus précise de l'approximation peut être réalisée sur une onde sonore monochromatique de période T et de longueur d'onde $\lambda = c_S T$. Dans ces conditions le terme :

- $\frac{\partial \rho_1}{\partial t}$ est de l'ordre de $\frac{\mu}{T} = \frac{\rho_1 c_S}{\lambda}$
- $\rho_0 \text{div}(\vec{v})$ de l'ordre de $\frac{\rho_0 v}{\lambda}$;
- $\rho_1 \text{div}(\vec{v})$ de l'ordre de $\frac{\rho_1 v}{\lambda}$;
- $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho_1$ de l'ordre de $\frac{\rho_1 v}{\lambda}$.

L'approximation "du premier ordre" ou linéarisation nécessite donc, a priori, deux hypothèses $|\rho_1| \ll \rho_0$ et $|\psi| \ll c_S$. Ces deux hypothèses sont en fait équivalentes comme nous plus tard.

L'élongation ξ d'une tranche de fluide est de l'ordre de grandeur de vT . La condition $v \ll c_S$ s'écrit aussi $\xi \ll \lambda$: l'amplitude des oscillations du fluide est petite devant la longueur d'onde.

L'approximation acoustique est une approximation de grande longueur d'onde.

On sait aussi que l'équation de conservation de la masse doit être vérifiée :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v})$$

Nous pouvons négliger $\rho_1 \operatorname{div}(\vec{v})$ devant $\rho_0 \operatorname{div}(\vec{v})$, car ρ_1 est petit par rapport à ρ . ρ_0 est constant ce qui donne immédiatement :

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v}_1)$$

Ceci nous fait 4 équations scalaires pour 5 inconnues : le problème n'est pas fermé. Il faut ajouter une dernière équation.

↓ *Il nous manque une équation pour fermer le problème, comme d'hab on va faire une hypothèse*

1.2 Approximation thermodynamique

↗ Hprépa p94

On va considérer que la transformation est réversible et adiabatique, donc isentropique, ce qui est cohérent avec l'hypothèse de fluide parfait qui néglige la dissipation thermique. Cette hypothèse nous donne une dernière équation. En utilisant le coefficient de compressibilité isentropique :

$$\chi_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{P - P_0},$$

nous écrirons à l'ordre 1 :

$$\mu = \rho_0 \chi_S p$$

Cette hypothèse d'adiabaticité des mouvements est acceptable si l'influence de la diffusion thermique dans le gaz est négligeable. Par un raisonnement dimensionnel sur ce coefficient de diffusion thermique D il est possible de quantifier l'hypothèse d'adiabaticité d'une onde sonore.

L'ordre de grandeur du temps caractérisant les transferts thermiques sur une distance égale à la longueur d'onde λ est $\frac{\lambda^2}{D}$. Pour que l'évolution soit adiabatique, il suffit que ce temps soit très supérieur à la période T de l'onde soit $\frac{\lambda^2}{a} \gg T$.

Introduisons la vitesse du son $c_S = \frac{\lambda}{T}$, $\lambda \gg \frac{a}{c_S}$ ou $v \ll \frac{c_S}{\ell}$; pour l'air dans les conditions usuelles, $a \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $c_S \approx 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, d'où les conditions $\lambda \gg 6.10^{-8} \text{ m}$, ou $v \ll 6.10^9 \text{ Hz}$.

Cette hypothèse est encore largement valable pour les ondes ultrasonores créées par les émetteurs piézoélectriques ($v < 10 \text{ MHz}$) utilisés en échographie.

La théorie cinétique des gaz permet de montrer que le rapport $\frac{a}{c_S}$ est voisin du libre parcours moyen d'une molécule ℓ , c'est-à-dire la distance moyenne entre deux chocs. La condition d'adiabaticité devient alors $\lambda \gg \ell$ ou $v \ll \frac{c_S}{\ell}$. Dans le cadre de la modélisation d'un gaz par un milieu continu, les longueurs caractéristiques des phénomènes étudiés doivent être grandes devant le libre parcours moyen. L'hypothèse $\lambda \gg \ell$ est donc incluse dans la modélisation par un fluide continu. Pour des longueurs d'onde plus faible $\lambda < \ell$, la propagation d'une onde sonore dans ce milieu sera modélisée autrement.

L'hypothèse d'adiabaticité est donc correcte pour un milieu continu. Cependant ce n'est pas parce que le phénomène est « rapide » mais parce que la longueur d'onde est grande devant le libre parcours moyen des particules.

↓ *Ok on a assez shlagé la réalité comme ça, passons à la résolution*



1.3 Équation de propagation

⚡ Hprépa p96

Les équations linéarisées décrivant l'évolution d'un fluide parcouru par des ondes sonores (l'évolution est donc

$$\text{isentropique) sont : } \begin{cases} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) = 0 & (\text{conservation de la masse}) \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\operatorname{grad} p & (\text{équation du mouvement}) \\ \rho_1 = \rho_0 \chi_S p & (\text{isentropie}) \end{cases}$$

Éliminant la variable μ (qui n'intervient jamais dans les CL donc c elle qu'on élimine), nous obtenons le système d'équations couplées ci dessous.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{\chi_S} \operatorname{div}(\vec{v}) \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \operatorname{grad} p \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = \operatorname{div} \operatorname{grad} p_1 = \Delta p_1 = \rho_0 \chi_S \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}$$

On obtient alors une équation dite de D'ALEMBERT, comme pour la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide :

$$\Delta p_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0, \quad \text{avec} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_S}}$$

Remarques

- $\vec{v}_1$ et ρ_1 vérifient la même équation
- Pour un gaz parfait lors d'une transformation isentrope :

$$\begin{aligned} pV^\gamma &= \text{cste} \implies V^\gamma dp + \gamma p V^{\gamma-1} dV = 0 \\ &\implies \chi_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{\gamma p_0} \\ p &= \frac{\rho RT}{M} \implies \chi_S = \frac{M}{\gamma \rho_0 RT} \\ &\implies c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \end{aligned}$$

Donc avec $\gamma = 1.4, R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}, T = 20^\circ\text{C}, M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ on a $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (et pour $T = 25^\circ\text{C}$, on a $c = 346 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

- Dans des solides on prend $\chi_S \sim 1/Y$ donc $c = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}}$ avec $Y = 20 \cdot 10^9, \rho_0 =$

$$\cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{ dans le béton} \rightarrow c = 3100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Dans l'eau, $c = 1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Les équations que l'on a obtenu dans l'approximation acoustique sont des équations linéaires (c'est un peu tout l'intérêt de cette approximation) : on peut utiliser le formalisme complexe pour écrire une solution en onde plane : $P_1 = P_{1,0} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ Injecter cette solution dans l'équation de d'Alembert nous donne la relation de dispersion bien connue :

$$\omega^2 = c^2 k^2$$

Injecter cette solution dans l'équation d'Euler linéarisée nous donne la relation de structure de l'onde sonore :

$$\rho_0 \frac{\vec{v}}{c} = P_1 \vec{e}_k \quad \text{avec} \quad \vec{e}_k = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|}$$

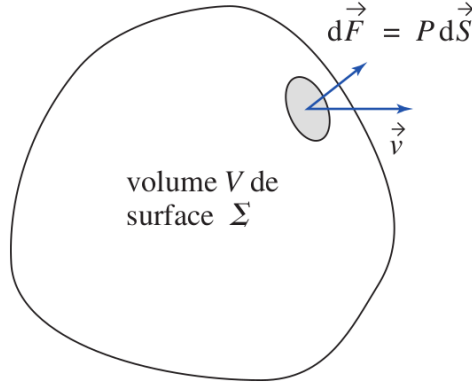
donc l'onde sonore est une onde longitudinale.

2 Aspect énergétique

2.1 Bilan

⚡ Hprépa p104

Nous allons effectuer un bilan énergétique dans le cas des ondes acoustiques. A la manière des ondes électromagnétiques, nous allons d'abord essayer de définir un vecteur de Poynting. Pour cela, on considère un volume V de fluide délimité par une surface fermée Σ .



Calculons la puissance des forces de pression qu'exerce le fluide intérieur sur les particules sortant de Σ :

$$d\vec{F} = P d\vec{S} = (P_0 + p) d\vec{S}$$

la vitesse du fluide en ce point est $\vec{v}$, d'où :

$$\mathcal{P} = \oiint_{\Sigma} P \vec{v} \cdot d\vec{S} = \oiint_{\Sigma} (P_0 + p) \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

La valeur moyenne temporelle de la première intégrale :

$$\oint_{\Sigma} P_0 \vec{v} \cdot d\vec{S} = P_0 \oiint_{\Sigma} \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

est nulle, car lors de la propagation d'une onde sonore, il n'y a pas de propagation de matière : ce n'est donc pas ce terme qui est responsable de la puissance cédée aux particules. Conventionnellement on préfère alors faire disparaître ce terme puisque l'on ne s'intéressera par la suite qu'à des valeurs moyennes. En conclusion :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \oiint_{\Sigma} p \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

La puissance cédée par le volume V aux particules qui en sortent est égale au flux sortant du vecteur $\vec{\Pi} = p\vec{v}$. On voit alors un analogue au vecteur de Poynting électromagnétique. On l'appelle vecteur desité de puissance acoustique et il s'exprime naturellement en $W.m^{-2}$.

En postulat l'existence d'une équation de conservation énergétique du même type que dans le cas de l'électromagnétisme :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\text{div} \vec{\Pi} \quad (1)$$

on aimerait maintenant trouver la forme de la densité d'énergie volumique associée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} &= -\text{div} \vec{\Pi} = -\text{div} (p(M, t)) \mathbf{v}(M, t) \\ &= -p \text{div} \mathbf{v} - \text{grad}(p) \cdot \mathbf{v} \\ &= p \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \left(\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} \right) \quad \text{avec} \quad \rho = \rho_0 \chi_{sp} \\ &= \chi_{sp} \rho \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2)$$

On peut alors intégrer en prenant la référence d'énergie nulle dans le cas sans perturbation :

$$e(M, t) = \frac{1}{2} \chi_s p^2(M, t) + \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{v}^2(M, t) \quad (3)$$

Le deuxième terme s'interprète assez facilement comme la densité d'énergie cinétique du fluide. Le premier terme, quant à lui, est plus délicat à interpréter. On dira qu'il s'agit du surcroît d'énergie interne associé à la compressibilité du fluide (Étude complète dans le Hprépa paragraphe 2.4), on l'associera alors à une densité volumique d'énergie potentielle.

Dans le cas d'une onde plane, on a montré :

$$\rho_0 c \vec{v} = p \vec{e}_k \quad \text{avec} \quad \vec{e}_k = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} \quad (4)$$

Si on calcule le vecteur de Poynting associé on a alors :

$$\vec{\Pi} = \frac{p^2}{\rho_0 c} \vec{e}_k \quad (5)$$

et pour la densité d'énergie volumique, en utilisant l'expression de la vitesse du son :

$$e(M, t) = \frac{1}{2} \chi_s p^2(M, t) + \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{v}^2(M, t) = \chi_s p^2(M, t) \quad (6)$$

soit finalement :

$$\vec{\Pi} = c e \vec{e}_k \quad (7)$$

L'énergie se propage donc à la même vitesse que l'onde et dans la même direction. (le même raisonnement énergétique est supposé avoir été déjà fait dans un cours précédent)

2.2 Intensité sonore

✚ Sanz p952 pour les OdG des approximations

Dans la vie de tous les jours on entend souvent parler d'intensité sonore ou de niveau sonore pour définir la puissance d'un bruit, à quoi cela correspond-il ?

On définit l'intensité sonore comme la valeur moyenne de la norme du vecteur de Poynting :

$$I = \langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \quad (8)$$

D'un point de vue humain, on définit le seuil d'audibilité comme $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ et le seuil de douleur à $I_m = 1 \text{ W.m}^{-2}$. On rappelle que l'oreille humaine est sensible à des fréquences allant de 20 HzV à 20 kHz, on parle alors d'ondes sonores. Vérifions si dans cette gamme nos approximations sont bien vérifiées, notamment celle sur les variations de la force volumique de pesanteur et celle sur la viscosité que l'on a un peu passées sous le tapis :

J'ai pas le J'intègre alors je vais faire les OdG moi-même.

On suppose une onde plane de fréquence $\nu = 4000 \text{ Hz}$ se propageant dans l'air avec une intensité du seuil de douleur $I = I_0$. Par moyennage on a alors :

$$I = \frac{p^2}{2\rho_0 c} \quad (9)$$

ce qui nous donne alors :

$$p \sim 30 \text{ Pa} \ll P_0 \quad (10)$$

$$v \sim 10 \text{ cm/s} \ll c \quad (11)$$

$$\rho \sim 1.10^{-4} \text{ kg/m}^3 \ll \rho_0 \quad (12)$$

et donc :

$$\left\| \frac{\rho_0 \partial_t \vec{v}}{\rho \vec{g}} \right\| \sim 10^6 \quad (13)$$

l'hypothèse des variations de la force volumique pesanteur est bien justifiée.

$$Re = \frac{UL}{\nu} \sim 0,2 \quad (14)$$

avec L l'amplitude du mouvement des particules fluides. Là c'est un peu plus discutable en fait, on a clairement pas un énorme Reynolds... Mais bon le modèle marche quand même, ça rajoute juste un effet de dissipation.

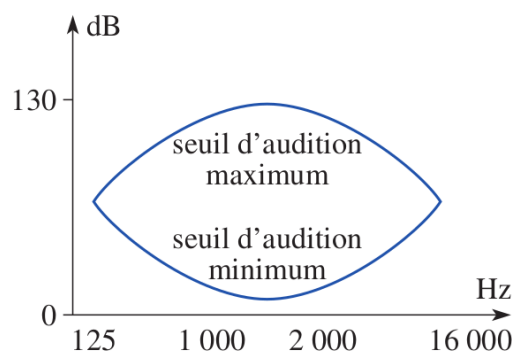
L'intensité sonore variant sur un très grand nombre d'ordres de grandeur, on utilise en général plutôt le niveau sonore qui s'exprime en décibels :

$$I_{DB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (15)$$

Il faut alors prendre garde, si les intensités s'additionnent (hors phénomènes interférentiels) pas les niveaux sonores !

Quelques niveaux sonores	
Pièce silencieuse :	30 dB
Lave-vaisselle silencieux :	50 dB
Rue animée :	75 dB
Bébé qui pleure :	80 dB
Scooter (en accélération) :	90 dB
Cantine scolaire :	100 dB
Balladeur à fond :	105 dB
Scooter sans pot en accélération :	115 dB
Avion :	120 dB
Chantier de marteaux piqueurs :	130 dB
Boîte de nuit :	130 dB
Fusée :	180 dB

Remarques Les seuils d'audibilité et de douleur dépendent de la fréquence !



De quoi ils parlent avec le truc qui fait mal aux narines ??

I Ouais mais si les ondes acoustiques se propagent partout, pk quand on est dans l'eau on entend rien de dehors ?



3 Transmission et Réflexion

3.1 Impédance acoustique

🔗 leçons des autres mais aussi Hprépa p109

Si l'on ré-écrit la relation de structure des ondes acoustiques planes on a :

$$\rho_0 c \vec{v} = p \vec{e}_k \quad \text{avec} \quad \vec{e}_k = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} \quad (16)$$

Les grandeurs se propageant sont couplées par une constante... Comme dans le cas de la tension et de l'intensité dans le câble coaxial. Par analogie on définit alors l'impédance acoustique du milieu :

$$Z \equiv \frac{p_1}{\|\vec{v}\|} = \rho_0 c = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi_S}} \quad (17)$$

L'analogie avec la propagation dans le câble coaxial est alors la suivante :

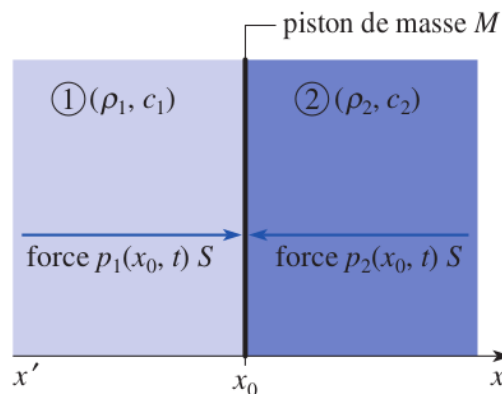
$$\begin{aligned} \vec{v} &\leftrightarrow i \\ p &\leftrightarrow u \\ \rho_0 &\leftrightarrow \Gamma \\ \chi_S &\leftrightarrow \Lambda \end{aligned} \quad (18)$$

On insiste bien sur le fait que cette forme de l'impédance n'est valable que dans le cas des ondes planes !

Nous allons voir que, comme dans le cas du câble coaxial, on peut relier ces notions d'impédance à la notion de réflexion et de transmission. Pour ce faire, nous avons besoin de déterminer les conditions limites vérifiées par les grandeurs se propageant au niveau d'une interface entre deux milieux.

Pour la vitesse, les deux milieux à l'interface sont collés donc on a continuité du déplacement et donc de la vitesse. Pour être plus général, dans le cas d'une propagation en section variable, ce n'est pas la vitesse qui est continue mais le débit volumique !

Pour la pression, on peut imaginer la mise en place d'un piston à l'interface :

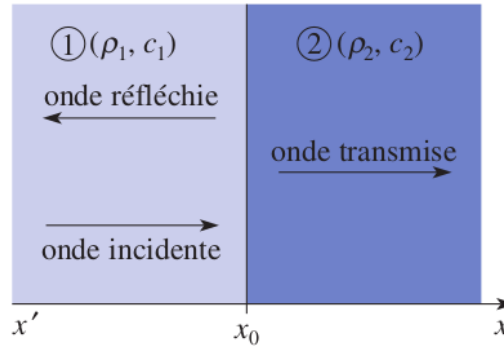


on applique alors le PFD sur le piston de masse M :

$$Ma(t) = S [p_1(x_0, t) - p_2(x_0, t)] \quad (19)$$

L'accélération du piston est celle du fluide, elle est donc finie. Ainsi si on fait tendre M vers 0 alors le produit $Ma(t)$ tendra lui aussi vers 0, impliquant ainsi la continuité de la pression à l'interface.

Calculons alors les coefficients de réflexion et de transmission en pression.



$$r = \frac{p_r}{p_i} = -\frac{v_r}{v_i} \quad t = \frac{p_t}{p_i} = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{v_t}{v_i} \quad (20)$$

On a alors :

$$p_r = r p_i \quad p_t = t p_i \quad (21)$$

$$v_r = -r v_i \quad v_t = \frac{Z_1}{Z_2} t v_i \quad (22)$$

Les deux relations de continuité donnent alors :

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (23)$$

et les deux coefficients de transmission et réflexion en puissance :

$$R = \frac{\|\Pi_r\|}{\|\Pi_i\|} \quad T = \frac{\|\Pi_t\|}{\|\Pi_i\|} \quad (24)$$

$$R = r^2 = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad T = \frac{Z_1}{Z_2} t^2 = 4 \frac{Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad (25)$$

On voit alors que :

- Pour des impédances égales, on a une transmission totale : c'est l'adaptation d'impédance. C'est pour cela que l'on met du gel en échographie sinon on a une mauvaise adaptation entre l'émetteur et le corps !
- Pour des impédances très différentes on a presque tout qui est réfléchi ! C'est notamment le cas au niveau d'une interface eau-air. Pour l'eau on a $Z \sim 2 \cdot 10^6 \text{ USI}$ alors que pour l'air $Z \sim 400 \text{ USI}$... Donc quelqu'un dans l'eau entendra très mal quelqu'un qui parle dans l'air. Ce principe est notamment mis à profit dans la conception du double vitrage. Et d'ailleurs c'est aussi ce qu'on a observé dans l'expérience d'intro.

3.2 Application aux instruments à vent

✚ Hprépa p112 mais apparemment il y a un tableau récapitulatif bien dans le Dunod. On peut aussi voir la correction de l'épreuve A 2009 mais rien de bcp plus que le Hprépa si ce n'est l'influence des trous.

On va pas avoir le temps de faire grand chose je pense donc aller à l'essentiel, on met Melde en pré-requis comme ça l'analogie est directe

Nous avons vu que la réflexion d'une onde plane progressive monochromatique sur une terminaison parfaite peut conduire à la formation d'ondes stationnaires dont les nœuds et les ventres, alternés, sont distants de $\frac{\lambda}{4}$ (deux nœuds, ou deux ventres, successifs étant distants de $\frac{\lambda}{2}$). En pratique, pour obtenir une propagation rectiligne d'ondes sonores planes, nous serons généralement amenés à les confiner à l'intérieur d'une conduite, que nous choisirons de section constante pour simplifier notre étude. Les impédances acoustiques terminales Z parfaites que nous pourrions aisément réaliser correspondent à :

- $Z = 0$: tuyau dont l'extrémité est ouverte à l'air libre (nœud de surpression).
- $Z = +\infty$: tuyau dont l'extrémité est fermée (nœud de débit).

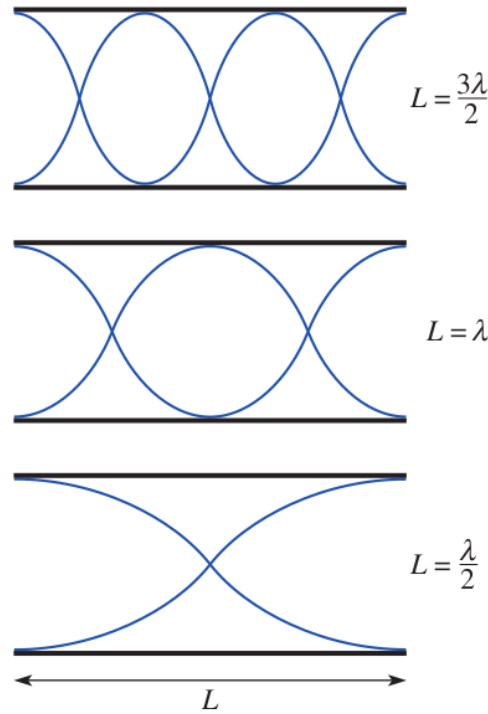
Dans le cas de la corde de Melde, pour deux extrémités fixées, nous avons montré que les oscillations libres peuvent se décomposer en harmoniques de fréquences multiples du fondamental :

$$\nu = \frac{c}{2L} \quad (26)$$

Dans le cas des ondes acoustiques et du tuyau constant on peut envisager deux cas.

3.2.1 Tuyaux symétriques

Dans ce cas les deux extrémités sont du même type (ouvert-ouvert ou fermé-fermé). La condition de quantification est la même que dans le cas de la corde de Melde : la longueur du tube correspond à un nombre entier de demi-longueur d'onde.



On a donc des modes propres de fréquences :

$$\nu_1 = \frac{c}{2L}, \nu_2 = 2\nu_1, \nu_3 = 3\nu_1, \dots, \nu_n = n\nu_1, \dots \quad (27)$$

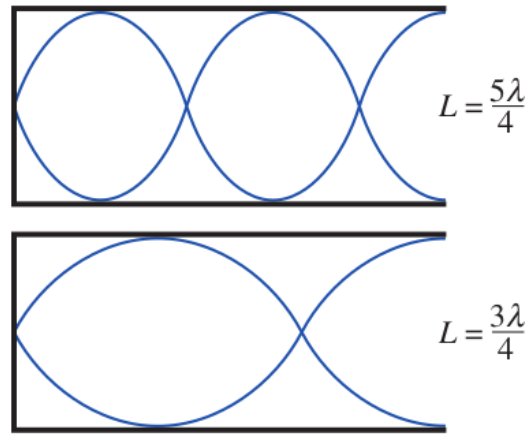
3.2.2 Tuyaux asymétriques

Cette fois on a une extrémité qui correspond à un noeud de débit et l'autre qui correspond à un ventre de débit. La condition de quantification devient donc :

$$L = n \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{c}{2\nu}.$$

Les harmoniques présents dans la série de Fourier des oscillations libres du gaz auront pour fréquences :

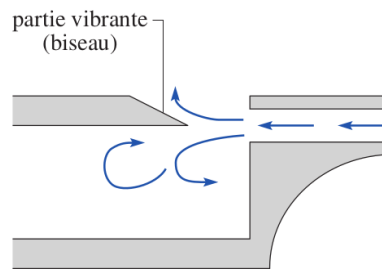
$$\nu'_1 = \frac{c}{4L}, \nu'_2 = 3\nu'_1, \nu'_3 = 5\nu'_1, \dots, \nu'_n = (2n-1)\nu'_1, \dots$$



3.2.3 Instruments de musique

Le musicien qui souffle dans son instrument provoque des vibrations à l'une des extrémités du tube de résonance de son instrument. Diverses techniques permettent d'obtenir au bout du tube un vibreur qui va entretenir les oscillations propres de la colonne gazeuse contenue dans le corps de l'instrument.

Pour des instruments à embouchure de flûte, l'écoulement turbulent de l'air de part et d'autre du biseau provoque le décollement périodique de tourbillons d'air, produisant des vibrations excitatrices filtrées par la cavité résonante (tube de l'instrument). L'ouverture au niveau du biseau étant assez importante, cette extrémité du tube de l'instrument se comporte approximativement comme une extrémité libre.



D'autres instruments possèdent une anche (hautbois, clarinette, ...) que le souffle de l'instrumentiste fait vibrer. Dans d'autres encore (clairon, cor, ...), ce sont les lèvres du musicien qui sont mises en vibration. L'extrémité excitatrice est alors assimilée à une extrémité fermée.

L'autre extrémité des instruments à vent est généralement ouverte, nous l'assimilerons donc à une extrémité libre. Dans ces conditions, le son émis par les instruments à embouchure de flûte comporte les fréquences :

$$\nu_1 = \frac{c}{2L}, \nu_2 = 2\nu_1, \nu_3 = 3\nu_1, \dots, \nu_n = n\nu_1, \dots$$

alors qu'un instrument à anche ne produira que des harmoniques impairs :

$$\nu'_1 = \frac{c}{4L}, \nu'_2 = 3\nu'_1, \nu'_3 = 5\nu'_1, \dots, \nu'_n = (2n-1)\nu'_1 \dots$$

Les timbres (répartitions des harmoniques) de ces deux types d'instruments seront donc très différents même s'ils ont la même longueur.

Conclusion

Les instruments c'est plus complexe qu'un tube juste. Role très important de la température.