LP33 - Interférences à deux ondes

10 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

Niveau : Classes préparatoires

Bibliographie

- ✍ *Tout-en-Un PC-PC**, **Sanz** — Boh la base hein
- ✍ *Optique*, **Taillet** — pour des détails

Table des matières

1 Conditions d'interférences **2**
- 1.1 Détection des ondes lumineuses . . . 2
- 1.2 Superposition de deux ondes monochromatiques . . . 3
- 1.3 Cohérence et formule de Fresnel . . . 4
  - 1.3.1 Polarisation . . . 4
  - 1.3.2 Pulsation . . . 4
  - 1.3.3 Cohérence temporelle . . . 4

2 Les fentes d'Young **5**
- 2.1 Dispositif expérimental et observations . . . 5
- 2.2 Mise en équation . . . 6

3 Source réelle **7**
- 3.1 Cohérence spatiale . . . 7
- 3.2 Cohérence temporelle . . . 8

Remarques sur les leçons précédentes

2016 Les approximations mises en œuvre dans les calculs de différence de marche doivent être justifiées *a* priori.

2015 L'exposé doit permettre de préciser clairement les contraintes particulières que l'optique impose aux dispositifs interférentiels par rapport à d'autres domaines.

2014 Un interféromètre comportant une lame séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées.

Dans le book, c'est le passage de Camille qui a eu 20. Basiquement elle a fait le plan classique et elle a pas eu le temps d'aborder la troisième partie (sur la cohérence). Tout le monde fait plus ou moins ce plan (Interférences à deux ondes en général, Fentes d'Young, Source réelle (cohérence)). Je propose de reprendre ce plan, il est naturel (et c'est comme ça qu'il est fait dans les bouquins en général).

Introduction

Définition d'interférences. Interférences observables facilement en acoustique et en ondes de surface mais on les observe bcp plus difficilement avec des ondes lumineuses. Manip quali des trous d'Young, on éclaire avec un laser on voit des interférences mais si on éclaire avec une QI on voit que dalle.

↯ *Dans quelles conditions et pourquoi en voit-on ?*

1 Conditions d'interférences

1.1 Détection des ondes lumineuses

La première question que l'on doit se poser pour comprendre ce phénomène d'interférences c'est : qu'est-ce que l'on mesure lorsque l'on détecte une figure d'interférences ? (que ce soit avec notre oeil ou tout autre photorécepteur). En fait les photorécepteurs sont sensibles à la puissance surfacique transportée par l'onde lumineuse, définie comme vous le savez à travers le vecteur de Poynting :

$$\mathcal{P}(M,t) = \|\Pi(\vec{M},t)\| \propto \|E(\vec{M},t)\|^2 \tag{1}$$

Il existe une grande variété de capteurs définis par leur caractéristiques et notamment leur temps de réponse :

Capteur	Temps de réponse
Oeil	$0,06$ s
Plaque photographique	10^{-3} s
Photodiode	10^{-6} s
Photomultiplicateurs (top du top)	10^{-10} s

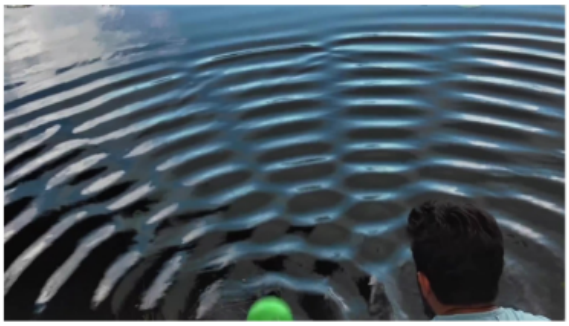
(2)

C'est une caractéristique très importante qui explique notamment le flou lorsque l'on prend en photo un objet bougeant trop rapidement : si le temps de réponse du capteur de l'appareil photo est plus grand que le temps caractéristique du mouvement alors la puissance lumineuse mesurée est une moyenne, l'image n'est pas bien défini dans le temps. **photo floue sur diapo**

Qu'en est-il des ondes lumineuses ? Pour une longueur d'onde comprise entre 400 nm et 800 nm, on a des fréquences associées de l'ordre de 10^{15} Hz ce qui correspond à des temps caractéristiques de variations de l'ordre de 10^{-15} s ! C'est donc bien plus faible que le temps de réponse de tous les détecteurs précédemment cités. Ainsi, de la même manière qu'un appareil photo faisant une image floue d'un objet bougeant trop vite, les photodétecteurs ne perçoivent qu'une moyenne sur des centaines de milliers (au mieux) de la puissance lumineuse. On définit alors l'intensité lumineuse comme la grandeur de mesure réellement pertinente :

$$I(M) = \langle \mathcal{P}(M,t) \rangle \propto \langle \|E(\vec{M},t)\|^2 \rangle \tag{3}$$

On comprend pourquoi les interférences optiques sont statiques, contrairement à celles de la cuve à onde.



Moyenné sur 100 ms

Moyenné sur 3s

Pour comprendre le phénomène d'interférences il suffit donc d'étudier l'intensité résultante de la superposition de deux ondes lumineuses

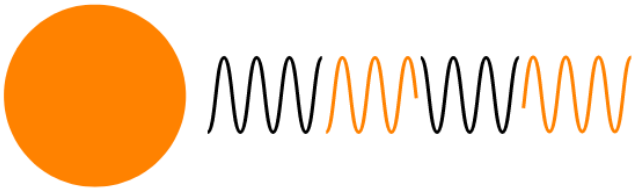
1.2 Superposition de deux ondes monochromatiques

Supposons que l'on ait deux sources S_1 et S_2 rayonnant des ondes monochromatiques représentées par les champs suivant :

$$\begin{aligned}\mathbf{E_1}(M,t) &= \mathbf{E_{10}}\cos\left(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1M) + \varphi_{10}(t)\right)\\ \mathbf{E_2}(M,t) &= \mathbf{E_{20}}\cos\left(\omega_2 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1M) + \varphi_{20}(t)\right)\end{aligned} \tag{4}$$

On a ajouté ici aux termes classiques des phases ϕ_{10} et ϕ_{20} qui correspondent aux phases à l'émission en S_1 et S_2. En effet, rien ne dit que ces deux sources émettent des ondes en phase initialement ! Mais pourquoi cette dépendance temporelle ?

Les processus d'émission lumineuse sont des processus quantiques et se font de manière intrinsèquement discrète par émission de photons. On n'a donc en réalité pas une émission d'une onde sinusoïdale continue mais des émissions successives de pleins de petits trains d'onde. Ces trains d'onde ont une durée caractéristique τ_c et une phase aléatoire ce qui créer une dépendance temporelle aléatoire dans les phases initiales au niveau des deux sources.



Essayons alors de calculer l'intensité résultant de la superposition de ces deux ondes :

$$\begin{aligned}I &\propto \left\langle (\mathbf{E_1}+\mathbf{E_2})^2 \right\rangle\\ I &\propto \underbrace{\langle \mathbf{E_1}^2 \rangle}_{I_1} + \underbrace{\langle \mathbf{E_2}^2 \rangle}_{I_2} + \underbrace{2\langle \mathbf{E_1}\cdot\mathbf{E_2}\rangle}_{\text{interférences}}\end{aligned} \tag{5}$$

on remarque alors directement l'existence potentielle des interférences : l'intensité résultante n'est pas a priori la somme des intensités. Ce phénomène est entièrement contenu dans le troisième terme du développement que l'on appelle terme d'interférences. Développons le :

$$\langle \mathbf{E_1}\cdot\mathbf{E_2}\rangle = \left\langle \mathbf{E_{10}}\cdot\mathbf{E_{20}}\cos\left(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1M) + \varphi_{10}(t)\right)\cos\left(\omega_2 t - \frac{\omega_2}{c}(S_2M) + \varphi_{20}(t)\right)\right\rangle \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{E_1}\cdot\mathbf{E_2}\rangle = \frac{1}{2}\mathbf{E_{10}}\cdot\mathbf{E_{20}}\Bigg\langle \Bigg(&\cos\left((\omega_1+\omega_2)t - \frac{\omega_1(S_1M)+\omega_2(S_2M)}{c} + (\varphi_{10}(t)+\varphi_{20}(t))\right)\\ &+\cos\left((\omega_1-\omega_2)t - \frac{\omega_1(S_1M)-\omega_2(S_2M)}{c} + (\varphi_{10}(t)-\varphi_{20}(t))\right)\Bigg)\Bigg\rangle\end{aligned} \tag{7}$$

Interférences = terme non nul mais on a des cosinus c'est de moyenne nulle ça... à moins que !

1.3 Cohérence et formule de Fresnel

Dans le cas où les deux ondes peuvent donner lieu à des interférences on dit qu'elles sont cohérentes. Si on étudie cette expression on remarque que trois conditions dites conditions d'interférences doivent être remplies pour que le terme d'interférence ne s'annule pas.

1.3.1 Polarisation

Tout d'abord le produit scalaire ne doit pas être nul. Cette condition est réalisée dès lors que les ondes ne sont pas polarisées de manière orthogonale.

Les polarisations doivent être non orthogonales

1.3.2 Pulsation

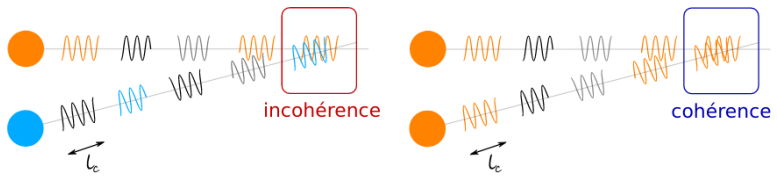
Pour que les cosinus ne soient pas de moyenne nulle, il faut que ceux-ci aient une phase indépendante du temps. Cela mène donc tout d'abord à :

$$\omega_1 = \omega_2 \tag{8}$$

les ondes doivent donc être de même pulsation pour pouvoir interférer.

1.3.3 Cohérence temporelle

Reste alors le terme dépendant des phases instantanées. Si $\phi_{10} \neq \phi_{20}$, i.e. les deux ondes ne proviennent pas du même train d'onde, alors le moyennage annule le cosinus et les ondes n'interfèrent donc pas. Pour qu'il y ait interférence il faut donc que les ondes proviennent du même train d'onde. Cela n'est possible que si elles sont issues de la même source. Mais ce n'est pas une condition suffisante ! En effet, deux ondes issues d'une même source peuvent provenir de trains d'onde différents. On a dit qu'un train d'onde correspond à une certaine durée τ_c donc par propagation cela correspond à une certaine longueur l_c. Si la différence de chemin optique entre les deux ondes est supérieure à cette longueur de cohérence alors les deux ondes interférant ne proviendront pas du même train d'onde !



Les ondes doivent provenir de la même source et vérifier :

$$\delta < l_c \tag{9}$$

Chaque source lumineuse possède sa longueur de cohérence temporelle caractéristique :

Source	Longueur de cohérence
Laser He-Ne (TP)	30 cm
Laser plus balèze	jusqu'au km !
Source random	0.6μm

(10)

plus on a une grande cohérence temporelle moins on aura de mal à faire des interférences.

Si on se place dans le cas où toutes les conditions sont vérifiées on obtient alors la formule de Fresnel donnant l'intensité résultant de la superposition de ces deux ondes cohérentes :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) \tag{11}$$

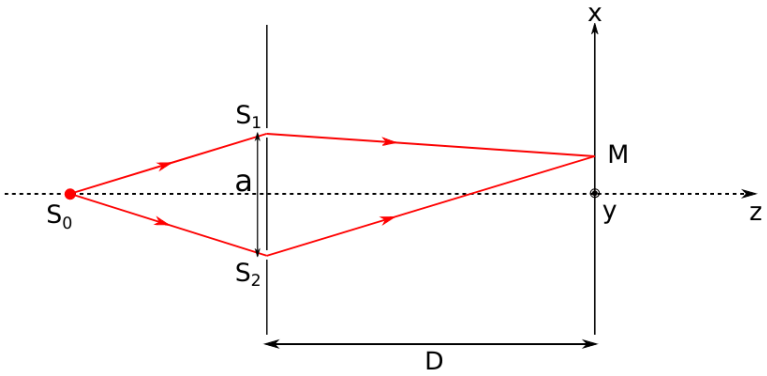
avec δ la différence de chemin optique appelée différence de marche. On retrouve alors le résultat que vous avez vu au lycée : l'intensité est maximale pour $\delta = n\lambda$ et on parle alors d'interférences (totalement) constructives et elle est minimale pour $\delta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$,on parle alors d'interférences (totalement) destructives. Attention, l'énergie totale est conservée, elle est juste redistribuée spatialement !

Comment fait-on en pratique pour vérifier tout ça ?

2 Les fentes d'Young

2.1 Dispositif expérimental et observations

Pour vérifier toutes ces conditions de cohérence, l'astuce est d'utiliser une seule source que l'on subdivise en deux sous-sources. On remplit alors directement la condition de cohérence sur la polarisation et la pulsation. Pour ce qui est de la cohérence temporelle, tant que l'on considère des différences de marche inférieures à la longueur de cohérence de la source on peut observer des interférences. Une manière de subdiviser une source primaire en deux sources secondaires est de le faire grâce au dispositif des fentes d'Young :



Pour le réaliser expérimentalement devant vous, on utilise comme source un laser que l'on considérera monochromatique. On s'affranchit ainsi des potentiels problèmes de cohérence temporelle. **Donner les dimensions du montage qu'on aura fait**

Fentes d'Young

✍ ⏲

Fentes d'Young avec laser et fente source, le plus simple possible on veut être pédagogique ici.

La figure d'interférence est alors constituée de franges rectilignes régulièrement espacées.

Peut-on prédire les caractéristiques de cette figure par le calcul ?

2.2 Mise en équation

Les fentes sont considérées comme infiniment fines et de longueur infinie. Calculons la différence de marche associée en remarquant que $D >> x, y, a$:

$$S_1M = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2 + y^2} \approx D\left(1 + \frac{x^2 + y^2 + ax}{2D}\right) \tag{12}$$

$$S_2M = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2 + y^2} \approx D\left(1 + \frac{x^2 + y^2 - ax}{2D}\right) \tag{13}$$

d'où finalement :

$$\delta(x) = \frac{ax}{D} \tag{14}$$

et donc une intensité résultante d'après la formule de Fresnel :

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \tag{15}$$

On remarque alors que l'intensité est maximale pour :

$$\frac{2\pi ax}{\lambda D} = 2p\pi \Leftrightarrow x_p = \frac{\lambda D}{a}p \tag{16}$$

et on a appelle p l'ordre d'interférence associé à la frange brillante correspondante. De manière analogue, un ordre d'interférence demi-entier correspond à une frange sombre.

La répartition d'intensité ne dépend donc bien que de x (franges rectilignes) et deux franges brillantes sont séparées par une distance constante. On appelle cette distance interfrange et on a ici :

$$i = \frac{\lambda D}{a} \tag{17}$$

Mesure de l'interfrange

On mesure l'interfrange à la règle et on compare avec la valeur théorique. Puis on la fait évoluer qualitativement en déplaçant l'écran et en changeant de bifente.

Un autre paramètre qui permet de définir une figure d'interférences est son contraste :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{18}$$

ici on a donc théoriquement un contraste de 1, c'est le maximum ! Cela signifie que l'on distingue très bien les franges sombres des franges brillantes. Dans le cas où l'on aurait un contraste de 0, cela signifie que la figure est uniforme !

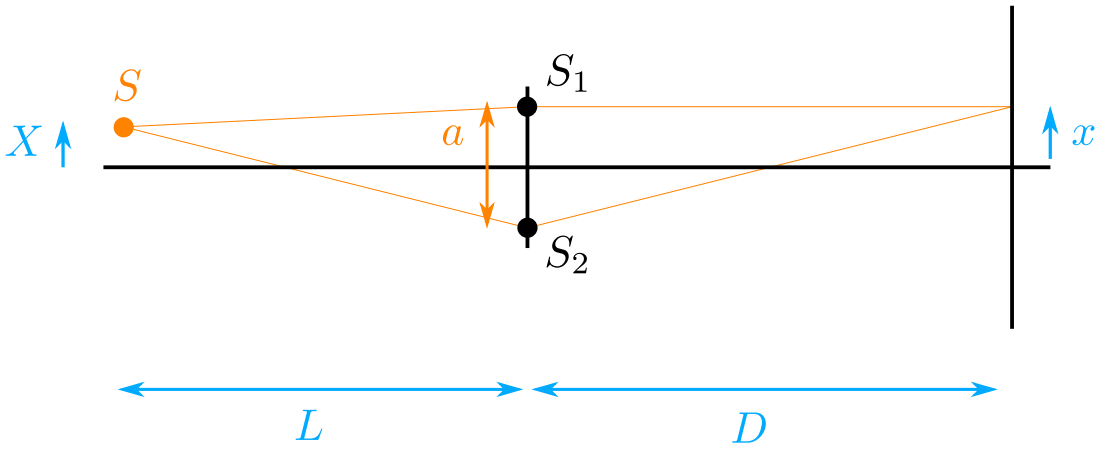
On ouvre la fente source, on voit que le contraste diminue... C'était pas dans le modèle ça...

3 Source réelle

3.1 Cohérence spatiale

Ici, on considère que notre source n'est plus ponctuelle mais étendue. Commençons par souligner qu'étendre la source dans la direction orthogonale à l'alignement des trous ne change pas la figure d'interférence. On peut donc remplacer les trous par des fentes afin de simplement augmenter l'intensité. L'étalement qui nous intéresse maintenant est celui dans la direction des fentes.

On modélise une source étendue par plusieurs petites sources ponctuelles incohérentes entre elles. Commençons par voir comment est modifiée la figure si déplace simplement la source initiale d'une distance X. C'est facile, on a déjà fait les calculs, c'est exactement la même chose mais à gauche.



Ainsi il vient que

$$\delta = \frac{ax}{D} + \frac{aX}{L} = \frac{a}{D}\left(x + \frac{D}{L}X\right)$$

Donc on retrouve la même interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$ ... La figure d'interférence est juste décalée de $\frac{D}{L}X$. On commence à comprendre alors que si on ajoute pleins de petites sources ponctuelles comme ça, on additionne des figures d'interférence shiftées les unes par rapport au autres... On risque alors de perdre les belles franges :o

Pour mener le calcul complet, on modélise la source étendue de taille $X \in [-b/2, b/2]$ par plusieurs sources de taille $\mathrm{d}X$ et de densité en intensité $\frac{I_0}{b}\,\mathrm{d}X$ uniforme. On considère qu'elles sont toutes incohérentes entre elles, ce qui permet d'additionner leurs figures d'interférences :

$$I(x) = \int_{-b/2}^{b/2} 2\frac{I_0}{b}\,\mathrm{d}X\left(1 + \cos 2\pi\left(\frac{ax}{\lambda D} + \frac{aX}{\lambda L}\right)\right)$$

On mène le calcul tmtc...

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \operatorname{sinc}\frac{\pi ab}{\lambda L}\cos 2\pi\frac{ax}{\lambda D}\right)$$

On retrouve la même forme que précédemment, mais avec un terme de contraste devant le cosinus...

Définition : On définit le contraste comme la grandeur adimensionnée

$$C = \left|\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}\right|$$

il caractérise l'amplitude des variations d'intensité : il est maximal et égal à 1 lorsque les franges sont parfaitement distinguables. Au contraire, il est nul si la figure est uniforme.

Alors dans ce cas, le contraste vaut :

$$C = \left|\operatorname{sinc}\frac{\pi ab}{\lambda L}\right|$$

On remarque donc qu'il est maximal lorsque la source est ponctuelle $b = 0$. Puis il diminue mais remonte un peu plus tard... Bref tout ça est plus clair sur le programme python !

3.2 Cohérence temporelle

De même, on peut revenir sur l'hypothèse monochromatique, puisqu'on sait qu'en vrai, la lumière peut être composée de plusieurs longueurs d'onde.

Il faut s'intéresser au processus même d'émission lumineuse. La raison pour laquelle on ne peut pas avoir une lumière rigoureusement monochromatique :

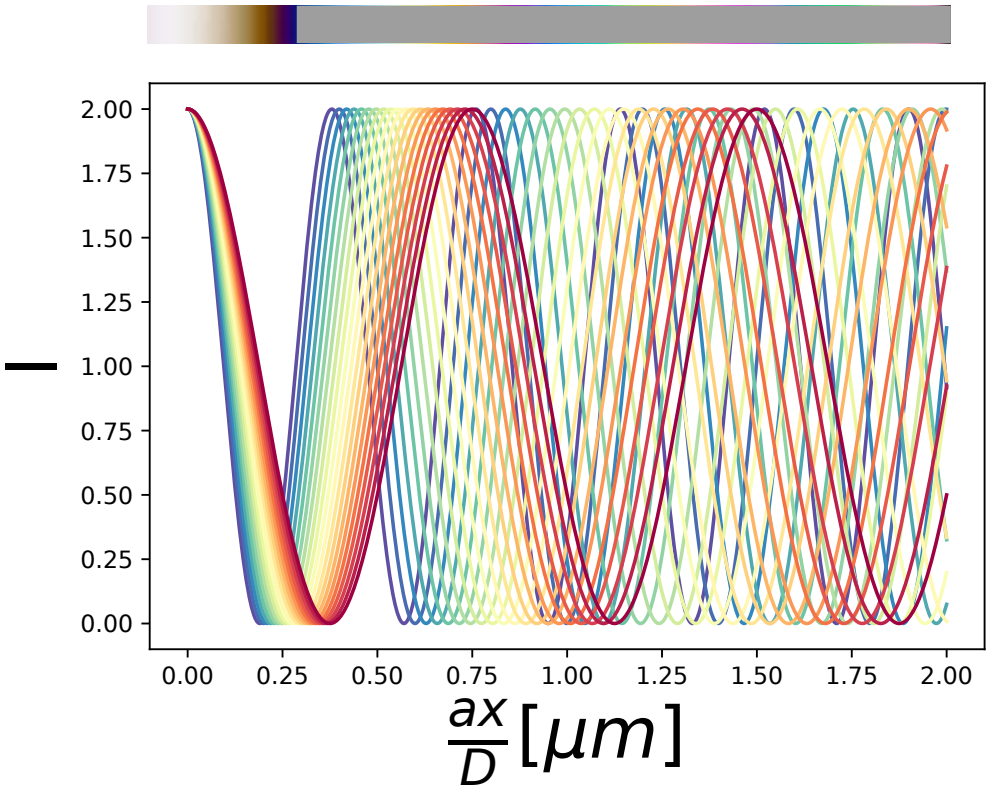
- Elargissement par effet Doppler à cause de l'agitation thermique (gaussien),
- par choc (lorentzien) pour les lampes haute pression surtout,

Ordres de grandeur Pour la lumière visible, la fréquence est de l'ordre de 10^{15} Hz. L'élargissement spectral du à l'effet Doppler est de 10^9 Hz, l'élargissement du aux collisions dans une lampe à faible pression vaut 10^8 Hz, et la largeur naturelle due à la durée de vie des niveaux vaut 10^8 Hz.

Ces phénomènes vont provoquer un élargissement de la raie spectrale de notre source avec une largeur caractéristique Δnu, et qui se traduit dans le domaine temporelle en une fluctuation de l'amplitude du signal avec un temps caractéristique τ_C. Si on se ramène à notre formalisme du "train d'onde" de tout à l'heure, la durée du train d'onde τ_C est relié à la largeur spectrale $\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau_C}$ Comment déterminer la conséquence sur la figure d'interférences ?

On voit que chaque longueur d'onde a sa propre figure d'interférence... La somme de ces figures va donc donner également un brouillage, un peu particulier.

Remarque : cette fois-ci, les sources à différents λ sont forcément incohérentes puisque par définition elle ne sont pas à la même pulsation ! On peut donc bien additionner les figures d'interférence.



On remarque que si on s'éloigne trop du centre, les couleurs se réadditionnent mais ce ne sera jamais un vrai blanc puisqu'il manque également certaines couleurs. On dit que c'est un blanc d'ordre supérieur.

Si on utilise un LASER ou une lampe spectrale, chaque raie est très fine, mais la lumière n'est jamais vraiment monochromatique. Pour plus de détail sur l'élargissement des raies, voir LP37 - absorption émission. On peut calculer quantitativement quel effet a un étalement de $\Delta\nu$ autour de ν (créneau) :

$$I(x) = \int_{\nu_0-\Delta\nu/2}^{\nu_0+\Delta\nu/2} 2\frac{I_0}{\Delta\nu} \mathrm{d}\nu \left(1 + \cos\frac{2\pi\nu}{c}\frac{ax}{D}\right)$$
$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \mathrm{sinc}\,\frac{\pi ax\Delta\nu}{cD} \cos 2\pi\frac{ax}{\lambda D}\right)$$

De la même façon, on voit apparaître un terme de contraste, mais cette fois-ci, ce contraste dépend de l'espace ! C'est ce qu'on expliquait plus haut. De plus, plus le pic est fin, plus ce terme de contraste s'étale (cas critique $\Delta\nu = 0 \Longrightarrow C = 1$).

On a donc un brouillage pour $\frac{ax\Delta\nu}{cD} = 1$ i.e. pour $\delta = c/\Delta\nu$. On peut donc définir un temps $\tau_C = 1/\Delta\nu$ qu'on appelle temps de cohérence et une distance $L_C = c\tau_C$ qu'on appelle longueur de cohérence : il faut $\delta < L_C$ pour avoir interférences.

ODG : Laser $L_C = 30$ cm, et lampe spectrale $L_C = 1$ cm

De manière plus physique, on peut faire le lien entre ce calcul et le modèle des trains d'ondes de la section précédente. On note $\tau_C = 1/\Delta\nu$ le temps de cohérence de la source. Le calcul précédent nous a montré que les franges se brouillent des que $\delta \sim c\tau r$ Si on note $L_C = c\tau_C$ la longueur de cohérence, on voit que la différence de marche entre les deux rayons interférant ne peut excéder L_C. Comment cela se justifie-t-il ? On a vu que la largeur spectrale d'une source était due à la durée finie des trains d'onde. Dans ce dispositif à division du front d'onde, des trains d'ondes sont successivement émis par la source primaire, puis paratagés entre les deux voies. Deux trains d'onde successifs étant incohérents entre eux, il ne peut y avoir interférences sur l'écran qu'entre les deux divisions du même train d'ondes. Le temps de cohérence τ_C s'identifie alors à la durée du train d'ondes et L_C à sa longueur ; si $\delta > L_C$, ce sont deux trains d'onde différents qui interfèrent, donc il y a perte de cohérence. Ce même raisonnement aussi la réapparition des franges une fois le premier brouillage passé.

Conclusion

Inerféromètres à division d'amplitude.

Retours

- Trouver une ref pour les manips... - C'est juste laser + bifente
- Pour moi ça sert à rien d'introduire le contraste aussi tôt vu qu'il vaut 1 - c'est pour la transition justement