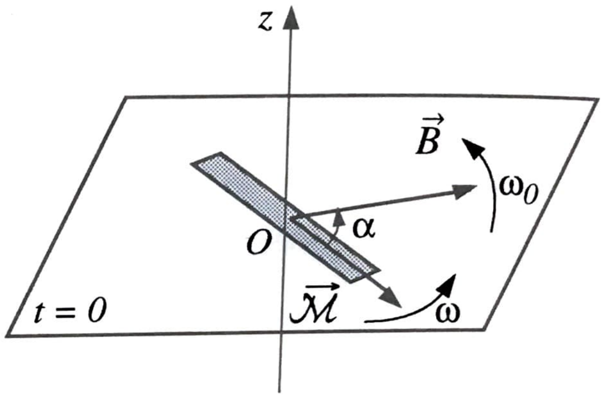
7.6 Moteur synchrone



Un montage convenable de bobines parcourues par des courants alternatifs de pulsation ω_0 produit dans un certain volume un champ magnétique $\vec{B}$, d'amplitude B_0, qui tourne dans un plan xOy autour d'un axe Oz avec la pulsation ω_0 constante (pour la production d'un tel champ, voir l'exercice 1.6).

D'autre part, une pièce mobile autour de l'axe Oz (le rotor) constituée d'un petit aimant permanent portant un moment magnétique permanent $\vec{\mathcal{M}}$, orthogonal à Oz, tourne dans le plan xOy avec un mouvement de rotation uniforme de pulsation ω.

La valeur de l'angle $(\vec{\mathcal{M}}, \vec{B})$ à l'instant initial est notée α comme indiqué sur la figure.

a) Calculer la valeur instantanée du couple magnétique $\vec{\Gamma}$ exercé par le champ sur la pièce mobile. En déduire sa valeur moyenne au cours du temps.

b) Pour quelles valeurs de ω et α ce dispositif fonctionne-t-il en moteur ? Quelle est dans ce cas la puissance maximale P_M qu'il peut fournir ?

c) Un régime permanent de fonctionnement du moteur est dit stable si, lorsque le moteur prend accidentellement de l'avance (ou du retard) sur son régime permanent, le jeu des forces qu'il subit lui fait perdre cette avance (ou ce retard) ; il est instable dans le cas contraire.
À partir du graphe de $\Gamma(\alpha)$, déterminer le domaine de α correspondant à un régime stable lorsque le moteur fournit un couple utile Γ_u.

a) L'aimant de moment $\vec{\mathcal{M}}$ placé dans le champ $\vec{B}$ subit le couple

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$$

À l'instant $t = 0$, l'angle $\alpha > 0$ entre $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ comme indiqué sur la figure conduit à un couple dirigé suivant $+\vec{u}_z$. À un instant quelconque, cet angle vaut $(\omega_0 - \omega)t + \alpha$, d'où

$$\vec{\Gamma}(t) = \mathcal{M}B_0 \sin\left((\omega_0 - \omega)t + \alpha\right)\ \vec{u}_z$$

d'où la valeur moyenne :

$$\boxed{<\vec{\Gamma}>=\vec{0} \quad \text{si} \quad \omega \neq \omega_0 \quad \text{et} \quad <\vec{\Gamma}>= \mathcal{M}B_0 \sin\alpha\ \vec{u}_z \ \text{ si } \ \omega = \omega_0}$$

Et donc, si l'aimant est lancé puis lâché à une vitesse ω différente de celle ω_0 du champ, il finit par s'arrêter à cause des moments de frottements puisque le couple électromagnétique, en moyenne, n'a pas d'action sur lui.

b) Par conséquent le dispositif ne fonctionne correctement que si $\omega = \omega_0$ (d'où le nom de machine synchrone). L'aimant et le champ tournant à la même vitesse, ils gardent entre eux, au cours du mouvement, le même angle α, l'aimant subissant de la part du champ un couple constant par rapport à Oz : $\Gamma(\alpha) = \mathcal{M}B_0 \sin\alpha$.

Ce couple n'est moteur ($\Gamma > 0$) que si $0 < \alpha < \pi/2$ ($\vec{\mathcal{M}}$ suit $\vec{B}$ dans le mouvement). Dans le cas contraire, si $\pi/2 < \alpha < \pi$ ($\vec{\mathcal{M}}$ précède $\vec{B}$ dans le mouvement), le couple est résistant.

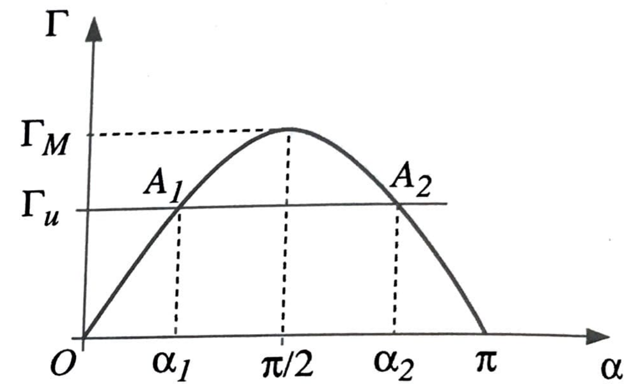
La puissance que peut fournir le moteur est celle, en régime permanent, qu'il reçoit soit $P = \Gamma \cdot \omega$.
Elle est maximale pour $\omega = \omega_0$ et $\alpha = \pi/2$ d'où

$$\boxed{P_M = \mathcal{M}B_0\omega_0}$$

c) Le rotor reçoit le couple Γ ; le régime ne peut être stationnaire que si simultanément il fournit à l'extérieur un couple utile Γ_u. Alors le théorème du moment cinétique par rapport à l'axe Oz (ou le théorème de la puissance cinétique) pour le rotor donne

$$J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \Gamma - \Gamma_u = 0$$

Bien sûr dans l'hypothèse $\Gamma_u < \Gamma_M = \mathcal{M}B_0$, l'égalité $\Gamma = \mathcal{M}B_0 \sin\alpha = \Gamma_u$ conduit à deux valeurs possibles de α, α_1 et α_2, symétriques par rapport à $\pi/2$.



À partir de A_1, si α augmente à partir de α_1 (c'est-à-dire lorsque l'aimant prend du retard sur le régime permanent), alors Γ augmente et le champ $\vec{B}$ va donc l'entraîner plus fortement pour lui permettre de combler son retard ; en effet alors $J\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \Gamma - \Gamma_u > 0$.

De même si à partir de A_1, α diminue, alors avec $\Gamma < \Gamma_u$ le champ réagit en lui faisant perdre son avance. Le point A_1 correspond donc à un régime stable ; inversement A_2 est instable.

Ainsi, lorsque Γ_u varie de 0 à Γ_M, le domaine de α correspondant à un régime stable est $0 < \alpha < \pi/2$.