

LP34 INTERFÉRENCES À DIVISION D'AMPLITUDE

12 juin 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L2

Commentaires du jury

Bibliographie

↗ *Optique*, **Houard**¹

↗ *Optique*, **Perez**

↗ *Optique ondulatoire*, **H-prépa**

↗ *Optique expérimentale*, **Sextant**

↗ *Ondes lumineuses*, **Champeau**

→ LE Michelson et le Fabry-Pérot sont dedans

→ Là aussi

→ Théorème de localisation des franges

→ Pour les expériences

→ Démo de la division d'amplitude

Prérequis

- Optique géométrique
- Interférences à division du front d'onde
- Notion de cohérence

Expériences



Table des matières

1	Localisation des interférence	2
1.1	Condition de non brouillage	2
1.2	Théorème de localisation	2
2	Interféromètre de Michelson	3
2.1	Présentation de l'interféromètre	3
2.2	Configuration lame d'air	3
2.3	Configuration coin d'air	5
3	Interféromètre de Fabry-Pérot	5
3.1	Présentation	5
3.2	Intensité transmise	6
3.3	Finesse et pouvoir de résolution	6

Introduction

Nous avons déjà eu l'occasion de parler d'interférences à deux ondes et nous avons évoqué deux types d'interféromètres :

- **Division du front d'onde** : c'est la surface d'onde que l'on modifie
- **Division d'amplitude** : Séparation d'un rayon en 2 rayons

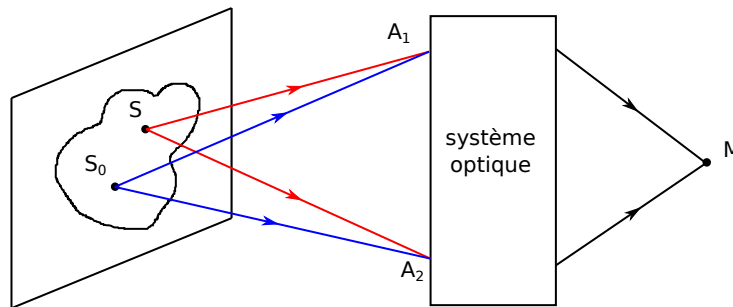
Nous allons nous attarder dans cette leçon sur le phénomène d'interférences à division d'amplitude uniquement

1 Localisation des interférence

1.1 Condition de non brouillage

✍ H-prepa, Champeau

On s'intéresse ici à une onde monochromatique de longueur d'onde λ . On considère ici une source étendue et on aimerait savoir sous quelle condition on peut observer des interférences sachant que chaque point de la source émet de façon incohérent entre eux. Afin d'éviter que l'extension spatiale de la source n'engendre un brouillage, il faut que la différence de marche entre les rayons provenant des différents points de la source soit négligeable devant 2π . Autrement dit, il faut $\delta \ll 2\pi \rightarrow \delta \approx 0$.



Par propriété de notre système optique, on sait que $(A_1M) = (A_2M)$. La différence de marche pour un rayon donné vaut :

$$\delta(S, M) = (SM)_1 - (SM)_2 = SA_2 - SA_1$$

Et maintenant, regardons la différence de marche qui nous intéresse vraiment :

$$\Delta\delta = \delta(S, M) - \delta(S_0, M) = (SA_2 - S_0A_2) - (SA_1 - S_0A_1) = d(SA_2) - d(SA_1)$$

Or $d(SA_2) = d(\vec{S}\vec{A}_2) \cdot \vec{u}_2 + SA_2 d(\vec{u}_2) = d\vec{S}\vec{A}_2 \cdot \vec{u}_2$ car $d(\vec{u}_2^2) = 0$. Donc finalement, A_2 étant immobile : $d(SA_2) = -d\vec{S} \cdot \vec{u}_2 = -\vec{S}_0 \cdot \vec{u}_2$.

Finalement, on a donc :

$$\Delta\delta = (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \vec{S}_0 \vec{S}$$

↓
Comment interpréter ce résultat ?

1.2 Théorème de localisation

Avec la formule précédente, on voit que 2 cas sont possibles pour satisfaire notre besoin :

- $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 \perp \vec{S}_0 \vec{S}$, ce qui impose une condition très particulière quant à la forme de la source
- $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ qui est l'option que nous choisirons. Cela signifie simplement que les interférences proviennent d'un même rayon incident : c'est la division d'amplitude. On en déduit par ailleurs le théorème de localisation :

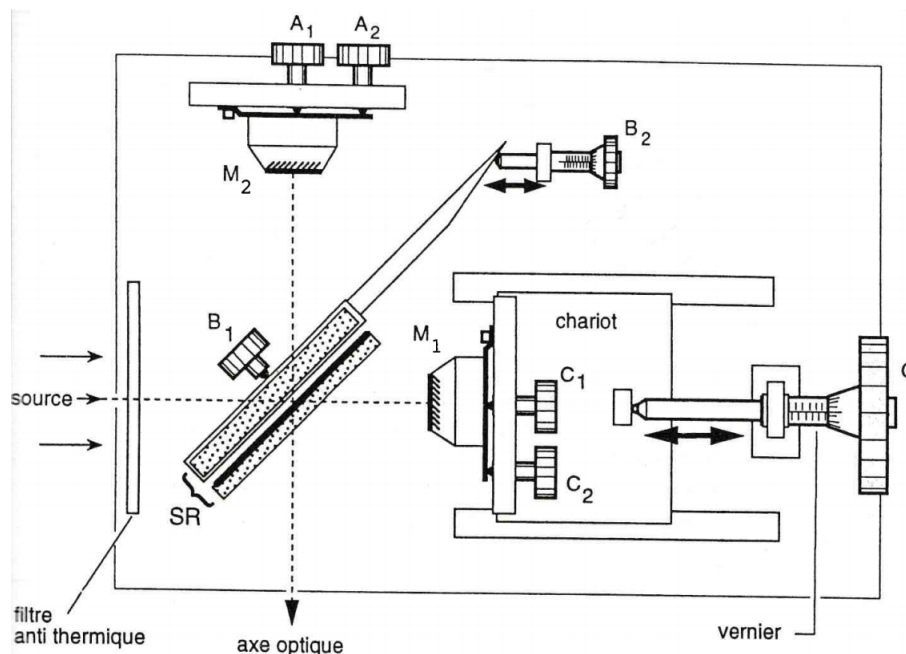
Seuls les interféromètres à division d'amplitude donnent lieu à l'observation d'interférences contrastées pour une source étendue. Ces interférences sont alors localisées au voisinage des points d'intersection des rayons issus du même rayon incident.

Nous allons maintenant nous intéresser à des cas pratiques d'interféromètres et essayer de comprendre leur utilité.

2 Interféromètre de Michelson

2.1 Présentation de l'interféromètre

✦ Houard, p223, Perez

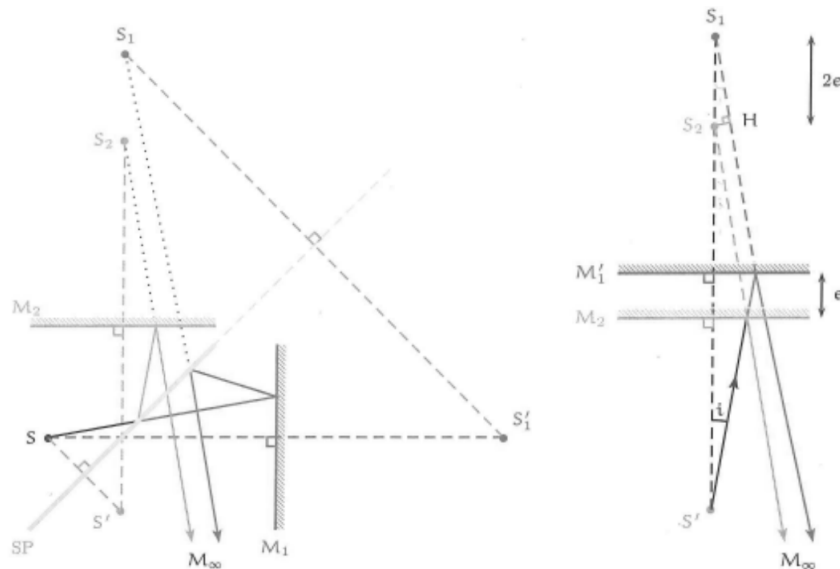


L'interféromètre de Michelson est composé de deux miroirs M_1 et M_2 . En amont de ces deux miroirs se situent deux lames : la séparatrice et la compensatrice. La séparatrice divise l'amplitude de l'onde tandis que la compensatrice s'assure que la longueur des chemins dans le verre emprunté dans chacun des bras est identique afin de ne pas rajouter une erreur permanente **qui dépendrait de l'angle d'arrivée**.

On va maintenant essayer de comprendre le fonctionnement et en particulier on va essayer de déterminer la différence de marche entre un rayon qui emprunte un bras ou l'autre.

2.2 Configuration lame d'air

En lame d'air, les deux miroirs sont parallèles. Afin de comprendre ce qu'il se passe, on va s'aider de schémas équivalents :



Observation des interférences :

On éclaire ici par une source étendue. Le théorème de localisation nous dit que les interférences ont lieu là où les rayons se croisent... c'est-à-dire à l'infini dans ce cas là ! Il faut donc utiliser une lentille convergente en sortie du Michelson et regarder dans son plan focal image.



Michelson en lame d'air

☞ Sextant



On utilise une grande lentille de projection qui a le meilleur grandissement possible. On parle ensuite de la symétrie de révolution qui est conservée, de la localisation à l'infini.

Calcul de la différence de marche :

On suppose que l'on est dans l'air dont l'indice est pris égal à 1 ici. Avec le schéma équivalent + le théorème de Malus, on a

$$\delta = 2e \cos(i)$$

Avec la formule de Fresnel, on a donc l'intensité suivante :

$$I = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} e \cos(i) \right) \right]$$

On retrouve donc la symétrie de révolution que l'on a observé.

Je ne pense pas qu'il y ait le temps de le faire :

Application au doublet du sodium : On va s'intéresser ici au doublet du sodium. En TD, vous aurez l'occasion de montrer la formule :

$$I = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{\pi \Delta \lambda}{\lambda_0^2} 2e \cos(i) \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right) \right]$$

On observe donc des brouillages tous les $e_k = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta \lambda \cos i} k$, ce qui permet de remonter à $\Delta \lambda$

Plus rapide et plus intéressant :



Localisation de sinterférences

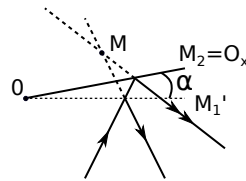
☞



Lame au sodium avec un diaphragme. On met pas la lentille de projection pour l'instant. On voit les interférences. Ouverture du diaphragme : plus d'interférences !! On met la lentille : tout va bien en fait.

2.3 Configuration coin d'air

Cette fois, les deux miroirs ne sont plus parallèles mais penchés l'un par rapport à l'autre d'un angle α .



Le théorème de localisation stipule cette fois que les interférences se font au niveau des miroirs. On va donc devoir projeter les miroirs à l'aide d'une lentille (on oublie pas le $D \geq 4f$).



Michelson en coin d'air

⚡ Sextant



On montre rapidement les franges d'égales épaisseurs en justifiant leur forme.

Calcul de la différence de marche :

On utilise le schéma : $\delta = 2\alpha x$ donc :

$$I = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi\alpha}{\lambda} x \right) \right]$$

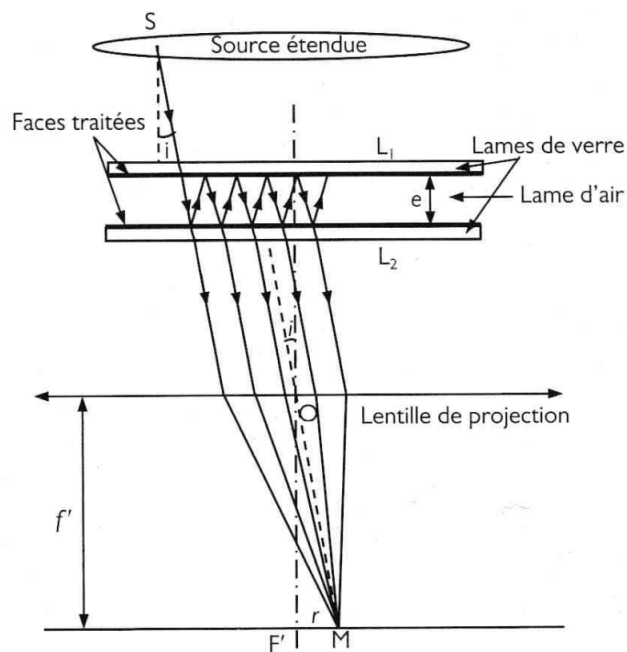
On retrouve bien ce que l'on observe.

⬇ On s'est limité ici à une séparation en deux ondes, mais il est possible d'imaginer des interférences avec une infinité d'onde.

3 Interféromètre de Fabry-Pérot

⚡ Toujours les mêmes

3.1 Présentation



Un rayon arrive en faisant un angle i avec la normale aux 2 miroirs parallèles. Il peut ensuite sur chaque miroir être transmis ou réfléchi, ce qui fait que l'on a beaucoup de rayons différents en sortie si le miroir réfléchit bien. Pour observer les interférences, on se retrouve donc dans le même cas que pour le Michelson en coin d'air : il faut projeter avec une lentille (si possible que grande focale pour avoir un grandissement plus stylé).

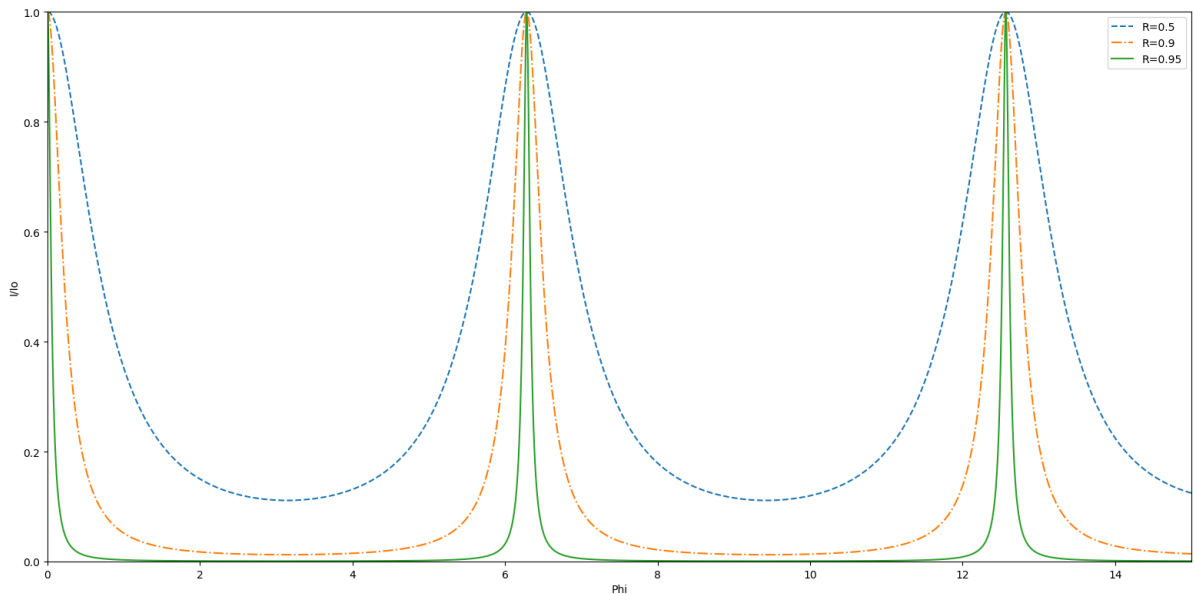
3.2 Intensité transmise

On remarque que le calcul de la différence de marche est le même que pour le Michelson en lame d'air ! On a donc directement $\delta = 2e \cos(i)$ entre 2 rayons successifs. On note $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ Si on note A_0 l'amplitude de l'onde incidente, on peut noter l'amplitude du premier rayon $a_1 = A_0 t^2$ et celle du deuxième : $a_2 = a_1 r^2 e^{-i\Phi}$, ect... ce qui donne :

$$a_{tot} = \sum a_1 (Re^{i\Phi})^n = \frac{A_0 T}{1 - Re^{-i\Phi}}$$

On peut donc calculer l'intensité totale :

$$I = a_{tot} a_{tot}^* = \frac{(1 - R)^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos(\Phi)} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$$



On remarque donc que l'intensité est maximale pour $\Phi = 2p\pi$. Calculons le contraste :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2R}{1 + R^2}$$

Puis R se rapproche de 1, plus le contraste est bon ! Etudions un peu plus l'intensité obtenue.

3.3 Finesse et pouvoir de résolution

La principale caractéristique de l'interféromètre de Fabry-Pérot est sa finesse. Elle se définit comme le rapport entre la période des pics et la largeur à mi-hauteur de ces pics. Pour connaître sa valeur, il faut résoudre $I(\Delta\Phi/2)I_0/2$, ce qui donne en considérant $\Delta\Phi \ll 2\pi$: $\Delta\Phi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$. La finesse vaut donc :

$$F = \frac{2\pi}{\Delta\Phi} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$$

La finesse est directement relié au pouvoir de résolution déterminé par le critère de Rayleigh. On a donc :

$$PR = pF$$

avec p l'ordre de l'interférence.

L'interféromètre de Fabry-Pérot permet d'avoir une bonne résolution spectrale comparé à l'interféromètre de Michelson, mais est plus dur à mettre en oeuvre expérimentalement.

Questions

Quel siècle pour Newton ? Redonner la définition de la longueur de cohérence, est-ce ce qu'on mesure sur l'écran ? Peut-on faire de la division du front d'onde avec un Michelson ?

Pour la séparatrice, vous avez parlé de dépôt métallique, comment fait-on autrement pour avoir un coefficient de réflexion bien contrôlé ? On a vu des anneaux pas parfaitement ronds, à quoi est-ce dû ? Applications d'un Fabry-Pérot ? Comment marche un filtre interférentiel ? À quoi sert la compensatrice ? Seulement à corriger une différence de marche constante ? Et en lumière polychromatique ? Vous pensez vraiment que la dispersion par les lois de Descartes joue un rôle ? Est-ce que le parallélisme des faces de la séparatrice est important ? De la compensatrice ? Et leur planéité ? Quel écart à la planéité de la lame d'air peut on détecter, c'est-à-dire quel est l'angle de coin d'air résultant alors qu'on a l'impression d'être en lame d'air ? Comment le mesurer ? Je veux mesurer un défaut de planéité de lame d'air de 200 nm, c'est possible ? Et un défaut de planéité de compensatrice d'autant ? Est-ce que vous pouvez retrouver par un argument simple le déphasage du coin d'air, sans faire de calcul de chemin optique ? Filtre interférentiel = fabry-pérot

Expliquer la localisation des franges pour le coin d'air. Quelles autres applications du Michelson en lame d'air connaissez-vous ? Pourquoi les sources images vibrent-elles en phase ? Justifier la façon de calculer le chemin optique dans le cas de la lame d'air. Vous avez dit « charioter » à plusieurs reprises, est-ce que c'est français

Qu'est-ce qu'un ordre d'interférence ? Pourquoi la résolution du Michelson est-elle inférieure à celle du Fabry-Pérot ?

Quel est le lien entre l'intensité spectrale de la source et sa figure d'interférence ? Théorème de Wiener Kintchine : $\text{Contraste} = \int I(\nu) e^{2i\pi\nu \frac{L}{c}} d\nu$

Pourquoi ne regarde-t-on pas en transmission sur une lame d'air en coin ? La différence d'amplitude entre les deux ondes donne un mauvais contraste.

D'où vient la proximité entre les deux raies du sodium ? Dédoublément isotopique du sodium.

Qu'est ce qui limite la finesse des fabry-pérot en pratique ? Le parallélisme des lames de verre.

Est ce que avec des interféromètres par division d'amplitude on s'affranchit complètement de l'étendue spatiale de la source ? Non il faut quand même qu'elle soit inférieure à la taille de l'image formée car par translation d'un point source on translate d'une même quantité l'image formée.

Est ce que l'on place la compenstrice avant ou après la séparatrice ? Avant

Comment une variation de température modifie t-elle l'indice de l'air ? Loi de Goldstone

En chimie les appareils utilisent toujours des réseaux et non des interféromètres à division d'amplitude.

Peut on réaliser de la spectroscopie par transformée de Fourier avec le Fabry-Pérot ? Non car cette propriété repose sur la variation cosinusoidale de l'intensité de l'onde transmise.

Dans quel cas utilise t'on plutôt un Michelson ou un fabry-Pérot ? . Fabry Pérot pour effet Zeeman, lorsque qu'on cherche à déterminer des raies très proches mais sinon le Michelson est plus simple d'utilisation et moins d'énergie est réfléchi à l'entrée

Ordres de grandeurs dans Virgo — Virgo : interféromètre de Michelson avec des bras de 3km et une précision de la dizaine de nanomètre sur la position des miroirs. — Cavité Fabry-Pérot placée dans chaque bras pour augmenter la longueur du chemin optique suivi. — Détection de signaux de l'ordre de 10^{-22} — Les interférences dans la vie de tous les jours : — Michelson permet de reproduire : lames minces (films de savons, bulles, lames d'air (coin d'air) — Utilisation technologique : traitement anti-reflet, métrologie, cavités laser — en sciences : Analyse spectrale, métrologie, Virgo — Histoire des sciences : Ether — Les rayons se croisent toujours au voisinage des miroirs : Non, mais on fait les hypothèses pour que ce soit le cas et ensuite on éclaire en lumière parallèle pour se placer dans les conditions expérimentales correspondant à nos hypothèses. — Nombre d'AR dans un Fabry-Pérot : dépend du r des miroirs. L'ordre de grandeur est donnée par la finesse de la cavité. — Ordre de grandeur de : de l'ordre de 104rad — Séparatrice et compensatrice : Avec uniquement la séparatrice, les rayons ne traversent pas le même nombre de fois la lame. Ainsi le rôle de la compensatrice est de rattraper la différence de chemin optique introduite par la séparatrice.

Remarques

-