

LP45 PARAMAGNETISME, FERROMAGNETISME, APPROXIMATION DES CHAMPS MOYENS

6 juin 2020

MONNET Benjamin & CAETANO Frédéric

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

- *Physique statistique*, **DGLR**¹ → toute la partie ferromagnétisme
➤ *Magnétisme tome I*, **Du Trémolet de Lacheisserie** → rappel sur le diamagnétisme

Prérequis

- Base d'électromagnétisme
- Physique statistique
- Notion de spin
- Moments cinétiques quantiques et classiques
- Diamagnétisme

Expériences



Table des matières

1	Origine du magnétisme dans la matière	2
1.1	Aimantation macroscopique	2
1.2	Modèle classique du magnétisme	2
1.3	Modèle quantique	2
2	Le paramagnétisme	3
2.1	Calcul de l'aimantation	3
2.2	Calcul de susceptibilité : saturation et loi de Curie	3
3	Ferromagnétisme	3
3.1	Les origines	3
3.2	Hamiltonien du champ moyen et calcul de l'aimantation	4
3.3	Bifurcation ferro/para	4

Introduction

1 Origine du magnétisme dans la matière

1.1 Aimantation macroscopique

Lorsqu'un corps est soumis à un champ magnétique extérieur, il acquiert un moment magnétique qui lui est propre. On l'appelle l'aimantation induite. Ainsi, le champ total macroscopique est alors le champ du matériau et le champ extérieur appliqué. On définit $\vec{M}$ la densité de moment dipolaire magnétique. On aura alors, pour un milieu LHM, la relation suivante :

$$\vec{M} = \chi_M(\vec{H})\vec{H}$$

On appelle $\chi_M(\vec{H})$ la susceptibilité magnétique. On distingue alors trois types de matériaux qui se divisent en deux cas :

- Les matériaux diamagnétiques et paramagnétiques qui suivent une loi linéaire entre $\vec{M}$ et $\vec{H}$: $\chi_M(\vec{H}) = \chi_M$ est donc une constante. Dans le cas d'un diamagnétique, $\chi_M < 0$ et le champ $\vec{M}$ est donc dans le sens opposé de $\vec{H}$. En ordre de grandeur, pour une phase condensée, $\chi_M \approx 10^{-5}$. Dans le cas du paramagnétisme, $\chi_M > 0$ et le champ $\vec{M}$ est donc dans le même sens que $\vec{H}$. En ordre de grandeur, pour une phase condensée, $\chi_M \approx 10^{-3}$.
- Les matériaux paramagnétiques dont la susceptibilité dépend de l'excitation magnétique. L'ordre de grandeur de χ_M varie alors énormément et peut aller jusqu'à 10^6 pour des matériaux tels que le Permalloy.

Dans tous les cas, le champ extérieur total vaut donc $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_M)\vec{H}$

Ces observations sont macroscopiques. Néanmoins, pour les comprendre, il va falloir développer un modèle microscopique.

1.2 Modèle classique du magnétisme

On commence simplement avec un modèle classique en considérant un électron de charge $-e$ orbitant à une vitesse $\vec{v}$ autour de son noyau. Il crée alors une boucle de courant de vecteur aimantation $\vec{\mathcal{M}} = \pi r^2 \frac{e}{T} \vec{e}_z = \pi r^2 v \frac{e}{2\pi r} = \frac{r}{2} v e \vec{e}_z$. Son moment cinétique vaut $\vec{\mathcal{L}} = \vec{r} \wedge m \vec{v}$. On remarque alors que l'on a :

$$\vec{\mathcal{M}} = \gamma \vec{\mathcal{L}} \text{ avec } \gamma = \frac{-e}{2m} \text{ le rapport gyromagnétique}$$

On trouve pour l'électron un rapport gyromagnétique d'environ $10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$.

D'un point de vue classique, le moment cinétique peut prendre toutes les valeurs possibles. Néanmoins, Stern et Gerlach ont observés en 1921 que le moment cinétique est en fait quantifié. On voit alors qu'il faut rajouter de la mécanique quantique pour réellement comprendre ce qu'il se passe.

On a développé un modèle purement classique que l'on sait par conséquent erroné. Il faut rajouter la quantification provenant de la physique quantique.

1.3 Modèle quantique

On sait que dans le cadre de la mécanique quantique, le moment cinétique projeté selon z (noté l_z) est quantifié de la manière suivante :

$$l_z = \hbar m_j \text{ avec } m_j \in \{-j, -j+1, \dots, j-1, j\}$$

La valeur que peut prendre j est directement lié au moment cinétique orbitalaire et au spin de l'électron par $j = l + s$. De plus, on introduit un facteur de correctif g appelé facteur de Landé qui vaut $g = 2$ pour l'électron tel que :

$$\mathcal{M} = -g \frac{e}{2m} \hbar m_j$$

On trouve donc que pour l'électron, le moment magnétique vaut ce qu'on appelle le magnéton de Bohr $\mu_B = \frac{\hbar e}{2m} \approx 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$.

Nous avons jusqu'à présent uniquement introduit des généralités sur les moment magnétiques. Si on applique un champ magnétique extérieur sur un électron, son moment magnétique peut donc s'aligner avec ce dernier. C'est le cas de tous les électrons célibataires des atomes. Cela provoque ce que l'on appelle le paramagnétisme.

2 Le paramagnétisme

2.1 Calcul de l'aimantation

Comme dit précédemment, la paramagnétisme provient de l'orientation des électrons célibataires. Cette dernière est déterminée par une compétition entre énergie thermique et énergie magnétique. On fera ici plusieurs suppositions :

- Le système est en contact avec un réservoir de température. On se place donc dans l'ensemble canonique
- Le champ extérieur sera de la forme $\vec{B} = B\vec{e}_z$ constant et identique pour tous les électrons.

On utilise donc la statistique de Maxwell-Boltzmann avec deux énergies possibles :

- Si le spin est aligné avec le champ, l'énergie sera $E_{up} = -\mu_B B$
- Si le spin est dans le sens opposé au champ magnétique, $E_{down} = \mu_B B$

En introduisant $\beta = \frac{1}{k_B T}$, on a :

$$P_{up} = \frac{e^{-\beta E_{up}}}{e^{-\beta E_{up}} + e^{-\beta E_{down}}}$$

Ce qui donne finalement pour l'aimantation :

$$M = n \langle \mathcal{M}_z \rangle = n(\mu_B P_{up} - \mu_B P_{down}) = n\mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)$$

2.2 Calcul de susceptibilité : saturation et loi de Curie

Etudiant les deux cas limites :

- Si le champ est fort, on remarque que $M \approx n\mu_B$ ce qui est logique car cela signifie que tous les moments magnétiques se sont alignés avec le champ magnétique extérieur
- Si le champ est peu important, on a $M \approx \frac{n\mu_B}{k_B T} B$ donc la susceptibilité magnétique vaut $\chi_M = \frac{n\mu_B}{k_B T} \propto \frac{1}{T}$. C'est ce que l'on appelle la loi de Curie.

On se rappelle que l'on a parlé de la possibilité d'avoir des aimantations permanentes dans la première partie. Or, avec le modèle développé jusqu'ici, on remarque que $M = 0$ so $B = 0$. Le ferromagnétisme n'est donc pas encore expliqué.

3 Ferromagnétisme

DLGR p450

3.1 Les origines

<https://www.youtube.com/watch?v=dtmgpy8gxao>



Température de Curie



⊗ 2 min

On chauffe un clou tenu par un aimant... il tombe. Que se passe-t-il ?

On peut supposer dans un premier temps que l'on devrait prendre en compte les interactions entre les moments magnétiques. En ordre de grandeur :

$$E_{magn} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_B^2}{r^3} \approx 10^{-24} J$$

Cette énergie correspond à une température de l'ordre du Kelvin. Or, on a vu dans la manip introductive que l'ordre de grandeur de la température a plutôt l'air d'être de 1000K. Il faut donc introduire une nouvelle interaction. Pour cela, nous allons utiliser le modèle développé par Ising qui rajoute le terme d'interaction suivant : $-J\Sigma_{ppv}d_id_j$. Ppv signifie "plus proche voisin" et d_i la direction du spin i qui vaut 1 si le spin est up et -1 si le spin est down. On rajoute ainsi une interaction d'origine quantique qui tends à aligner les spins (on prendra $J>0$). L'hamiltonien du système s'écrit donc :

$$H = -J\Sigma_{ppv}d_id_j - \mu B\Sigma_id_i$$

On se rend vite compte que la résolution analytique du problème avec un tel hamiltonien va poser problème. On va donc utiliser une technique proposée par Weiss en 1907 appelée approximation du champ moyen.

3.2 Hamiltonien du champ moyen et calcul de l'aimantation

L'approximation du champ moyen consiste à supposer que la direction individuelle de tous les spins ne s'éloigne pas trop de la direction moyenne de tous les spins. Mathématiquement, cela se traduit par $d_i = \bar{d} + \delta_i$ avec $\delta_i \ll 1$. En s'arrêtant au premier ordre :

$$H = -J(\Sigma_{ppv}\bar{d}^2 + \bar{d}(\delta_i + \delta_j)) - \mu B\Sigma_id_i$$

On notera dans la suite N le nombre total de spin et z le nombre de plus proches voisins d'un spin donné. On a :

$$\begin{aligned} H &= -J\frac{Nz}{2}\bar{d}^2 - J\Sigma_{ppv}\bar{d}(d_i - \bar{d} + d_j - \bar{d}) - \mu B\Sigma_id_i \\ &= -J\frac{Nz}{2}\bar{d}^2 + 2J\frac{Nz}{2}\bar{d}^2 - 2J\Sigma_{ppv}\bar{d}d_i - \mu B\Sigma_id_i \\ &= H_0 - \mu B_{eff}\Sigma_id_i \quad \text{avec} \quad H_0 = \frac{J\bar{d}^2 Nz}{2} \quad \text{et} \quad B_{eff} = B + \frac{Jz}{\mu}\bar{d} \end{aligned}$$

On voit alors apparaître un champ magnétique dépendant de l'aimantation moyenne du milieu, comme on le voudrait. Pour finir, les calculs, il faut calculer la fonction de partition et l'énergie libre de notre système.

$$\begin{aligned} Z &= \Sigma_{d_0}\Sigma_{d_1}\dots\Sigma_{d_N} e^{-\beta H_0 + \mu B_{eff}\beta\Sigma_id_i} \\ &= e^{-\beta H_0} (\Sigma_i e^{\mu\beta B_{eff}d_i})^N \\ &= e^{-\beta H_0} (2\cosh(\mu\beta B_{eff}))^N \end{aligned}$$

Ensuite, on utilise $F = -k_B T \ln(Z)$ ce qui donne :

$$F = -\beta H_0 + N \ln(2\cosh(\mu\beta B_{eff}))$$

On se retrouve alors dans un cas semblables au cas du paramagnétisme sauf que le cas magnétique B a été remplacé par un champ magnétique effectif ! Ainsi, on pourra avoir $M \neq 0$ avec $B = 0$. En effet, la minimisation de l'énergie libre donne :

$$M = n\mu \tanh\left(\frac{\mu}{k_B T} \left(B + \frac{Jz}{\mu} M\right)\right)$$

3.3 Bifurcation ferro/para

En se ramenant à une variable adimensionnée :

$$\bar{d} = \tanh\left(\frac{\mu}{k_B T} \left(B + \frac{Jz}{\mu} \bar{d}\right)\right)$$

On pose $T_C = \frac{Jz}{k_B}$. Ainsi, pour $B = 0$:

$$\bar{d} = th \left(\frac{T_C}{T} \bar{d} \right)$$

On remarque alors que si $T < T_C$, on peut avoir une aimantation sans champ magnétique extérieur. La température T_C est appelée température de Curie.

Si on se place à haute température, on remarque en faisant un développement limité à l'ordre 3 en $\frac{T_C}{T}$ que l'on a :

$$M \approx \sqrt{3 \frac{T_C - T}{T_C}}$$

Questions

qu'est ce que l'approximation de champ moyen ? est ce qu'on l'utilise pour le paramagnétisme ? pourquoi ? est elle utile ? Pas utile en paramagnétisme, on peut trouver M analytiquement.

qu'est ce que l'interaction d'échange ? Cf Diu pp450-451

pourquoi on ne s'intéresse pas au diamagnétisme ? Effet présent dans tous les matériaux mais très faible, mécanisme différent car moments magnétiques induits alors que para/ferro moments permanents.

pourquoi les spins sont alignés quand on impose un champ magnétique ? est ce intuitif ? exemple de système physique où ça ne l'est pas ? (spins dans les orbitales sont de sens opposés par principe de Pauli) En fait, précession mais perte d'énergie et alignement.

expériences qu'on aurait pu faire ? clou chauffé, domaines de Weiss au polariseur, transitions ferro para

pourquoi se placer dans l'ensemble canonique ? Contact avec un thermostat (système pas isolé donc pas microcanonique, nombre de particules fixé donc pas grand canonique)

Quelle est la grosse différence entre les matériaux ferromagnétiques et paramagnétiques ? Aimantation quand champ magnétique nul pour les ferro.

Ferromagnétisme : quelle est l'origine de cette constante de couplage et son signe ? Dans quel cas peut-elle être négative ? Interactions entre spins voisins. Son signe dépend de la structure cristalline exacte du matériau.

Donner des ordres de grandeurs des susceptibilités magnétiques. Cf texte.

On m'a questionné ensuite sur les domaines de Weiss. Pourquoi a-t-on besoin d'un microscope polarisant pour les observer ? Quels sont les propriétés optiques des milieux ferromagnétiques ? Effet Faraday

d'où viennent les domaines de Weiss ? En champ nul, équiprobabilité de $+M$ ou $-M$

Pourquoi un seul cadran pour la courbe $M(x)$? Imprécision au tableau, les solutions pour M positif ou négatif sont toutes les deux stables et toutes les deux équiprobables, et il faut représenter les deux. Les défauts microscopiques et les fluctuations entraînent un échantillon donné vers l'une ou l'autre des solutions, mais en moyenne sur un grand nombre d'échantillons (moyenne d'ensemble), autant choisiront $M > 0$ que $M < 0$. Il n'y a donc pas de contradiction avec le principe de Curie. Ce point peut être évoqué dans la leçon, et à défaut risque de vous être soumis aux questions.

A quoi correspond g ? Facteur de Landé, caractérise le couplage entre le moment cinétique orbital et le moment cinétique de spin.

Pourquoi choisir l'axe de quantification suivant z ? On a fait l'hypothèse $B = B \text{ ez}$, c'est la direction privilégiée. Choisir la quantification selon un autre axe ne changerait pas la physique (heureusement !) mais compliquerait les calculs. Ce point est à évoquer dans la leçon.

Justifier le fait de ne pas tenir compte du magnétisme des noyaux atomiques. Le magnéton de Bohr (ordre de grandeur du moment magnétique de l'électron) fait intervenir sa masse. L'électron étant 1000 fois plus léger que le noyau, son analogue nucléaire serait 1000 fois plus faible, et le négliger est légitime. Ce point est à évoquer dans la leçon.

Paramagnétisme seulement dans les solides ? Non, il existe aussi dans les liquides (le dioxygène liquide est paramagnétique) ou dans les ferrofluides, qui sont des suspensions colloïdales de particules ferromagnétiques qui confèrent au fluide des propriétés paramagnétiques. Au contraire, le ferromagnétisme n'existe que dans des matériaux à structure cristalline. Ce point est à évoquer dans la leçon.

Pourquoi néglige-t-on les interactions dipolaires entre moments dans l'origine microscopique du ferromagnétisme ? Ordre de grandeur de ces interactions ? En ordre de grandeur, l'interaction dipolaire entre deux moments magnétiques de l'ordre du magnéton de Bohr situés à 10-10 m l'un de l'autre est de 10-23 J, alors que $kT_{amb} = 10^{-21}$ J. Un tel couplage serait donc détruit thermiquement, alors qu'on observe du ferromagnétisme à température ambiante. Le calcul de ces ordres de grandeur est à faire dans la leçon.

D'après les modèles présentés dans la leçon, un ferromagnétique présente une aimantation spontanée. Pourtant, un clou de fer n'est spontanément pas aimanté. Pourquoi ? Domaines de Weiss : l'aimantation spontanée existe, mais à une échelle intermédiaire. Au niveau macroscopique, elle est moyennée à zéro par un grand nombre de domaines.

L'interaction d'échange est d'origine quantique, mais pourtant on traite les moments magnétiques classiquement et non pas quantiquement (i.e. avec des opérateurs). Pourquoi ? On montre que lorsque le moment cinétique total est suffisamment grand, alors les résultats quantiques tendent vers ceux d'un modèle classique, ce qui légitime le traitement classique du modèle d'Heisenberg.

Quelle différence entre les modèles d'Heisenberg et d'Ising ? Dans le modèle d'Heisenberg, les moments magnétiques sont classiques et libres dans les trois dimensions de l'espace. Au contraire, dans le modèle d'Ising, les moments magnétiques sont contraints à être orientés selon un seul axe, disons z. En pratique on dit alors souvent que $S_z = \pm 1$, et $S_x = S_y = 0$. Cela n'a rien à voir avec la géométrie du réseau sous-jacent, qui peut être dans tous les cas 1d, 2d ou 3d.

Qu'est-ce qu'une ferrite

Qui a introduit le concept de spin ? Pauli en 1924 pour expliquer l'effet Zeeman anomal, de façon ad hoc. Puis Samuel Goudsmit et George Uhlenbeck, en septembre 1925, notamment pour interpréter la structure fine du spectre de l'hydrogène, en l'interprétant comme un mouvement de rotation de l'électron sur lui-même, qui a rapidement été abandonné.

Mis en évidence expérimentalement par Râman et Bhagavantam en 1931 (<http://dspace.rrri.res.in/jspui/bitstream/2289/2123/1/1931%20IJP%20V6%20p353.pdf>).

Qui a introduit l'approximation de champ moyen ? Pierre Weiss en 1907.

Applications du paramagnétisme ? Refroidissement par désaimantation adiabatique, RMN.

Applications du ferromagnétisme ? Disques durs, moteurs

Autres comportements dans un champ magnétique à part para/ferro ? Antiferro, ferri...

Limites de l'approximation de champ moyen ? Comment l'améliorer ? Voisinage du point critique (Diu p466), normal puisqu'on néglige les fluctuations, et c'est au niveau de la température de Curie qu'elles sont les plus fortes

Quand a été découvert le paramagnétisme ? Faraday en 1845 (découvre aussi le diamagnétisme en 1845), description classique en 1905 (paramagnétisme de Langevin), description quantique en 1932 (paramagnétisme de Brillouin)

Autres types de paramagnétisme ? Paramagnétisme de Curie (température ambiante, loi de Curie), paramagnétisme de Pauli (métaux), paramagnétisme de Van Vleck (très faible, indépendant de la température, matériaux avec $J=0$)

Pourquoi hypothèse matériau isotrope ? Simplifie les calculs car dans le cas général la susceptibilité est un tenseur

Tu as évoqué l'expérience de Stern et Gerlach, est-ce que tu peux la décrire ? Pourquoi avec des atomes d'argent ? Jet d'atomes d'argent dans un champ magnétique homogène, on devrait avoir un segment entre les valeurs max et min du moment magnétique si description classique suffisante, mais on observe deux taches, d'où la quantification du moment magnétique.

Cadre de l'étude du paramagnétisme : tu as supposé $l=0$, pourquoi ? Pour simplifier les calculs, mais on peut aussi faire le calcul avec l différent de 0 (Brillouin).

C'est quoi le modèle de Brillouin ?

Calcul de l'aimantation : quel modèle as-tu utilisé ? Ising

Comment tu calcules l'ordre de grandeur de l'interaction dipolaire ? Calcul du champ créé par un dipôle magnétique puis on place un autre dipôle dans le champ créé. Analogie avec le dipôle électrostatique.

Explications sur l'interaction d'échange. Fonction d'onde antisymétrique, J résulte un couplage entre principe d'exclusion de Pauli et interaction électrostatique. Autre mécanisme possible dans les métaux, où le couplage est dû aux électrons de conduction.

Champ moyen, l'échelle sur laquelle on fait la moyenne est-elle importante ? On fait la moyenne sur tout le cristal, on ne moyenne même pas sur l'environnement du spin considéré.

Tu as évoqué l'exposant critique, est-ce que tu peux développer ? Transition du second ordre.

Est-ce qu'on peut prédire le comportement magnétique d'une espèce ? Comment le montrer expérimentalement ? Ferro : solides, para : solides, liquides. Il faut regarder les diagrammes d'orbitales. Le dioxygène est paramagnétique mais pas le diazote. On peut le montrer expérimentalement avec un électroaimant (azote liquide vs air liquide).

Remarques

-