

LP34 - INTERFÉRENCES À DIVISION D'AMPLITUDE

10 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

Niveau : jsp

Bibliographie

- ✦ *Physique tout-en-un première année*, **Sanz**
- ✦ *Mécanique PCSI-MPSI*, **Brasselet**
- ✦ *J'intègre PC*, **Sanz**
- ✦ http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=14578 BUP Corde de Melde
- ✦ *Mécanique*, **Landau**

Table des matières

1	Localisation des interférences avec une source étendue	2
1.1	Condition de non brouillage	2
1.2	Théorème de localisation	3
2	Interféromètre de Michelson	4
2.1	Description du dispositif	4
2.2	Configuration en lame d'air	4
2.2.1	Interférences en lame d'air	4
2.2.2	La lame d'air comme outil spectroscopique	6
2.3	Interférences en coin d'air	7
3	Interféromètre de Fabry-Pérot	8
3.1	Intensité transmise	9
3.2	Finesse	10

Remarques sur les leçons précédentes

2017 Le candidat doit réfléchir aux conséquences du mode d'éclairage de l'interféromètre (source étendue, faisceau parallèle ou non...). Il est judicieux de ne pas se limiter à l'exemple de l'interféromètre de Michelson.

2016 La distinction entre divisions du front d'onde et d'amplitude doit être précise. Le jury rappelle que l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante ne conduit pas nécessairement à une division d'amplitude.

2015 Les notions de cohérence doivent être présentées.

2014 Un interféromètre comportant une lame séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées.

Toujours le même plan que ce soit à Lyon ou à Ulm. On commence par parler cohérence et localisation de la figure d'interférence. On fait l'exemple avec le Michelson en lame puis coin d'air. On finit par le Fabry-Pérot (y arriver pck le jury veut pas voir que du Michelson). Message à faire passer : Les interférences par division d'amplitude permettent de s'affranchir de la cohérence spatiale, au prix de la localisation des interférences.

Introduction



Film de savon



On montre les irisations sur un film de savon.

Ce sont des interférences or on a une source lumineuse géante, on devrait avoir perte de contraste comme avec les fentes d'Young non ? Eh bah non parce que c'est pas le même type d'interférences. Ici c'est le second mode qu'on a évoqué dans la leçon précédente : la division d'amplitude. Rappeler la distinction entre les deux types d'interférences.

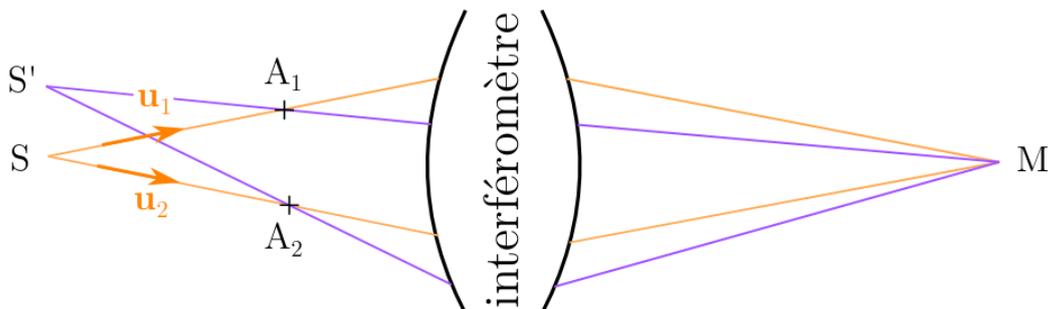
1 Localisation des interférences avec une source étendue

1.1 Condition de non brouillage

↗ Hprépa p79 Champeau p581 Cours de Thibierge. Ne pas regarder les Cléments !

Remarques Ça fait 3 fois que je change de référence parce que tout le monde passe tout sous silence, le calcul le plus propre est celui de Coentin.

Plaçons nous dans le cas général des interféromètres : une source ponctuelle S émet deux rayons dirigés par \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 qui passent par le système interférométrique puis se rencontrent en un point M pour interférer.



Considérons alors une seconde source S' proche de S . On définit alors A_1 et A_2 les sources secondaires associées au dispositif interférométrique, ils sont les conjugués de M par ce système. Ces sources secondaires peuvent être de différente nature. Dans le cas des trous d'Young, on peut définir deux sources secondaires au niveau des trous alors

que dans le cas des miroirs de Fresnel elles correspondent aux conjugués de la source par les miroirs. C'est un cadre général de la description du phénomène d'interférences. La question est alors le trouver la condition pour laquelle l'extension spatiale de la source S ne conduit pas un brouillage de la figure d'interférence. Pour cela il faut que les figures d'interférences associées à S et S' se superposent, soit :

$$\delta(S, M) = (SA_2M) - (SA_1M) = \delta(S', M) = (S'A_2M) - (S'A_1M) \quad (1)$$

Par décomposition des chemins optiques cela revient alors à :

$$(SA_2) - (SA_1) = (S'A_2) - (S'A_1) \quad (2)$$

En supposant S et S' infiniment proches on peut calculer :

$$\begin{aligned} SA_1 &= \sqrt{SS'^2 + S'A_1^2 + 2S\vec{S}' \cdot S'\vec{A}_1} \\ &= S'A_1 \sqrt{1 + 2S\vec{S}' \cdot \vec{u}_1 + \frac{SS'^2}{S'A_1^2}} \\ &\simeq S'A_1 + S\vec{S}' \cdot \vec{u}_1 \quad \text{Au premier ordre en } \frac{SS'}{S'A_1} \end{aligned} \quad (3)$$

donc finalement il vient en substituant dans la condition de non brouillage précédente :

$$\mathbf{SS}' \cdot (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) = 0 \quad (4)$$

Cette condition est parfaitement générale (dans le sens où elle est valable pour tout type d'interféromètres) mais ce n'est valable que pour une petite extension spatiale de la source! A priori cette condition n'est pas validée par tous les points M du champ d'observation, les interférences sont alors localisées au voisinage du point M vérifiant ces conditions.

1.2 Théorème de localisation

✦ Thibierge

A partir de la condition énoncée précédemment on a alors deux cas possibles :

- Les deux vecteurs doivent être orthogonaux. On contraint donc l'extension spatiale de la source selon un élargissement spatial orthogonal aux deux rayons. C'est ce que l'on fait lorsque l'on passe des trous aux fentes d'Young.
- $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$: les rayons interférant proviennent du même rayon incident. On peut alors étendre notre source n'importe comment et la condition de non brouillage sera toujours vérifiée : c'est la division d'amplitude.

Dans le premier cas on contraint la source mais dans le second cas on contraint l'interféromètre : les interférences ne seront visibles qu'autour des points M correspondant à des rayons interférant provenant du même rayon lumineux. On a alors une localisation des interférences alors que dans le premier cas, peu importe les rayons interférant, la condition de non brouillage est vérifiée. Les interférences sont alors non localisées. On peut formuler ça plus proprement :



Théorème de localisation

Seuls les interféromètres à division d'amplitude peuvent donner lieu à l'observation d'interférences contrastées produites par une source arbitrairement large. Alors, ces interférences sont localisées au voisinage des points où les rayons qui interfèrent sont issus du même rayon entrant dans l'interféromètre.

Attention toutefois, on a dit "pouvoir donner lieu", on est au premier ordre ici. En pratique c'est toujours vérifié car on n'a ni des largeurs de source incroyables ni des angles d'incidence trop grands.

| C'est un résultat que nous allons réutiliser. Voyons un cas pratique d'interféromètre à division d'amplitude.

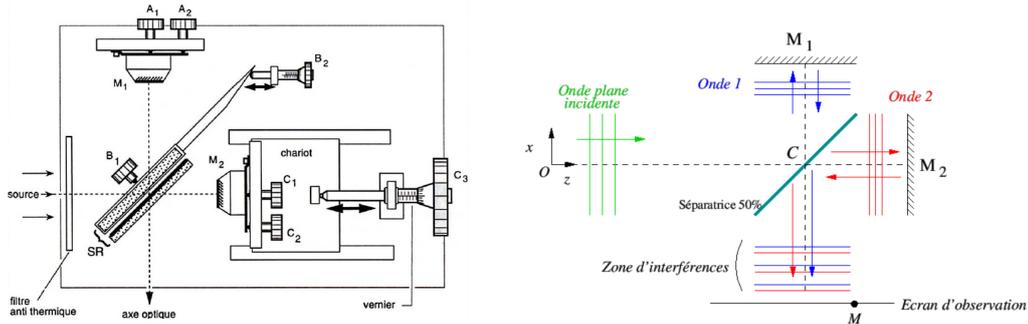


2 Interféromètre de Michelson

Motivations : c'est avec ça qu'on a un peu mis en défaut l'éther (Michelson et Morley) et qu'on a mis en évidence les ondes gravitationnelles.

2.1 Description du dispositif

↪ Houard p223, Hprépa p86



L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division d'amplitude, ce qui se vérifie avec l'entrée d'un seul rayon incident (**faire le tracé au tableau**, et se référer au michelson de paillasse). Ce rayon est ensuite séparé en deux rayons grâce à un système semi-réfléchissant : c'est ce système qui fait du Michelson un interféromètre à division d'amplitude. Ces deux rayons se propagent dans des bras orthogonaux. La longueur des bras et l'orientation des miroirs sont modifiables, l'allure de la figure d'interférence dépend de ces paramètres. Les rayons se réfléchissent sur deux miroirs M_1 et M_2 et interfèrent après un second passage dans le système semi-réfléchissant.

Le système semi-réfléchissant est composé de deux lames à faces parallèles. La séparatrice, traitée sur l'une de ses faces pour être semi-réfléchissante, assure la division du faisceau incident en deux nouveaux rayons d'intensité moindre. La compensatrice évite elle d'éventuels astigmatisme et dispersion dans le verre lors de l'utilisation de sources étendues ou polychromatiques. Elle permet également de pouvoir considérer le système semi-réfléchissant comme d'épaisseur nulle, en évitant toute différence de marche entre les rayons des différents bras.

Nous allons étudier deux situations permettant d'observer une figure d'interférence à l'aide de l'interféromètre de Michelson.

2.2 Configuration en lame d'air

2.2.1 Interférences en lame d'air

↪ Hprépa p87

La manière la plus simple de créer une différence de marche est de jouer sur la longueur des bras en maintenant les miroirs parallèles : l'un des bras est alors plus long que l'autre, il y a donc une différence de marche entre les deux parties du faisceau. On dit que l'interféromètre est réglé en lame d'air. Le dispositif de déplacement de M_2 permet de quantifier ce déplacement et donc de connaître précisément la différence de marche.

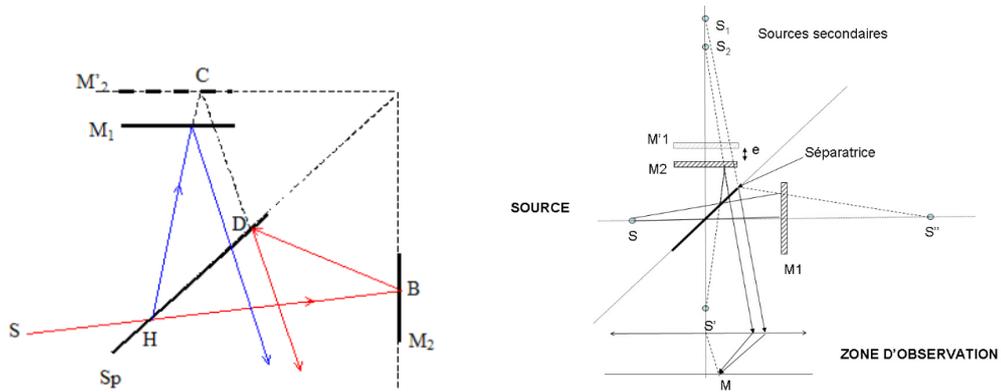
Regardons quelques résultats expérimentaux de l'interféromètre de Michelson réglé de cette manière : Première possibilité de déphasage : différence de longueur dans les bras. Définir lame d'air. Schéma équivalent. Tracé des rayons. Théorème de localisation : c'est à l'infini.

Lame d'air du sodium



On se met en lame d'air avec une lampe au sodium. On se place sur une coïncidence. On observe juste après le Michelson : c'est flou. On utilise une lentille de projection : c'est bon elle est là. On observe donc :

- Quand on augmente la taille de la source, la figure d'interférence est plus lumineuse, ce qui s'explique simplement par source plus grande = envoi plus de lumière
- Quand on est en source ponctuelle, $SS = 0$ donc pour tout point M, les rayons u_1 et u_2 qu'il sélectionne vérifieront toujours la condition de non-brouillage. C'est pour cela que l'on a les interférences dans tout l'espace.
- Pour une source large, $SS = 0$ donc on aura interférences aux points M (à l'infini ici) qui sélectionnent des rayons u_1 et u_2 égaux (vérification de la condition de non-brouillage). Dit dans l'autre sens c'est le théorème de localisation et il faut tourner ça en mode, le théorème de localisation est vérifié.



Pourquoi utiliser une lentille? Cherchons le lieu d'intersection des rayons issus d'un unique rayon incident. Comme le montre le schéma, pour un rayon d'angle d'incidence i , les interférences sont localisées en l'infini. On peut ainsi les observer dans le plan foyer image d'une lentille convergente. On retrouve bien le fait que échapper à la cohérence spatiale impose la localisation de la figure d'interférence.

Étudions maintenant quantitativement la figure d'interférences : sur le schéma, on calcule la différence de marche pour trouver (en milieu homogène d'indice $n = 1$) :

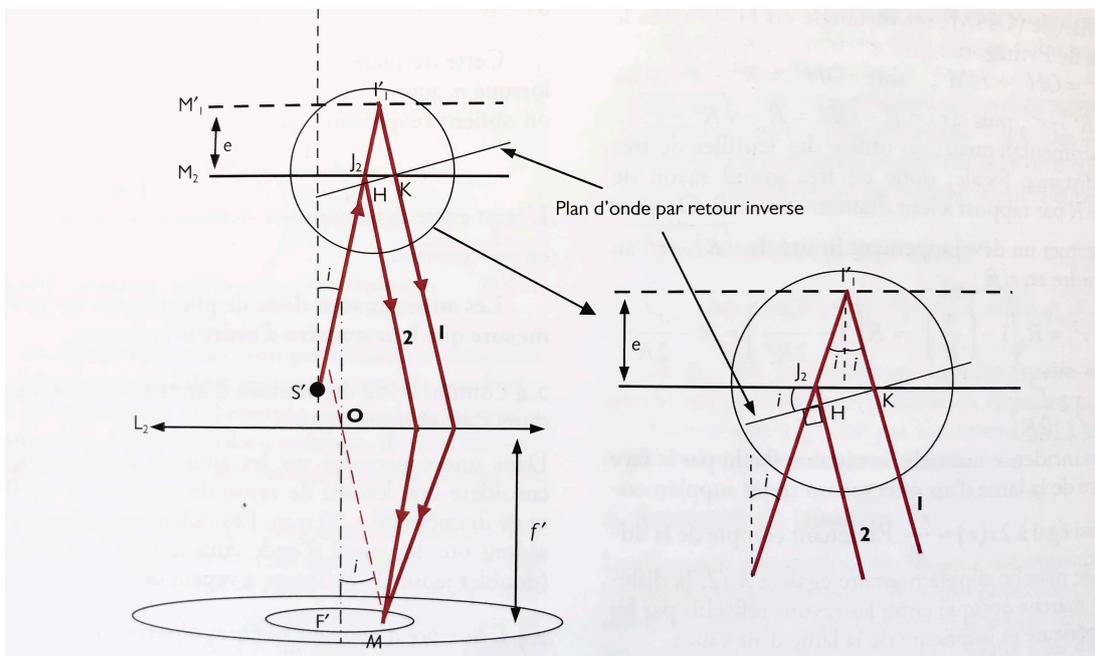


FIGURE 1 – Caption

Les ondes associées aux rayons $1 = S'J_2I_1KM$ et $2 = S'J_2HM$ sont initialement en phase en J_2 et possèdent en M un déphasage $\Delta\varphi_{gio}(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta_{géo}(M)$, lié à leur différence de marche géométrique $\delta_{géo}(M)$. Invertissons le sens de parcours de la lumière en supposant que celle-ci est émise à partir du point M . D'après le théorème de Malus, le plan HK , perpendiculaire aux rayons 1 et 2 en K et en H constitue un plan d'onde par retour inverse de la lumière, donc $(HM) = (KM)$.

La différence de marche géométrique $\delta_{géo}(M)$ en un point M de l'écran correspond donc à la différence de trajet $J_2I_1K - J_2H$, soit $\delta_{géo}^1(M) = n_{air} [J_2I_1K - J_2H]$. Or $\cos i = \frac{e}{J_2I_1}$, donc $J_2I_1 = I_1K = \frac{e}{\cos i}$. Par ailleurs, $J_2K = 2e \tan i$ donc $J_2H = J_2K \sin i = 2e \tan i \sin i$ d'où

$$\delta_{géo}(M) = \frac{2n_{air}e}{\cos i} - 2n_{air} e \tan i \sin i = \frac{2n_{air} e}{\cos i} (1 - \sin^2 i)$$

puis finalement :

$$\delta_{géo}(M) = 2n_{air} e \cos i$$

Donc avec la formule de Fresnel on obtient

$$I(i) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta(i)}{\lambda} \right) \right)$$

$$I(i) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos i \right) \right)$$

Seul l'angle d'incidence compte, et non la position du point source. Une frange d'ordre d'interférence donnée est donc invariante par rotation, on obtient donc des anneaux d'égale inclinaison.

2.2.2 La lame d'air comme outil spectroscopique

L'analyse de la figure d'interférence en lame d'air peut servir comme mesure spectroscopique. Par exemple une source polychromatique possède une longueur de cohérence finie. Si on augmente l'épaisseur de la lame d'air au delà de cette longueur de cohérence, il n'est plus possible d'observer d'interférences et le contraste s'annule, ce qui fournit une mesure de cette longueur de cohérence et donc d'une caractéristique spectrale de la source. C'est donc une illustration de la cohérence temporelle de la source.

Prenons l'exemple du doublet du sodium. Les deux rayonnements du doublet correspondent à des longueurs d'onde différentes donc n'interfèrent pas entre eux, il faut sommer les intensités résultantes. En supposant les deux raies monochromatiques (on y reviendra) et de même intensité, l'intensité totale est :

$$I(\delta) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) + 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0 + \Delta\lambda} \right)$$

intensité qu'une habile maîtrise des formules trigonométriques et DL permet de simplifier :

$$I(\delta) = 4I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta\Delta\lambda}{2\lambda_0^2} \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right)$$

Il apparaît alors deux échelles de variation : celle classique de période λ_0 celle du contraste de période $\frac{2\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \gg \lambda_0$ On obtient alors, au centre de l'écran où $\delta = 2e$:

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} e \right) \cos \left(4\pi \frac{e}{\lambda_0} \right) \right]$$

Lorsque le contraste est nul, $\mathcal{C}(e) = 0$, l'interféromètre est réglé sur une anti-coïncidence, et l'intensité est uniforme sur l'écran : il y a brouillage des interférences. Les valeurs de l'épaisseur de la lame e_n qui vérifient ceci sont définies comme, avec $n \in \mathbb{N}$:

$$2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} e_n = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad \text{soit} \quad e_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + n \right) \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

Ainsi, la courbe $e_n(n)$ est supposée être une droite de coefficient directeur $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$, permettant ainsi de remonter à l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ du doublet.

On peut ainsi remonter à la valeur $\Delta\lambda$ mais on va juste mettre en évidence cette perte de contraste :



Perte de contraste

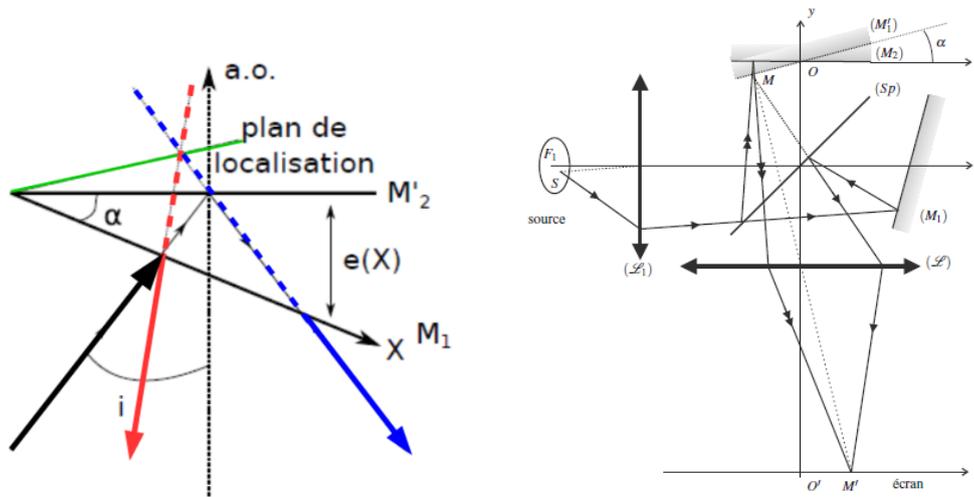


On montre la perte du contraste en chariottant. Rien de quantitatif on n'est pas en montage.

2.3 Interférences en coin d'air

➤ Hprépa p81, Houard p231, Thibierge

Une autre façon de modifier la différence de marche entre les rayons des deux bras est d'incliner d'un angle α M_1 par rapport au miroir M'_1 . Ce qui donne la configuration suivante entre les miroirs, en notant toujours i l'angle d'incidence : suivante



Appliquons le théorème de localisation à la configuration coin d'air. En considérant un unique rayon incident, formant un angle i avec l'axe optique, on obtient deux rayons qui se croisent au voisinage des miroirs. Les lieux des intersections des autres rayons de différentes incidences i forment un plan, nommé plan de localisation. Pour des angles d'incidence faibles, on peut confondre ce plan avec le plan formé par le miroir M_1 . Pour observer la figure interférence, il faut donc utiliser une lentille convergente qui va conjuguer ce plan de localisation, comme on le voit sur la figure.

On peut noter à ce niveau que le système n'est plus invariant par rotation ce qui empêche alors la formation d'anneaux. En incidence normale, la différence de marche entre les rayons rouge et bleu δ s'exprime comme :

$$\delta = 2e(X) \simeq 2\alpha X$$

la deuxième égalité est valable dans l'approximation des faibles α . Comme la différence de marche dépend seulement du point d'incidence sur le coin d'air, on parle de franges d'égale épaisseur. La symétrie par rotation autour de l'axe optique est brisée, on obtient des franges rectilignes.

En résumé, en ayant $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$ à l'entrée, l'IM s'affranchit de la cohérence spatiale (la source peut être étendue comme on veut mais y a quand même pas de brouillage des interférences) mais le prix à payer est la localisation des interférences.



Passage de la teinte plate aux franges rectilignes



Sinon on montre directement les rectilignes. Positionner la lentille de projection en direct, on abuse sur la localisation.

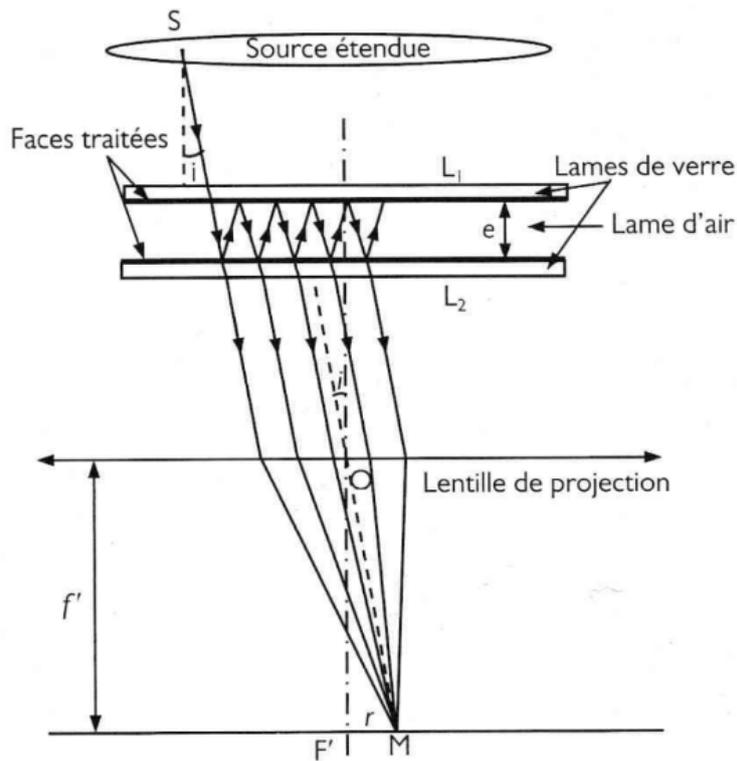
↓ D'acc et à plus que deux ondes ?

3 Interféromètre de Fabry-Pérot

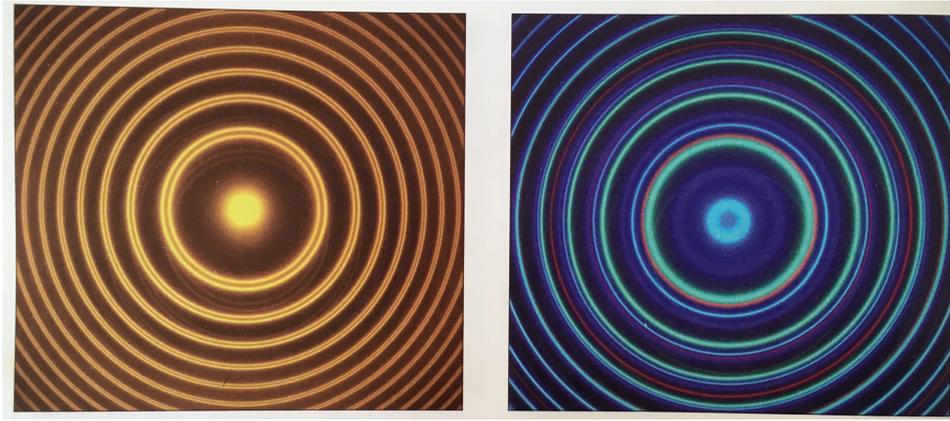
↗ Houard p235 Hprépa p96

Comme on le voit, l'interféromètre de Michelson n'est pas particulièrement efficace pour séparer les figures d'interférences associées à deux longueurs d'onde proches (ce n'est pas sa fonction). De la même manière que pour les fentes d'Young (où on a aussi des pertes de contrastes périodiques en cas de doublet) on peut augmenter cette résolution spectrale en faisant interférer plus de deux ondes : N ondes même. Dans le cas des fentes d'Young cela nous avait amené au réseau, dans le cas du Michelson cela nous mène à l'interféromètre de Fabry-Pérot.

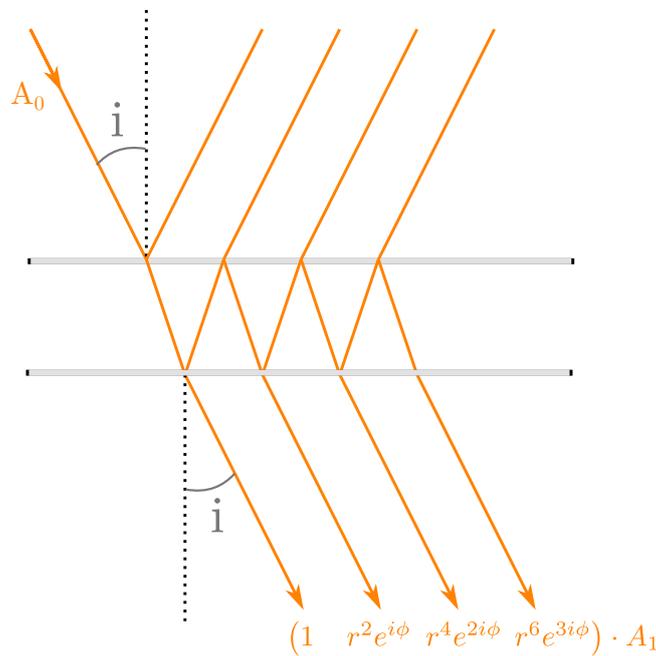
L'interféromètre de Fabry-Pérot a été conçu par Charles Fabry et Alfred Pérot (probablement français) à la fin du XIX^e siècle. Il est constitué de deux lames de verre à faces parallèles et dont les faces en regard ont été traitées pour être fortement réfléchissantes. On retrouve alors une configuration de lame d'air de quelques millimètres d'épaisseur. Chaque rayon d'incidence i donne naissance à une infinité de rayons sortant avec une incidence i de la lame d'air et qui vont interférer à l'infini (puisque c'est une lame d'air). Par analogie on obtient donc encore une fois des anneaux d'égale inclinaison.



Et on voit tout de suite la différence avec un Michelson !



Ici les figures associées au doublet du sodium sont parfaitement distinguables. Pour comprendre ce phénomène, modélisons simplement ce système :



On note alors r et t les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude associée au deux interfaces et R et T ceux en puissance.

3.1 Intensité transmise

Chaque onde est déphasée de la précédente de $\phi = 2\pi\delta/\lambda = 4\pi \frac{e}{\lambda} \cos i$ en supposant que $n \sim 1$. De plus, il y a deux réflexions entre deux ondes consécutives :

$$A = A_1 \sum_{n=0}^{+\infty} (r^2 e^{i\phi})^n = \frac{A_1}{1 - R e^{i\phi}}$$

Alors on accède à l'intensité (faire le calcul détaillé si on a le temps sinon balancer le résultat, c'est juste un calcul de module et une ré-écriture.)

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + m \sin^2 \phi/2} \quad \text{avec} \quad m = \frac{4R}{(1 - R)^2}$$

Code Python. On voit alors que l'on a des maximums d'intensité pour :

$$\phi = 2p\pi \tag{5}$$

On comprend alors le phénomène d'irisation sur le film de savon présenté en introduction : seules certaines longueurs d'onde correspondent aux maxima d'intensité et celles-ci dépendent de l'épaisseur du film et de l'angle d'observation !

Toutefois là on a tracé pour $R = 0,5$ et on voit que les maxima sont assez peu piqués... Dificile alors de séparer deux maxima associés à deux longueurs d'onde différentes. C'est ballo pour un truc censé être bon pour l'analyse spectrale. Et si on augmente le coefficient de réflexion? **Code Python.**

↓ Comment quantifier cette... finesse ?

3.2 Finesse

Pour caractériser la largeur de la résonance on utilise ce qu'on appelle la finesse :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\phi}{\delta\phi} \quad (6)$$

avec $\Delta\phi$ la distance entre deux pics consécutifs (en monochromatique bien entendu) et $\delta\phi$ la largeur à mi-hauteur de ces pics. On a $\Delta\phi = 2\pi$, calculons $\delta\phi$ (je fais le calcul sur feuille car je le trouve pas dans un livre) :

$$\frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{I_0}{2} \Rightarrow m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1$$

$$\text{or } \varphi = 2p\pi + \frac{\delta\varphi}{2} \text{ et } \delta\varphi \ll 1 \text{ donc : } \frac{\delta\varphi^2}{16} = \frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow \delta\varphi = \frac{4}{\sqrt{m}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

$$\text{soit finalement : } \mathcal{F} = \frac{2\pi}{\frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

On trouve alors finalement :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (7)$$

La finesse tend donc bien vers un maximum pour des faces parfaitement réfléchissantes (elle est alors infinie). Pour $R = 0.8$, on a $\mathcal{F} = 14$ et pour $R = 0.99$, on a $\mathcal{F} = 313$. Certaines cavité montent à $\mathcal{F} = 10^5$. Avec de telles finesesses on peut alors facilement séparer différentes longueurs d'onde. Comment qualifier ce pouvoir de résolution ?

Notons $\delta\lambda$ la plus petite longueur d'onde séparable, définie comme la largeur à mi-hauteur du pic :

$$PR = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

$$\text{Or } \delta\phi = \frac{4 \cos i}{\lambda^2} \delta\lambda = \frac{2\pi}{\mathcal{F}}$$

$$\text{Donc } PR = \frac{2e \cos i}{\lambda} \mathcal{F} = p\mathcal{F}$$

Avec p l'ordre d'interférence. Pour les Fabry-Pérot de la collec, $R = 0.85$, $e = 0.2$ mm et pour le doublet de sodium, $\lambda = 589.3$ nm ce qui donne $PR = 13000$ en incidence normale. Donc $\delta\lambda = 0.04$ nm ce qui est largement suffisant pour séparer les pics de 0.6 nm.



Doublet du sodium

⚡ Sextant



On peut faire le doublet du sodium au FP (Cf Cléments) mais skip c'est pas easy alors puet-être pas si on veut pas finir la leçon sur un fail.

Conclusion

Rappel de "Les interférences par division d'amplitude permettent de s'affranchir de la cohérence spatiale, au prix de la localisation des interférences". Puis ouvrir sur des applications (typiquement analyse spectrale des lasers avec le Fabry-Pérot, filtres interférentiels...)