LP 32: Expérience des fentes de Young : dualité onde-corpuscule

Léa Bessonart

March 24, 2022

Niveau: L2

Pré-requis: interférence, différence de marche, base de relativité restreinte,

Sources:

Introduction

A la fin du XIX ème /début XX ème siècle la physique était basait sur deux grands piliers : la mécanique de Newton qui rendait compte d'un comportement de la matière, constitué de particule et d'un autre coté l'évolution temporelle et spatiale des ondes décrite au travers des équations célèbre de Maxwell. Entre ses deux domaines la physique commence a se fissurer, principalement autour de la question : Qu'est ce que la lumière ?

Entre 1924 et 1929, les physiciens ont été amenés à réviser complètement leurs notions disjoignes de particules et d'ondes pour n'en créer qu'une seule entité "particule-onde" appelé aujourd'hui le quanton. Ceci a amener une formidable révolution conceptuelle, difficile à assimiler. Nous essaierons d'en comprendre les secrets en commençant par introduire l'expérience historique des fentes de Young puis nous décrirons dans un premier temps l'aspect corpusculaire du rayonnement pour ensuite décrire l'aspect ondulatoire de la matière.

Cette leçon peut etre vu comme une introduction à la mécanique quantique

1 L'expérience des fentes d'Young

1.1 La lumière est une onde

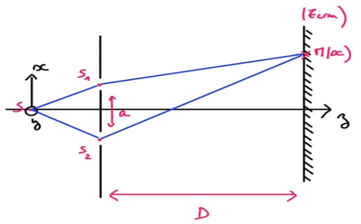
On commence ici par considérer la lumière comme une onde. L'onde émise par une source laser est séparée géométriquement en deux parties, on parle de division du front d'onde. Elles suivent ensuite des trajets différents pour arriver e un point M, au voisinage duquel nous espérons observer des interférences.

Le laser à l'avantage d'être très directif, on peut donc le considérer comme une source venant de l'infini et donc on éclaire en incidence quasi normale des deux fentes de Young. Les ordres de grandeurs classique pour ce dispositif sont :

- a= distance entre les deux fentes : millimètre
- s =largeur d'une fente : dixième de millimètre
- D = distance d'observation : le mètre

Ces ordres de grandeurs permettent de simplifier les calcules que nous ferons par la suite.

On observe sur l'écran une figure d'interférence que l'on peut décrire comme un système de frange rectiligne verticales, parallèles entre elles et perpendiculaires à l'axe des deux sources. Ces franges sont



non localisées. On peut même mesure ce que l'on appelle l'interfrange i, c'est a dire la distance entre deux maxima successif (ou entre deux minima). C'est une période spatiale.

A présent exploitons l'expérience. On commence par déterminer la différence de marche δ entre les deux rayons.

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (SS_2M) - (SS_1M) && (1) \\ &= (S_2M) - (S_1M) && (2) \\ &= \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} && (3) \end{aligned}$$

On a placé l'expérience dans une condition particulière de tel sorte que l'on puisse faire l'hypothèse que D»a et D»x.

$$\delta(M) = D\left(\sqrt{1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2}\right) \quad (4)$$

On applique le développée limité sur la racine ce qui donne,

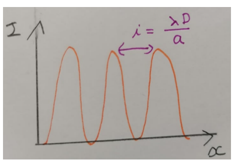
$$\begin{aligned} \delta(M) &= D\left(\frac{(x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2}{2D^2}\right) && (5) \\ \delta(M) &= \frac{ax}{D} && (6) \end{aligned}$$

On remarque que $delta(M)$ est bien constant, ce qui est en accort avec un réseau de droites équidistantes

A partir de la on peut utiliser la formule générale des interférence à deux ondes qui nous donne l'intensité lumineuse observée sur l'écran.

$$\begin{aligned} I(x) &= 2I_0(1 + cos(\frac{2\pi\delta}{\lambda})) && (7) \\ I(x) &= 2I_0(1 + cos(\frac{2\pi ax}{\lambda D})) && (8) \end{aligned}$$

On observe des maxima d'intensité, appelé frange brillantes qui sont obtenus pour une différence de chemin optique $\delta = p\lambda$. Les minima d'intensités correspondant à des franges sombres sont obtenus pour une différence de chemin optique $\delta = (p + \frac{1}{2})\lambda$



On obtient ainsi la répartition spatiale en intensité que l'on représente avec la période spatiale i, définit comme:

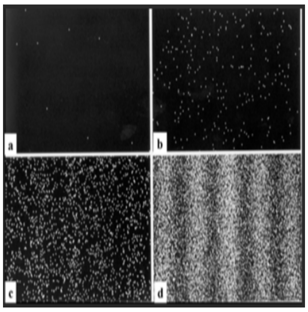
$$i = \frac{\lambda D}{a} \quad (9)$$

On peut donc remonter à la valeur de a, par simple mesure de l'interfrange i, ce qui peut etre utile par exemple pour mesurer le diamètre d'un cheveu.

1.2 La lumière est corpusculaire

Reprenons la même expérience mais cette fois-ci en considérant la lumière comme un ensemble de particule. Notre rayonnement incident est alors fait d'un grand nombre de particules qui peuvent passer par l'un ou l'autre trou et avoir des trajectoires particulières.

On donne car image, prise au cour de l'expérience à 4 instants différents.



Pour commencer on voit effectivement l'impact des photons sur l'écran qui confirme bien leur aspect corpusculaire de la lumière.

Mais maintenant on se rend compte d'une autre chose : La figure d'interférence ne se forme pas immédiatement, mais petit à petit, au fur et à mesure que le nombre d'impacts grandit. On détectera beaucoup de photons sur les raies intenses et peu sur les zones sombre de la figure d'interférence. On met donc ici le doigt sur une notion importante qui n'apparaît pas si on raisonne de façon ondulatoire, à savoir que ce phénomène possède un caractère probabiliste.

Au final, la lumière n'est ni une onde, ni une particule mais les deux. On parle de dualité onde-corpuscule et nous allons en décrire certain aspect dans la suite de cette leçon.

2 Aspect corpusculaire du rayonnement

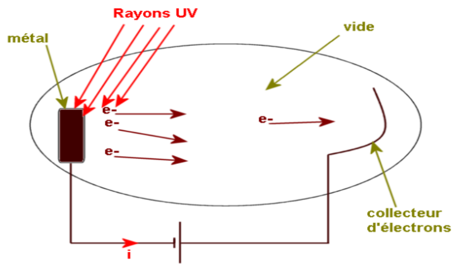
2.1 Effet photoélectrique

Découverte et faits expérimentaux

Suite aux travaux théorique d'Einstein, Millikan mis en place l'expérience suivante : Il éclaire, avec une lumière un métal. Il se rend compte, qu'avec une irradiation convenable, celle-ci émet des électrons donnant lieu à une intensité I dans le circuit extérieur contenant une pile. L'intensité est usuellement faible, mais elle est mesurable au microampèremètre. Le circuit contient un potentiomètre permettant de faire varier la tension aux bornes de la cellule.

Millikan c'est rendu compte de deux choses importantes :

- Pour un métal donné il existe une fréquence seuil ν_s. Si la lumière est a une fréquence inférieur à la fréquence seuil alors l'effet ne se produit pas, aucun électron n'est arrachés. Que des électrons soient



arrachés du métal par des photons n'est pas surprenant dans le schéma classique puisqu'on sait que la lumière est caractérisée par un champ électrique qui peut exercer une force sur les électrons. En revanche, ce qui est plus étonnant c'est que ce n'est pas l'intensité du rayonnement incident qui est le facteur prépondérant mais plutôt sa fréquence. Même sous une forte intensité, en dessous de la fréquence seuil rien ne se passe.

- Il existe une contre-tension V_0, appelé aussi potentiel d'arrêt, en dessous duquel plus aucun courant ne circule. Il dépend de la fréquence du rayonnement utilisé, tel que :

$$|V_0| = K(\nu - \nu_s) \tag{10}$$

L'interprétation d'Einstein repose sur l'idée que la lumière est un assemble de particules ayant chacune l'énergie E. Cette quantité appelée plus tard quantum d'énergie peut alors être entièrement captée par un électron lui permettant ainsi de sortir du métal. Cette hypothèse explique bien la dépendance en fréquence de l'effet photoélectrique, puisque si la fréquence et donc l'énergie est en dessous d'une valeur seuil nécessaire à vaincre l'attraction du noyau des atomes constituant le métal, l'électron ne sort pas. L'énergie de cette lumière serait:

$$E = h\nu \tag{11}$$

En écrivant la conservation de l'énergie, c'est a dire :

$$\begin{aligned} \text{Énergie du photon - Énergie d'extraction de l'}e^- &= \text{Énergie cinétique de l'électron} && (12)\\ h\nu - W_s &= \frac{1}{2}mv^2 && (13) \end{aligned}$$

Or, $\frac{1}{2}mv^2 > W_s$ si $\nu > \nu_s$ et par conséquent :

$$h\nu_s = W_s \tag{14}$$

On en déduit donc que :

$$\begin{aligned} h\nu &= W_s + \frac{1}{2}mv^2 && (15)\\ h\nu &= h\nu_s + \frac{1}{2}mv^2 && (16)\\ h\nu &= h\nu_s + eV_0 && (17)\\ |V_0| &= \frac{h}{|e|}(\nu - \nu_s) && (18) \end{aligned}$$

Par conséquent, cette expérience à bien montrer que la lumière à un aspect corpusculaire avec pour particule le photon, dont il nous reste à donner les propriétés.

2.2 Le photon

2.2.1 Masse

Afin de déterminer la masse du photon, il faut se placer dans le cadre de la relativité proposé par Einstein. La masse d'inertie relativiste est alors définie par rapport à la masse au repos (ou masse propre) m_0 et la vitesse v, par :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{19}$$

Or par définition de la vitesse de la lumière, un photon se déplace à la vitesse c. Par conséquent, si v tend vers c alors l'expression de la masse diverge vers $+\infty$. Le seul moyen pour obtenir des photon voyageant à la vitesse c c'est que leur masse propre soit nulle: $m_0 = 0$.

2.2.2 Relation de dispersion

La masse du photon étant nulle, il en résulte que la loi de dispersion de ce dernier devient:

$$h\nu = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \tag{20}$$

$$h\nu = pc \tag{21}$$

La relation de dispersion peut s'écrire de bien des façons (dans le vide) en utilisant $\lambda = \frac{c}{\nu}$, ou encore $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ a:

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{22}$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \tag{23}$$

3 Aspect ondulatoire de la matière

3.1 La relation de de broglie

En 1924 louis De broglie aura une intuition de généraliser le raisonnement d'Einstein. Il choisit de rattacher à toute particule un champs. Il pensait que cela devrait se passer comme pour le photon. Il définit donc la longueur d'onde de de Broglie λ_{db}, tel que :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \tag{24}$$

En faite dernière cette aspect dualité onde-corpuscule se cache la notion de mécanique quantique. Cette longueur d'onde n'a de sens que d'un point de vu quantique. Et pour que les phénomènes quantique se manifeste, il faut que la longueur d'onde de de Broglie soit supérieur ou égale aux dimension de l'objet étudié. Prenons les exemples suivants :

- Une voiture d'une tonne, roulant à 50km/h : $p = mv = 1,39.10^4 kg.m.s^{-1}$ se qui fait $\lambda_{DB} = 4,77.10^{-38}m$
- Un électron accéléré par une différence de potentiel de 100 V : $p = 5,410^{-24} kg.m.s^{-1}$ se qui fait $\lambda_{DB} = 1,23.10^{-10}m$

On comprends bien qu'une voiture aura un comportement classique alors qu'un électron présente un comportement quantique.

3.2 Un aspect quantique

Comme on l'a vu dans l'expérience des fentes de young, les particules de matières ont un comportement probabiliste. En effet, on peut assimiler à une particule une fonction d'onde $\Psi(M,t)$ dont son module au carré décrit une densité de probabilité de présence de la particule en un point M à l'instant t, dans un volume $d\tau$, comme :

$$dP = d\tau|\Psi(M,t)|^2 \tag{25}$$

Étant donnée que la particule est forcement dans l'espace $d\tau$ alors on définit une condition de normalisation telle que:

$$\int d\tau|\Psi(M,t)|^2 = 1 \tag{26}$$

La fonction d'onde remplace en quelque sorte la trajectoire en mécanique classique. Cependant, par le biais de la densité de probabilité, elle traduit le fait que l'on ne connaît plus simultanément vitesse et position d'une particule. Cette indétermination vient du principe d'incertitude d'Heinsenberg.

L'indétermination quantique sur la position Δx d'une particule et l'indétermination quantique sur la quantité de mouvement Δp, vérifie :

$$\Delta x.\Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \tag{27}$$

Mais d'où provient ce problème d'indétermination ? Un onde n'est en réalité pas étendu à l'infinie dans l'espace et dans le temps. Elle est émise pas « trains d'ondes » ou « paquets d'ondes ». Fourier décrit le train d'ondes comme combinaison linéaire d'ondes planes progressives monochromatiques de pulsations ω différentes, donc de nombres d'onde k différents.

$$A(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{j(\omega t - kx)}dk \tag{28}$$

C'est là que les choses se compliquent. Généralement ω est une fonction de k. On suppose aussi que l'onde est quasi-monochromatique autour de k_0. Dans une approximation à l'ordre 1 on aura :

$$\omega(k) = \omega(k_0) + (k-k_0)\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0} \tag{29}$$

Dans ce cas notre paquet d'onde devient :

$$\begin{aligned}
A(x,t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{j(\omega_0 t + (k-k_0)\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0} t - kx)}dk && (30)\\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{j(\omega_0 t - x(k-k_0) - k_0 x + (k-k_0)\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0} t - kx)}dk && (31)\\
&= e^{j(\omega_0 t - k_0 x)}\int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{j(k-k_0)\left(\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0} t - x\right)}dk && (32)
\end{aligned}$$

On peut poser

$$x' = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0} t - x \tag{33}$$

On voit que le paquet d'onde s'étale au cours du temps. Le paquet d'onde perd peu à peu sa localisation en s'étalant.

Attention, il faut bien comprendre qu'on ne dilue jamais la particule. On observe toujours la particule entière. La mécanique quantique donne la probabilité pour un quantum d'être à telle ou telle place et non une probabilité correspondant à une fraction de particule diluée. Il est essentielle de comprendre que la densité de probabilité ne constitue pas une répartition de la particule dans l'espace. La particule est partout simultanément. C'est la mesure qui détermine une place à un instant t de la particule dans l'espace. C'est le cas de la présence de l'écran dans le dispositif des fentes de young qui va conférer à la particule une place, sachant qu'auparavant elle était partout simultanément.

Conclusion

Cette leçon nous a permis d'introduire certaine subtilité du monde quantique, et principalement la notion de dualité onde-corpuscule. Certaines expériences mettent en avant un aspect plutôt ondulatoire et d'autre plutôt corpusculaire. Il faut bien comprendre que la lumière est les deux. Le photon est une entité à part entière ni onde, ni particule mais les deux, décrite à l'aide d'un champ d'amplitude de probabilité

Vous verrez dans un prochain cour que même si dans un processus de mesure on peut dire que la mécanique quantique est probabiliste, nous verrons que l'on peut décrire de façon déterministe son évolution temporelle, grâce à l'équation de Shrodinger.

Questions

- Incertitude sur l'expérience : c'est quoi Δi ? $\rightarrow$ On a effectué une mesure de plusieurs interfranges. $\Delta i = \Delta i/\text{nombre}$.
- Sources d'incertitudes, à part la distance fente-écran et Δx sur la figure ? $\rightarrow$ Longueur d'onde du laser : $\Delta\lambda = 20nm$ et $\lambda = 650nm$.
- On a $I = I_0(1 + \cos k\delta)$ mais ça n'apparaît que sur quelque interfrange, Pourquoi ? $\rightarrow$ Diffraction. Comment évaluer la largeur de la tache centrale ?
- problème des longueurs de cohérence du laser (temporelle et spatiale) ? Souces des incohérences temporelles ? $\rightarrow$ Chocs, effets Doppler.
- Expérience projetée : avec des photons ou des électrons ?
- Effet photoélectrique : c'est quoi ? Historique ? Pourquoi Einstein a-t-il eu l'idée d'introduire la notion de photons ? $\rightarrow$ Expérience de Hertz en 1839 qu'on ne comprenait pas et catastrophe UV du corps noir. Ensuite seulement les expériences de Millikan.
- Électron : particule classique quand tu écris $E_c = \frac{1}{2}mv^2$: quelle approximation ? $rightarrow$ Non relativiste.
- Quelle est la taille de l'électron, du neutron ? $\rightarrow$ e-15m neutron, e-17m électron.
- C'est quoi le k_0 autour duquel tu as développée la fonction d'onde à la fin ? $\rightarrow$ Correspond au maximum de la porteuse $A(k)$.
- La source de l'étalement est $v_g t - x$: l'onde n'est pas étendue à $t = 0$? Heisenberg s'applique déjà à $t = 0$, c'est une incertitude supplémentaire.
- Est-ce qu'on aurait pu baser la leçon sur le caractère ondulatoire de la matière ? $\rightarrow$ Expérience de Davisson et Germer, interférences avec des électrons.
- Quelle interprétation de la MQ te permet d'avoir la même interprétation que les trains d'ondes ? $\rightarrow$ Intégrale de chemin : interprétation de Feynmann.
- Discuter de la perturbation par la mesure : qu'est-ce qu'il se passe si on détermine la fente par lequel passent les électrons ? $\rightarrow$ La figure d'interférences disparaît.

- Quel degré de liberté sur la fonction d'onde ? → Elle possède une phase (non définie), donc on peut avoir interférences.
- Justification de la petite étendue sur l'écran : $x \ll D$? → Taille figure de diffraction : comparer avec $1/h$ où h la hauteur de la fente avec D.
- Précautions quand tu manipules avec un laser ? → Enlever les objets réfléchissants (bijoux notamment).
- Pourquoi tu as choisi de faire l'expérience avant les calculs ? → Notions d'interférences déjà vues antérieurement, donc pas besoin de faire la théorie avant la manip.
- Quel est l'objectif de la dernière partie de la leçon ? → Étalement du paquet d'ondes, indétermination sur la position donc insiste sur le caractère ondulatoire.
- Autre exemple d'ondes et d'interférences ? → Ondes mécaniques cf la cuve à eau.

Remarques

40 minutes pile

Insister sur le fait que les interférences sont un phénomène ondulatoire. On peut illustrer avec un parallèle sur les ondes de surface d'un fluide. On devrait rappeler qu'avec des objets non quantiques (exemple : ball de tennis), on n'a pas d'interférences. Cf aussi Johnson puis électrons émis un à un pour illustrer Young sur la matière.

Leçon : en fait, mélange anciennes mélanges interférences à 2 ondes et introduction à la quantique.

Valeurs expérimentales avant le calcul : on ne sait pas où tu veux en venir.

Pas tellement important d'estimer les incertitudes en leçon.

On pourrait expliciter pourquoi on est dans les bonnes conditions d'interférences mais disperse la leçon.

Calculs bien menés, approximations rappelées.

II. : confusion sur l'histoire des sciences. Faire une approche plus historique : problème photoélectrique au 19ème siècle, idée d'Einstein, Millikan, puis ok c'est bon la lumière est un corpuscule. Sinon, effet photo bien expliqué. (La catastrophe UV qui est résolue avec des photons peut être évoquée pour l'idée des photons.)

Masse du photon : bien.

III.1 : de Broglie et OdG : bien, mais attention aux OdG de la taille de l'atome, d'un nucléon, d'un électron.

Fonction d'onde : insister sur le fait que c'est le premier postulat de la MQ. Interprétation probabiliste : rappeler la date. Bien d'avoir normalisé la fonction d'onde. Se souvenir de la dimension de la fonction d'onde : $\mathrm{L}^{\mathrm{dim}/2}$, avec la dimension de l'espace. Étalement de la fonction d'ondes : préciser comment on choisit k_0 et faire gaffe au fait que le paquet gaussien ne s'étale pas avec le temps et il faut aller au deuxième ordre de $\omega(k)$ au moins pour voir la déformation. l'ordre 1, le paquet d'onde se déplace sans déformation.

Heisenberg donne un étalement instrinsèquement lié à la propriété ondulatoire (cf la TF).

Montrer les interférences de façon simple en L2 : Ψ est complexe ! Donc faire le calcul du module au carré de la somme d'un Ψ_{gauche} + un Ψ_{droite} (voir la fin de la partie Mach-Zehnder de l'agreg A 2019 *(...)Stabilité*).

Toujours mettre : référence, légende, date sur une figure projetée.