

LP27 - Propagation guidée des ondes

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

27 juin 2020

Bibliographie

- http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf cours de Lyon
- Physique 2nde année PC-PC*, **Olivier** Tec Doc
- Ondes 2eme année, **Brébec** HPrépa
- Optique, **Taillet** (j'avias pas la ref, mais bien apparemment pour le guidage en général)
- Ondes électromagnétiques, **Garing** (j'avias pas la ref, mais bien apparemment pour le coax)
- BUP 742 : "Propagation guidée des ondes acoustiques dans l'air". Applique tout ce formalisme aux ondes acoustiques (pas grand chose de nouveau)
- [LA FIBRE OPTIQUE C'EST COOL](#)

Pré-requis :

- Propagation dispersive
- Ondes acoustiques
- Métal parfait

Table des matières

1	Notion de guide d'onde	2
1.1	Entrée et sortie dans guide d'onde	2
1.2	Dispersion due au guidage	3
1.3	Généralités sur le guidage (?)	4
2	Guide d'onde électromagnétique	5
2.1	Conditions aux limites et structure du champ	5

2.2 Modes transverses électriques	5
2.3 Propagation de l'énergie	6
3 Application à la télécommunication	7
3.1 Fibre optique à saut d'indice	7
3.2 Câble coaxial (aborted)	8
3.3 D'autres guides d'ondes (?)	8

Remarques générales : **(F) Après relecture, le grand I/ doit sauter.**

Reste à faire python pour les dispersions, tester l'expérience introductive, questions, dernière sous-partie

Commentaires du jury

2014 Les candidats doivent avoir réfléchi à la notion de vitesse de groupe et à son cadre d'utilisation.

2012 Les notions de modes et de fréquence de coupure doivent être exposées. On peut envisager d'autres ondes que les ondes électromagnétiques.

2009 Il faut insister sur les conditions aux limites introduites par le dispositif de guidage.

Introduction

Quaranta I, p. 467 (Ultrasons)

On utilise un couple émetteur récepteur ultrasons Jeulin à 40 kHz. On compare trois situations. Sans guide : c'est nul, avec guide (diamètre environ 25mm) : c'est mieux en amplitude mais le signal est déformé, avec un guide plus petit (5mm) c'est bien !

On peut aussi faire l'expérience du rayon lumineux guidé dans un filet d'eau, en sortie d'un tube de Mariotte auquel on branche un tuyau pour mieux diriger le filet. Ça semble moins pertinent

Problématique : Comment s'émanciper de la décroissance en $1/r^2$ de l'intensité d'une onde émise lorsqu'on veut diriger une onde ?

1 Notion de guide d'onde

1.1 Entrée et sortie dans guide d'onde

http://thierry.chave.free.fr/ondes_acoustiques.pdf ou page 727 Olivier pour le pavillon exponentiel. Brébec page 123 pour l'adaptation d'impédance.

	Ligne bifilaire	Ligne coaxiale	Guide d'ondes	Fibre optique
Vue en coupe				
Fréquence d'utilisation	10^9 Hz	10^{10} Hz	3 - 90 GHz	10^{14} Hz
Bande passante	Très faible	12 - 60 MHz	10 GHz	1 GHz
Modes	-	TE, TM, TEM	TE, TM	-
Atténuation	-	-	-0.1 dB/m	-0.01 dB/m
Débit de données	1 communication téléphonique par ligne	Plusieurs centaines de communications	-	10^{10} bits/s

FIGURE 1 –

Au choix : soit on le voit comme un haut-parleur, soit on le voit comme un cornet. Le deuxième cas l'effet de la dispersion ($k'' < 0$ donc amplification) et de l'adaptation d'impédance se cumulent, il est donc plus pertinent car il évite de devoir comparer quantitativement les deux effets. Si on veut traiter le pavillon il faut changer le signe de σ .

On considère une interface variant de surface sur échelle L très petite devant la longueur d'onde de l'onde acoustique λ .

- Continuité de la pression à l'interface (PFD à une section de fluide) $P_1 = P_2$
- Conservation de la masse : le débit volumique de fluide est conservé $S_1 v_1 = S_2 v_2$.
C'est ici qu'on a besoin de l'hypothèse $L \ll \lambda$

Limites du modèle : l'approximation \vec{v}_1 est selon \vec{u}_x est fautive proche des paroi, dans cet exemple on a toujours utilisé une approche globale de la conservation de la masse. Lors que le pavillon exponentiel a sa surface qui tend vers 0 cette approximation devient fautive, l'énergie ne diverge pas !

1.2 Dispersion due au guidage

Olivier page 727 et http://thierry.chave.free.fr/ondes_acoustiques.pdf

On démontre l'équation d'onde pour un onde acoustique guidée dans un pavillon dont les parois s'élargissent exponentiellement : $S(x) = S_0 e^{-\sigma x}$

Première étape : conservation de la masse

- Masse qui entre en x : $\mu_0 S(x) v_1(x, t)$
- Masse qui sort en $x + dx$: $\mu_0 S(x + dx) v_1(x + dx, t)$
- Variation de masse dans le volume infinitésimal en x entre t et $t + dt$ (approximé comme un cylindre à l'ordre 1) : $\frac{\partial \mu}{\partial t} S(x) dx dt$
- conservation de la masse + DL de Sv :

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \mu_0 v_1 \sigma$$

Deuxième étape : équation d'Euler linéarisée

$$\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$$

Troisième étape : évolution isentropique

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = \mu_0 \chi_s \frac{\partial p_1}{\partial t}$$

On suit les particules donc on utilise des dérivées eulériennes $\chi_s = \frac{1}{\mu} \frac{D\mu}{Dp} \Big|_S = \frac{1}{\mu} \frac{D\mu/Dt}{Dp/Dt}$ que l'on évalue à l'ordre 1 car les dérivées convectives sont d'ordre 2.

On obtient alors l'équation d'onde

$$0 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} + \sigma \frac{\partial v_1}{\partial x} - \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2}$$

Ce n'est pas une équation de d'Alembert, et la relation de dispersion s'écrit : $k^2 - i\sigma k - \frac{\omega^2}{c^2} = 0$, que l'on résout pour ω réel. On distingue alors deux cas, selon ω et $\omega_c = \frac{\sigma c}{2}$ et on cherche $k = k' + ik''$

- $\omega < \omega_c$: $k' = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\omega^2}{c^2} - \sigma^2}$ et $k'' = \frac{\sigma}{2}$. On a propagation avec amplification de l'amplitude de l'onde.
- $\omega > \omega_c$: alors $k' = 0$ et $k'' = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 - \frac{4\omega^2}{c^2}}$. Il n'y pas de propagation, on a donc un passe-haut, la fréquence de coupure vaut en odg (en prenant $\sigma = 10\text{m}^{-1}$ pour un cornet de taille centimétrique) $f_c = \frac{\sigma c}{4\pi} \simeq 300 \text{ Hz}$

On peut éventuellement faire l'étude des vitesses de phase et de groupe, c'est pas forcément intéressant à ce moment de la leçon.

1.3 Généralités sur le guidage (?)

Des choses page 50 chez http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf.

Pour guider il faut confiner l'espace. On voit l'apparition d'une fréquence de coupure.

Problème ici : on n'explique pas vraiment pourquoi la géométrie guide la propagation, c'est un postulat de chercher une onde se propageant dans une seule direction

wiki A waveguide is a structure that guides waves, such as electromagnetic waves or sound, with minimal loss of energy by restricting the transmission of energy to one direction. Without the physical constraint of a waveguide, wave amplitudes decrease according to the inverse square law as they expand into three dimensional space. <https://en.wikipedia.org/wiki/Waveguide>

Transition : Dans ce cas c'est parce que l'équation d'onde n'est plus une équation de d'Alembert qu'on a de la dispersion et que le guidage permet d'amplifier le son. Cette condition n'est pas nécessaire

2 Guide d'onde électromagnétique

2.1 Conditions aux limites et structure du champ

page 50 http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf

On considère deux plaques infinies d'un conducteur parfait (le champ électrique n'y pénètre pas), en $z = 0$ et $z = a$. Entre les plaques on considérera du vide pour simplifier, mais l'étude reste valable pour un milieu d'indice n dispersif.

On s'intéresse à la propagation des ondes dans le vide entre les plaques, où les équations de propagations sont les mêmes que dans le vide, vu que c'est du vide. A priori rien de nouveau, mais comme on fait des EDP les CL sont capitales!

Les CL imposent que $B_z = 0$ et $E_x = E_y = 0$ sur les plaques, on ne peut rien dire de plus car il peut y avoir des charges et des courants en surface.

À l'aide des équations de Maxwell et des invariances on obtient deux systèmes de 3 équations à 3 inconnues qui sont découplés.

2.2 Modes transverses électriques

page 51 http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf

On distingue alors les modes TE et TM, ce sont des modes qui se propagent sans se voir (ie interférer). Le champs total est alors superposition de ces modes (apparemment c'est un peu subtil, faudrait regarder le Taillet 8.2).

On va se consacrer ici aux ondes non planes progressives selon z croissant, avec E perpendiculaire à y (mode TE uniquement), et phénoméologiquement on sait que l'onde se propage selon x . On cherche donc un champ électrique de la forme

$$\vec{E} = e(z) \cos(\beta x - \omega t) \vec{e}_y$$

Attention β n'est pas vecteur d'onde puisque l'onde n'est pas plane. On peut lui trouver un explication en regardant le modèle optique géométrique : c'est lui qui donne l'angle d'entrée dans le guide pour la décomposition en OPPH. Faut bien voir que c'est pas une simplification du problème, on a le droit de chercher séparément les modes TE et TM vu qu'ils sont découplés. Ici on fait juste la moitié du boulot pour pas que ce soit redondant.

On injecte dans l'équation de d'Alembert, on trouve alors que les seules solutions possibles sont pour $\omega^2/c^2 > \beta^2$ avec ($p \in \mathbb{N}^*$)

$$\vec{E}_p = E_{0,p} \sin \frac{p\pi z}{a} \cos(\beta x - \omega t) \vec{e}_y$$

La relation de dispersion donne

$$\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 = \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2$$

Comparaison avec la partie I : On a encore un passe-haut (β réel donc $\omega_{c,p} = p\pi c/a$) et de la dispersion que l'on va qualifier d'*intramodale*. Il y a cette-fois ci la notion de mode à ajouter, et cette notion fait elle aussi intervenir une nouvelle forme de dispersion appelée *intermodale*.

Pour finir de déterminer les modes TE il nous faut le champ magnétique, on est obligé de repasser par les équations de Maxwell, les résultats sur les OPPH ne s'appliquant pas ici. On donne directement le résultat.

On présente les graphes de la dispersion, on parle de guide monomode vs multimode.

2.3 Propagation de l'énergie

page 56 poly

On trouve le vecteur de Poynting qui donne la direction de propagation de l'énergie.

$$\vec{\Pi} = \frac{E_0 \beta_p}{2\mu_0 \omega} \sin^2 \frac{p\pi z}{a} \vec{e}_x$$

Le calcul complet du Brébec donne le résultat suivant pour Poynting :

Le vecteur de Poynting est $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ soit en déployant :

$$\vec{\Pi} = \frac{k}{\omega \mu_0} E_0^2 \sin^2 \frac{m\pi x}{a} \cos^2(\omega t - kz) \vec{e}_z - \frac{m\pi}{a\omega \mu_0} E_0^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin(\omega t - kz) \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$$

en supposant $\underline{E}_0 = E_0$ réel.

J'ai un peu de mal à dire qu'on a réussi à ne plus avoir de perte parce que ça vient du modèle où on suppose que la seule dépendance en x est dans le cos et pas dans l'amplitude. On pourrait sûrement s'en sortir en disant que l'enveloppe est lentement variable en x traiter cette dépendance comme une correction en considérant que la dépendance en z reste inchangée. On part alors de $E = E(x, z)e^{i\omega t - i\beta x} = \tilde{E}(x) \sin \frac{p\pi z}{a} e^{i\omega t - i\beta x}$, que l'on injecte dans

l'équation de d'Alembert avec le Laplacien : $\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} - 2i\beta \frac{\partial \tilde{E}}{\partial x} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 - \left(\frac{p\pi z}{a} \right)^2 \right) \tilde{E} = 0$.

En la résolvant on trouve (sachant que $\omega > \omega_c > p\pi c/a$) on trouve $\tilde{E}(x) = Ae^{i\beta x} \exp \left\{ -i \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{p^2 \pi^2}{a^2}} x \right\} + Be^{i\beta x} \exp \left\{ i \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{p^2 \pi^2}{a^2}} x \right\}$

Vitesse de groupe vitesse de phase.

Parler ici de l'impact de la dispersion inter / intra modale sur la déformation de l'onde : retour sur l'exemple introductif. **But du mode TEM : Pas de dispersion !** $\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$,

donc le signal n'est pas déformé. Le Brébec dit que cela ne peut être vrai que pour un guide avec deux conducteurs au moins.

Transition : La dispersion peut donc être très handicapante pour la propagation d'information. De plus il y a des pertes, le débit est limité... Certains systèmes sont plus adaptés. Aujourd'hui, on a la fibre !

3 Application à la télécommunication

3.1 Fibre optique à saut d'indice

page 47 http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf

Aujourd'hui on a pas des guide d'ondes métalliques mais des fibres optiques : présentation du tableau des technologies actuelles.

Mais Jamy, c'est quoi une fibre optique ? Je vais t'expliquer.

Expérience du filet d'eau : <https://www.youtube.com/watch?v=XrWBOKLXpn8>

On présente la fibre à saut d'indice sur slide. Petit blabla sur son intérêt et son utilisation.

Pour justifier l'approche optique géométrique qu'on va faire, il faut qu'on utilise des ondes planes, or on a vu qu'on n'a pas des ondes planes... Pour résoudre ce problème on se rappelle que les OPPH forment une base des solutions à l'équation de d'Alembert, on va essayer d'écrire les solutions trouvées précédemment pour les modes TE.

$$\text{On a } \vec{E}_p = E_{0,p} \sin \frac{p\pi z}{a} \cos(\beta x - \omega t) \vec{e}_y = \frac{E_{0,p}}{2} \left(\sin \left(\beta x + \frac{p\pi z}{a} - \omega t \right) - \sin \left(\beta x - \frac{p\pi z}{a} - \omega t \right) \right) \vec{e}_y$$

On a donc un somme de deux ondes planes, de vecteurs d'ondes $\vec{k}_{p,\pm} = \beta \vec{e}_x \pm \frac{p\pi}{a} \vec{e}_z$.

Je suis d'avis de s'arrêter là pour la théorie de la fibre optique, en disant que la suite sera faite en TD. C'est un peu dommage parce que ça fait bien le lien entre la partie II et III mais c'est assez long à faire proprement et il faut garder du temps pour le câble coax. Sinon on peut juste faire l'analogie avec les réseaux en faisant un beau schéma

On peut au moins donner les grandes lignes et les résultats importants :

- condition de réflexion totale : $\cos \theta > n_2/n_1$ donc on guide bien les ondes vers l'avant.
- condition d'interférences constructives : $\sin \theta_p = \frac{p\lambda}{2a}$ donc on retrouve la pulsation de coupure $\omega_{c,p} = p\pi c/a$ (lire page 55 du poly pour retrouver ça en approche du II)
- Angle d'acceptance ?

La dispersion aussi peut se voir mais on ne va pas s'y attarder ici.

Transition : La fibre optique à saut d'indice est en fait équivalente au confinement de l'onde entre deux plans. On peut faire mieux.

3.2 Câble coaxial (aborted)

Cette leçon est déjà bien calculatoire, il vaudrait mieux ne pas présenter cette partie page 62 http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf Garing Ondes EM

C'est compliqué. Comme les modes TE et TM ne se propagent pas dans la câble coaxial (fréquences de coupures pour les premiers modes au GHz), on va s'intéresser au mode TEM uniquement, on ne va rentrer dans les détails mais on va seulement se donner la forme des champs. il faut lire en détail le poly pour la théorie des modes TEM

On trouve la relation de dispersion $\beta^2 = \omega^2/c^2$

Faire la suite des calculs du poly, on trouve une structure d'OPPH pour I et U (mais pas pour E et B) : on transmet sans perte et sans transformation du signal!

Il faudrait se renseigner sur comment prendre en compte les pertes dans ce modèle pour faire apparaître la dispersion.

3.3 D'autres guides d'ondes (?)

Sur slide on présente les différents guides d'onde et leurs caractéristiques.

fin du chapitre 8

En gros faudrait faire une discussion sur les différents

BUP 927 : "des lasers pour les télécommunications"

Conclusion

On rappelle les caractéristiques du guidage, on s'émancipe de la décroissance de l'amplitude, au prix de la dispersion et des basses-fréquences qui sont coupées. L'ingénierie des guide d'ondes dépend donc des ondes que l'on utilise.

Ouvertures possibles : coax réel, prise en compte de l'absorption du guide (métal non parfait)

Commentaires pendant la prépa aux oraux

- L'idée de l'impédance dans une conduite, c'est que pour une onde plane l'impédance caractéristique dans un tuyau vaut $Z = \rho c/S$. De plus, l'impédance caractéristique de l'air est assez faible (voir sur wikipédia par exemple) et que l'impédance de membrane ou de la voix humaine (via la cavité de la bouche) a une impédance assez grande. L'idée est de placer une conduite entre les deux, de forte impédance (petite section) en entrée pour que le son rentre et d'augmenter de manière progressive l'impédance (pour ne pas avoir de réflexion) jusqu'à une valeur bien plus faible de l'impédance (grande section) pour que le son soit entièrement transmis dans l'air. C'est un peu le même principe que l'amplificateur en électronique qui ont une

- impédance d'entrée assez grande et une faible impédance de sortie pour transmettre la puissance aux enceintes.
- https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9sonances_de_Schumann entre la Terre et la ionosphère on a un guide d'onde!
 - https://rosencher.pagesperso-orange.fr/Cours/Majeur2_Guidedonde.pdf beammer vnr
 - https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Goos%E2%80%93H%C3%A4nchen pour les réflexions totales dans le guide d'onde il peut se passer des choses
 - Le mode TEM c'est subtil, faut regarder le poly page 66

Questions

- Pourquoi les fibres optiques sont peu sensibles au bruit ? En haute-fréquence, on est vite en rayonnement champ lointain, les sources sont ponctuelles.
- Comment est codé un signal dans une fibre optique ? Ce sont des pulses de lumière.
- Comment coupler une propagation en espace libre et celle dans la fibre ? Via un système de focalisation.
- Dans le modèle interférentiel de la fibre, qu'est-ce qui interfère avec quoi ? Où est la différence de marche ?
- Pourquoi le rayon des fibres monomodes est plus petit ? On le voit sur la pulsation de coupure.
- Quel intérêt des monomodes ? Grandes distances, haut-débit. Ça permet de faire filtre passe-bas et d'obtenir un beau faisceau gaussien. Quels problèmes ? Toute la puissance est dans un mode : non-linéarités ? Difficile à mettre en place (ouverture de $10 \mu\text{m}$).
- Analogie avec l'effet de peau ?
- Comment on transmet longue distance sachant qu'il y a de la perte ? On met des répéteurs. Comment le faire en pratique ? Amplification du signal avec une pompe optique comme pour les lasers.
- Problèmes potentiels des fibres optiques ? Si elle est faite en plastique ? L'indice peut varier avec une courbure de la fibre.
- Intérêt de guider ? Propagation sphérique, donc perte de puissance et d'énergie.
- Prix du guidage ? Limites d'info, dispersion, modes, argent, passe haut, il y a plein de limites en tous genres.
- Quel est l'intérêt de la fibre à gradient d'indice ? Gain $\times 100$ en quantité d'info.
- Qu'est-ce qu'on suppose pour utiliser optique géométrique en fibre ? $\lambda \ll a$ largeur de la fibre. C'est ok pour une 15 micron, mais une monomode non.
- Défaut du plan plan ou des guides en alu ? L'atténuation, parce que c'est pas un métal parfait. Quand on monte en fréquence, ça devient moins propre et la fibre est mieux.
- Comment on gère les interfaces ? Par exemple avec un coax ? Il faut bien rentrer, bien adapter l'impédance pour ne pas avoir d'onde réfléchie.
- Intermodal ou intramodal ? Lequel domine ? Intermodal domine, c'est pour ça que

les fibres monomodes sont bien.

- Sur le TEM, on n'a pas dispersion car les deux ondes sont orthogonales (okay...)
- Physiquement, pourquoi on ne voit plus dispersion à haute fréquence? Longueur d'onde plus petite, on ne ressent plus les parois.
- Pour la fibre, $v_\phi v_g = c^2$, ce qui nous mène à $\omega dk = c^2 k d\omega$, il y a proportionnalité entre l'écart en fréquence et longueur d'onde?
- Sur la non-dépendance en z de l'amplitude : il y a invariance selon z , et si on considère un milieu infini et pas d'absorption, il n'y a pas de variation, c'est cohérent.