

LP 12 : FILTRAGE EN ÉLECTRONIQUE ANALOGIQUE ET NUMÉRIQUE

11 mai 2022

Oui

Nathan Berri t & Juliette Colombier

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

⚡ <i>Le nom du livre</i> , l'auteur ¹	→ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.
⚡ <i>Optique</i> , Houard	→ Toujours utile, même dans un montage sur les moteurs.
⚡ <i>The Art of Computer Programming</i> , Knuth	→ Biblique

Prérequis

- Produit de convolution
- Effet Doppler
- circuit électrique en RSF

Expériences



Table des matières

1	Impédance caractéristique	2
1.1	Câble coaxial : modèle à constantes réparties	2
1.2	Bilan et analogies	3
1.3	Interface entre deux milieux.	3
2	Adaptation d'impédance	4
2.1	Acoustique	4
2.2	Optique	4
2.3	En électronique	4
2.4	Rendement	4
3	Questions	5

1. Par soucis de place toujours, je pense pas qu'il soit nécessaire de mettre les références exactes surtout pour un livre classique.

Introduction

Si on soumet un milieu à une perturbation de type force, ça va générer une de type l'inertie et le couplage des deux caractérise une onde.

1 Impédance caractéristique

On considère un cas simple ou les grandeurs couplées sont scalaires : le câble coax.

1.1 Câble coaxial : modèle à constantes réparties

On fait le schéma blabla et on modélise comme ceci : Approx continue : $a \ll \frac{c}{f}$

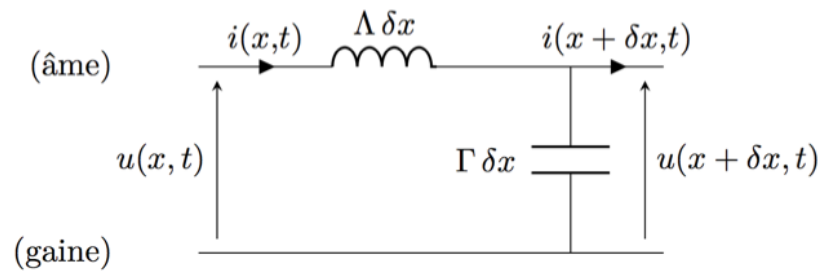


FIGURE 1 – Caption

On applique les lois de Krichkoff :

$$i_{n+1} = i_n - \Gamma a \frac{du_n}{dt} \quad (1)$$

$$u_{n+1} = u_n + \Lambda a \frac{di_{n+1}}{dt} \quad (2)$$

Lapprox donne : $u(na, t) = u_n(t)$ et pareil pour i d'où

$$\frac{\partial U}{\partial x} = (u_{n+1} - u_n)a \quad (3)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = (i_{n+1} - i_n)a \quad (4)$$

D'où les équations couplées :

$$\frac{\partial I}{\partial x} = \Gamma \frac{\partial U}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \Lambda \frac{\partial I}{\partial t} \quad (6)$$

On découple les équations et on obtient :

On peut résoudre cette équation pour obtenir une équation de d'Alembert en 1D :

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

avec $c = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\Lambda}}$.

On peut également faire une étude énergétique et obtenir

$$\partial_x(UI) + \partial_t\left(\frac{1}{2}\Lambda I^2 + \frac{1}{2}\Gamma U^2\right) = 0 \quad (8)$$

On identifie un vecteur de puissance qui se propage $UI \vec{e}_x$ et une énergie linéique $0.5\Lambda I^2 + 0.5\Gamma U^2$.

On fait un changement de variable $\alpha = x - ct$, $\beta = x + ct$ et on a alors :

$$\frac{\partial^2 I}{\partial \alpha \partial \beta} = 0 \quad (9)$$

Avec les équations d'ordre 1 qui couplent U et I, si on écrit :

$$I(x,t) = A(x-ct) + B(x+ct)$$

(10)

On peut relier U à I :

$$U = ZA(x-ct) - ZB(x+ct)$$

(11)

avec $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$ l'impédance associée au milieu.
De façon plus simple, on retiendra un lien $U = ZI$.

1.2 Bilan et analogies

ondes	force	inertie	puissance	Z
Coaxial	U	I	UI	$\sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$
Acoustique	P	$\vec{v}$	$p\vec{v}$	$\sqrt{\frac{\rho_0}{Z_s}}$
EM	$\vec{E}$	$\vec{H}$	$\vec{E} \times \vec{H}$	$\sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$

On voit que dans plusieurs contexte différents, la propagation d'une onde est liée à un couplage entre deux grandeurs, une de type "force" et une de type "inertie". Dans chacun des cas, il est possible de définir une impédance et il peut être pratique d'utiliser cette grandeur pour étudier et caractériser la propagation dans la milieu.

1.3 Interface entre deux milieux.

On reprend le câble coaxial, d'impédance $Z_1 \sim 50\Omega$.

On met à la suite du câble coaxial un autre milieu de comportement similaire : la propagation dans ce milieu peut aussi se modéliser à l'aide d'une impédance que l'on note Z_2 .

Naturellement, les relations entre U et I liés avec l'impédance sont vérifiées dans les deux milieux.

Si on suppose qu'il n'y a qu'une onde transmise, on constate en écrivant la condition d'égalité à l'interface que ce n'est pas possible, sauf si $Z_1 = Z_2$. Nécessairement, il doit exister une onde réfléchie pour vérifier cette continuité.

On peut alors définir des coeffs de réflexion et de transmission, et la continuité impose :

$$U_i + U_r = U_t \Leftrightarrow Z_1 I_i + Z_1 I_r = Z_2 I_t$$

(12)

et

$$I_i + I_r = I_t$$

(13)

On peut définir un coefficient de réflexion :

$$r_u = \frac{u_r}{u_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

(14)

Et :

$$t_u = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

(15)

ET les coefficients en puissance :

$$T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

(16)

$$R = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

(17)

On retrouve que l'onde réfléchie n'existe pas si les deux impédances sont les mêmes.



Mesure de l'impédance de l'oscilloscope



On envoie un pulse dans un long câble coaxial. On regarde sa réflexion dans plusieurs cas :

- Si rien n'est branché au bout (air d'impédance infinie), l'onde est complètement réfléchie et on retrouve une impulsion de même amplitude.
- Si on met $75\ \Omega$, l'onde est partiellement réfléchie, mais le coeff de réflexion chute drastiquement.
- SI on ramène la résistance à $50\ \Omega$, il n'y a plus de réflexion : on a alors réalisé une adaptaion d'impédance et

toute l'onde est transmise dans la résistance.

2 Adaptation d'impédance

2.1 Acoustique

On considère un diapason, et on va considérer la transmission du diapason vers l'air. Pour faire l'étude, on a $Z_{air} = 4 \cdot 10^2 \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$

Pour un solide, l'impédance est beaucoup plus grande : $Z_s \sim 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.

On peut réécrire les coefficients de transmission et de réflexion qu'on a établi plus tôt. En ordre de grandeur on aura alors $T \sim 10^{-3}$.

On définit alors l'atténuation

$$A = 10 \log(T) = -30\text{dB} \quad (18)$$

C'est énorme ! L'onde est très vite atténuée. Alors on constate que si on frappe le diapason on entend presque rien : quasiment rien n'est transmis. Pour remédier à ça on utilise une caisse de résonance qui va faire office d'adaptation d'impédance entre l'air et le diapason. L'impédance du bois est similaire à celle du diapason et le passage par la caisse fait la transmission vers l'air.

Je pense que dans cet exemple il faudrait comparer le produit des transmissions diapason/bois puis bois/air par rapport à diapason/air.

2.2 Optique

On passe dans le cas de l'EM donné plus tôt =

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_r \mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = Z_0 \frac{1}{n} \quad (19)$$

On peut écrire le coeff de réflexion :

$$r_E = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1}}{\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (20)$$

On retrouve l'expression des coefficients de Fresnel en incidence normale. (je pense qu'il faut pas le dire à l'oral mais c'est bien de l'avoir en tête.)



Stylé ! On remplit un erlenmeyer de glycérol qui a le bon goût d'avoir le même indice optique que le verre. On rajoute un tube à essai vide : l'air et le glycérol n'ont pas le même indice donc on voit les contours. Maintenant on remplit de glycérol le tube. Comme tout a le même indice on adapte l'impédance et on ne voit plus le tube.

2.3 En électronique

On considère un générateur de Thévenin de résistance R_g relié à une charge R dans laquelle on veut optimiser la puissance distribuée.

On peut facilement calculer la puissance dissipée dans la charge :

$$P = U_r I = \frac{R}{(R + R_g)^2} U^2 \quad (21)$$

On constate que la puissance transmise est optimale pour $R = R_g$.

La il blablate sur le HP parce qu'il est allé trop vite ? Ça fait un peu beaucoup d'exemples je trouve pas la peine de parler du push pull autant passer un peu plus de temps sur les autres exemples.

2.4 Rendement

On définit le rendement comme

$$\eta = \frac{P_c}{P_{tot}} = \frac{\frac{U^2 R_c}{(R_c + R_G)^2}}{\frac{U^2}{(R_c + R_G)}} = \frac{R_c}{R_c + R_G} \quad (22)$$

J'ai pas suivi le reste il est parti en live

3 Questions

- **C'est quoi l'ARQS mg ?** ARQS donc on néglige les temps de propag et en mg les courants dominant devant les charges ça permet d'écrire les lois de Kirshkoff
- **Quand tu as fais l'approx des milieux continus. Tu peux détailler ?** Ici on considère qe l'échelle de variation (λ) de la grandeur discrète est très grande devant la distance entre deux éléments (le pas a). Ainsi, on peut approximer la grandeur comme une grandeur continue. Pour estimer la variation de la grandeur d'un élément à l'autre, on peut faire un DL de Taylor.
- **Tu as fait un tableau d'analogie. Pourquoi U est la force et I l'inertie ?** C'est une analogie, on peut se ramener à l'idée de masse ressort, où c'est très intuitif. Ici il y a une analogie très forte où le ressort est la capacité et l'inductance et... j'ai pas compris. Charger un condensateur c'est comme donner de l'énergie potentielle à un ressort, donc la tension correspond à l'énergie potentielle.
- **Relation structure vectorielle ?** Le terme relation de structure est utilisé en licence
- **C'est quoi μ_r et ϵ_r ?** On se place dans des milieux diélectrique linéaire et isotrope. Diélectrique veut dire qu'il n'y a pas de courant libres.
- **Qu'est-ce qu'il se passe si il y a des pertes dans le milieu ?** Dans ce cas l'indice devient complexe, et don l'impédance aussi.
- **T'as parlé de continuité à un interface, tu peux détailler pour U et I ?** Ici on a considéré une incidence normale donc ça simplifie. Après il faut considérer la continuité de la composante normale de E à l'interface et de la composante tangentielle de B . Pour l'acoustique et c'est pareil il peut y avoir des subtilités typiquement continuité du débit plutôt que des champs de pression et de vitesse
- **C'est toujours possible de faire de l'adaptation d'impédance ? Par exemple, dans le cadre général où tu as un circuit avec une inductance dans l'impédance ?** Dans ce cas l'impédance dépend de la fréquence. Il faut étudier la réponse fréquence par fréquence avec la TF. La conséquence c'est de la dispersion.
- **Tu as une idée de comment faire si on veut adapter l'impédance sur une certaine bande passante, donc que ça marche sur une gamme de fréquence.** Pour ça, on utilise souvent des montages en cascade.
- **Et à quel point ça peut marcher ?** J'imagine pas trop avec des LC simples, mais ptetre avec des AO plutôt, qui sont plus complexes mais plus efficaces. **Est-ce qu'il y a une limite à ce processus ?**
- **Tu as fini en parlant de rendement, comment ça se passe dans ce cas ?** Par exemple pour le HP, ce qu'on veut c'est améliorer le signal final. On s'en fiche un peu de l'énergie que ça coûte, et on va faire de l'adaptation d'impédance. pour un moteur électrique, on veut plutôt optimiser le rendement pour des raisons économiques.
- **Quand tu fais le câble coaxial, comment tu choisis le pas a ?** On s'en fout dans le modèle qu'on fait. On peut le prendre aussi petit qu'on veut, donc je pense pas que ça poserait problème.
-
-
-
-
-
-