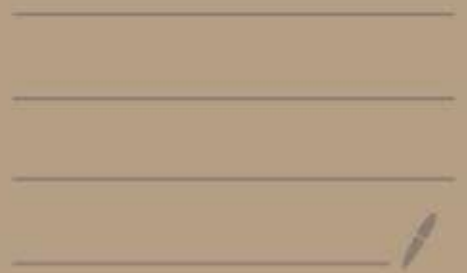


LP 38: Nodules de

Diffusion de la Lumière.



* Niveau : L2

* Plan : I) Diffusion de la lumière.

- 1) Définition.
- 2) Taille de l'objet diffusant.

II) Diffusion Rayleigh et couleur du ciel.

- 1) Hypothèses.
- 2) Puissance diffusée.
- 3) Couleur du ciel.

III) Modèles pour de "gras" objets diffusants.

- 1) Diffusion de Mie, couleur des nuages.
- 2) Optique géométrique et arc-en-ciel.

* Références : → Garing, "Ondes électromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs".
→ Pérez, "Optique, Fondements et applications".
→ Chaptreuil, Gueniffrey "La diffusion".

<http://physique.unice.fr/sem6/2008-2009/PagesWeb/SBM/Autres/Rapport.pdf>

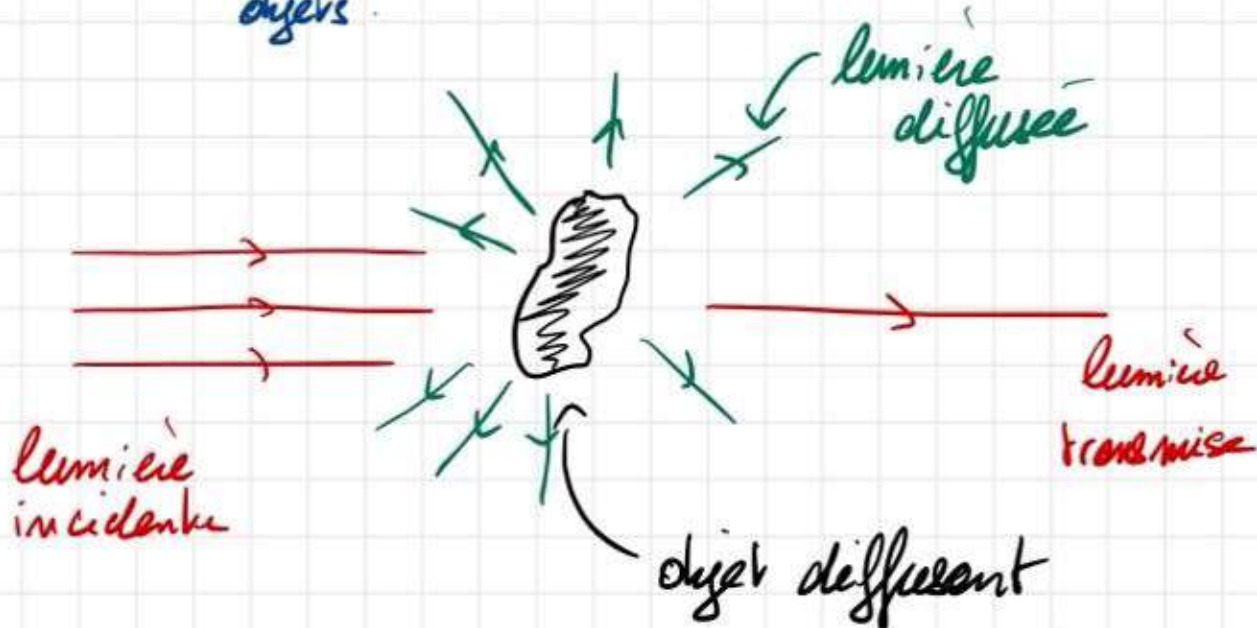
→ A. Aspect : Optique quantique I, cours X.

* Prérequis : - E.N niveau L2 (+ Régime sinusoïdal forcé)
- Rayonnement dipolaire.
- Mécanique du point.
- Optique géométrique

I) Diffusion de la lumière.

1) Définitions

Diffusion: phénomène par lequel la lumière est déviée dans diverses directions de part son interaction avec d'autres objets.



* Illustration avec un laser: on voit le faisceau laser grâce à la diffusion.

La diffusion peut être:

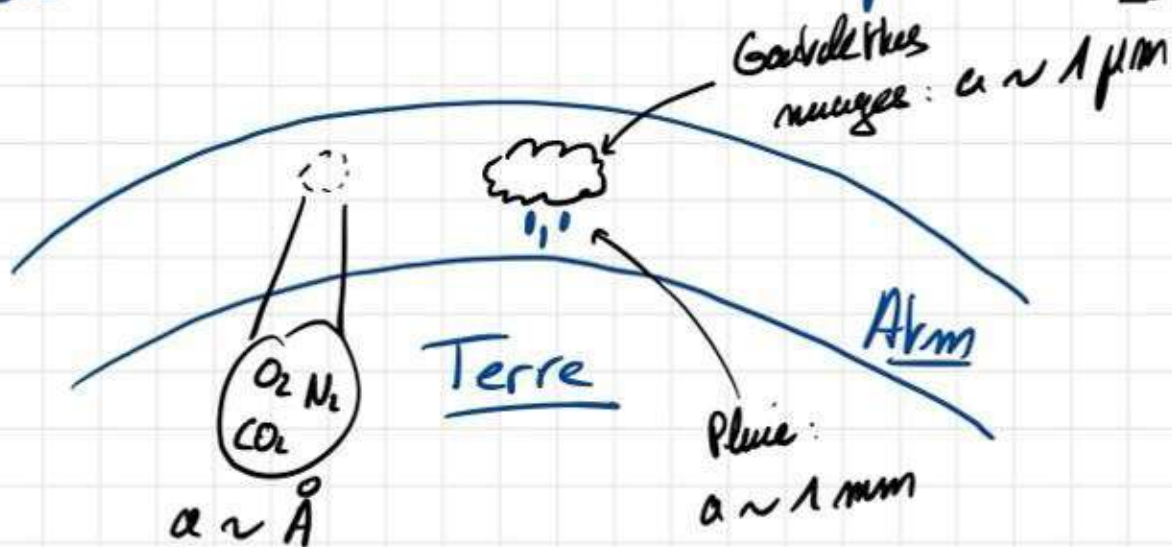
- isotrope ou non,
- élastique ou inélastique (élastique \equiv la longueur d'onde de l'onde diffusée est la même que celle de l'onde incidente).
(exemple de diffusion inélastique: effet Compton).

2) Taille de l'objet diffusant.

Les modèles de diffusion de la lumière ne sont pas les mêmes selon la taille de l'objet diffusant.



Exemple : lumière visible dans l'atmosphère. (sur slide?)



$$\lambda \sim 10^{-7} \text{ m}$$

0,01

10

10000

Diffusion par les
molécules de
l'air

Nuage,
pollution

Pluie,
cristaux de
glace

a/λ

II) Diffusion de Rayleigh, couleur du ciel.

1) Hypothèses du modèle.

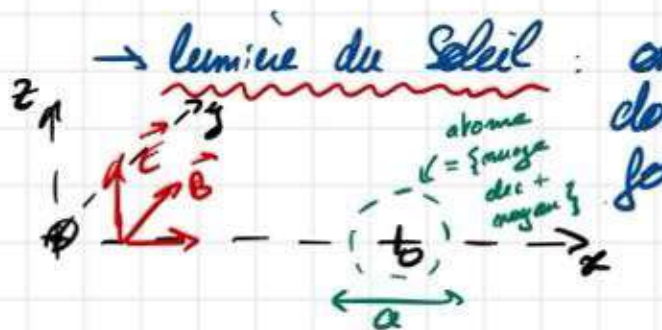
On s'intéresse à la diffusion par des diélectriques vérifiant :

$$a \ll \lambda$$

⇒ Molécules de l'atmosphère ($N_2, O_2, CO_2 \dots$).

* Modèle de l'électron élastiquement lié :

→ lumière du Soleil : onde électromagnétique plane, progressive, dont le champ électrique est de la forme :



forme :
$$\vec{E} = E_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{u}_z$$

→ Idee : on considère l'interaction entre un électron de l'atome et l'onde EM.

→ Hypothèses : * puisque la masse du noyau est très grande devant celle de l'électron, on suppose que le noyau reste fixe.

* on suppose que l'électron oscille autour du noyau avec une amplitude $a \ll \lambda$.

⇒ \vec{E} est uniforme à cette échelle :
$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$$

* le mouvement de l'électron est non relativiste : on peut négliger la partie magnétique de la force de Lorentz.

* On modélise l'interaction électron-noyau par une force de rappel élastique.

→ Bilan des forces sur l'électron :

• Force de Lorentz : $\vec{F}_{\text{Lor}} = -e\vec{E}$

• Force de rappel du noyau sur l'électron :

$\vec{F}_{\text{elast}} = -m\omega_0^2 \vec{r}$

• Force de frottements (modélise la perte d'énergie liée au rayonnement d'une particule chargée en mouvement) :

$\vec{F}_{\text{coll}} = -\frac{m}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt}$

• PFD en ref galiléen à l'électron (don $\vec{u} \parallel \vec{z}$) :

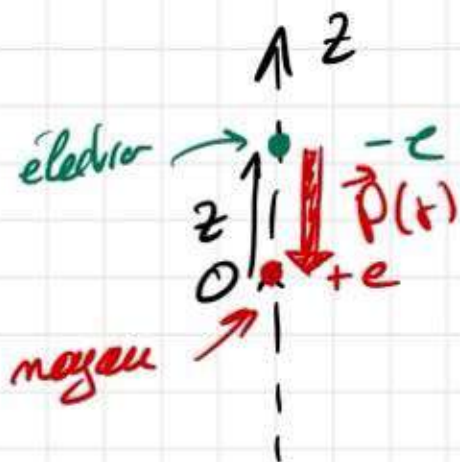
$$m \ddot{z} = -\frac{m}{\tau} \dot{z} - m\omega_0^2 z - eE_0 \cos \omega t$$

Où \ddot{z} , en régime harmonique :

$$\left(-\omega^2 + \frac{j}{\tau} \omega + \omega_0^2\right) \underline{z} = -\frac{e}{m} E_0$$

$$\Rightarrow \underline{z} = \frac{-e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega}{\tau}} E_0$$

Au cours de l'oscillation, le barycentre des charges positives et celui des charges négatives ne sont plus confondus :



Le moment dipolaire créé vaut donc :

$$\underline{P} = -e \underline{z}$$

$$\Rightarrow \underline{P} = \frac{+e^2/m E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau}}$$

* Régime de Rayleigh :

On a $\omega_0 \Rightarrow \lambda_0 \approx 10^{-8} \text{ m}$: domaine de l'U.V.

Si on s'intéresse au domaine visible : $\lambda_0 \ll \lambda_{\text{visible}}$

$$\Rightarrow \omega_0 \gg \omega$$

$$\Rightarrow p(t) = p_0 \cos(\omega t)$$

$$\text{avec } p_0 = \frac{e^2/m E_0}{\omega_0^2}$$

2) Puissance diffusée

* Puissance rayonnée par un dipôle :

$$P = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$$

La puissance diffusée par la molécule est donc :

$$P_{\text{diff}} = \frac{e^4 E_0^2}{12\pi \epsilon_0 m^2 c^3} \cdot \frac{\omega^4}{\omega_0^2}$$

Or l'intensité moyenne de l'OPH incidente est :

$$I_0 = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} E_0 c E_0^2$$

$$\Rightarrow \bar{P}_{\text{diff}} = \left(\frac{e^4}{6\pi \epsilon_0^2 m^2 c^4} \right) \cdot \left(I_0 \right) \frac{\omega^4}{\omega_0^2}$$

\uparrow ω

\downarrow homogène à une surface

\uparrow $\omega \cdot \text{m}^{-2}$

On pose donc

$$\sigma = \frac{e^4}{6\pi \epsilon_0^2 m^2 c^4}$$

la section efficace de diffusion.

AN: $\sigma \approx 6,6 \times 10^{-29} \text{ m}^2$

D'où

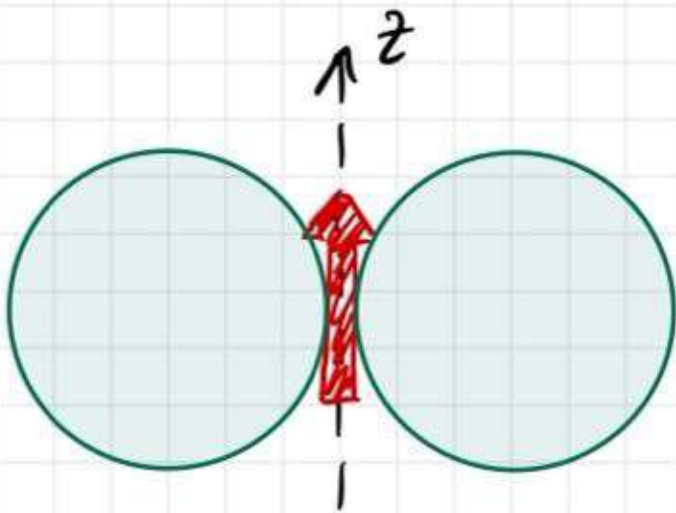
$$P_{\text{diff}} = \sigma I_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4$$

dépendance en ω^4
de la puissance diffusée.

Se réécrit :

$$P_{\text{diff}}(\lambda) = \sigma I_0 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4$$

* Indicatrice de rayonnement :



Un dipôle ne rayonne pas
selon son axe.

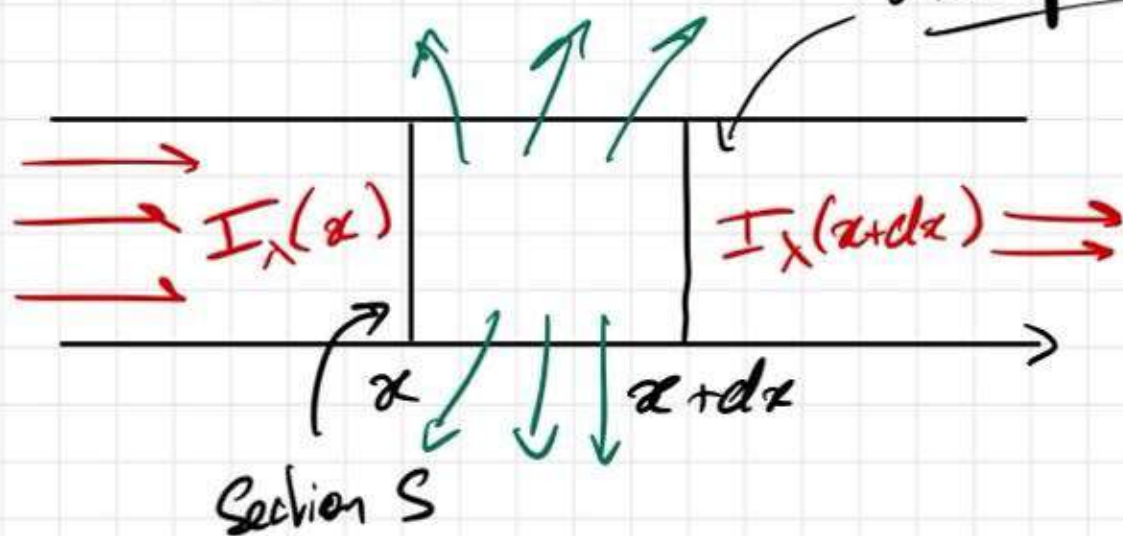
Diffusion de Rayleigh : peu
directive, la lumière est
diffusée dans une large partie
de l'espace.

3) Couleur du ciel.

• Slides avec la courbe $P_{\text{diff}} = f(\lambda)$.

⇒ les courtes longueurs d'onde (= le bleu) sont beaucoup plus diffusées que le rouge.

• On peut le quantifier. (A center) atmosphère



$$\text{On a } S I_\lambda(x) = S I_\lambda(x+dx) + N \mathcal{P}_{\text{diff}}(\lambda)$$

↑ nombre de molécules diffusantes entre x et $x+dx$.

$$\Rightarrow S dx \frac{dI_\lambda}{dx} = -N \mathcal{P}_{\text{diff}}(\lambda) = -N \sigma I_\lambda(x) \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4$$

$$\Rightarrow \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = -\frac{N \sigma}{V} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4 dx$$

$$\Rightarrow I_\lambda(x) = I_0 \exp\left(-\frac{x}{H_\lambda}\right) \quad \text{avec} \quad H_\lambda = \frac{V}{N \sigma} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^4$$

$$\text{Atm} \approx 6P \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{P}{k_B T} \Rightarrow H_\lambda = \frac{k_B T}{P \sigma} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^4$$

AN: Pour $P = 1 \text{ bar}$
 $T = 300 \text{ K}$ \Rightarrow $\begin{cases} H_{\text{rouge}} \approx 4000 \text{ km} \\ H_{\text{bleu}} \approx 350 \text{ km} \end{cases} \Rightarrow$ Sélect
couleur
= rouge.

III Modèles pour de gros objets diffusants.

Comment fait-on lorsque $a \ll \lambda$?

1) Diffusion de Nic.

• Contexte: modèle pour des objets de tailles jusqu'à 10λ ($\sim \mu\text{m}$ pour la visible).

Exemples:

- gouttes d'eau dans les nuages.
- grains de poussière.
- particules polluant.

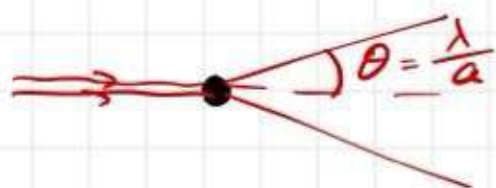
Ce modèle explique la diffusion de la lumière via le phénomène de diffraction.

\Rightarrow diffraction de Nic.

Résolution analytique souvent très compliquée, on ne sait le faire que pour des cas simples (particules sphériques)
 \Rightarrow résolution numérique.

• Caractéristiques: \rightarrow la diffusion dépend très peu de λ
 \Rightarrow les nuages sont blancs.

\rightarrow plus directive que la diffusion de Rayleigh.

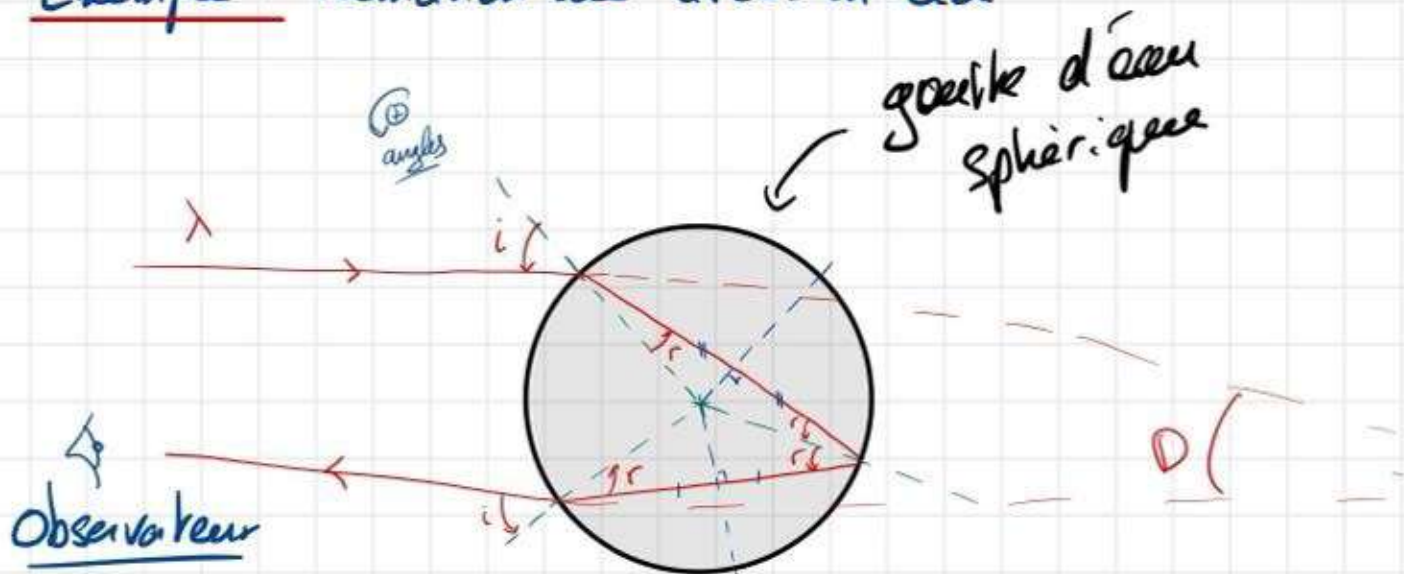


Lorsque $\frac{\lambda}{a} \rightarrow +\infty$,
on retrouve l'indicatrice
de rayonnement de Rayleigh:
Rayleigh = cas limite de Nic.

2) Optique géométrique et arc-en-ciel.

Lorsque $a \gg \lambda$, la diffraction devient négligeable : on peut expliquer la diffusion grâce aux lois de l'optique géométrique.

Exemple : Formation des arcs-en-ciel.



$$\text{On a } D = (i - r) + (\pi - 2r) + (i - r) = \underline{\underline{\pi + 2i - 4r}}$$

On a, par Snell-Descartes :

$$\sin i = n \sin r$$

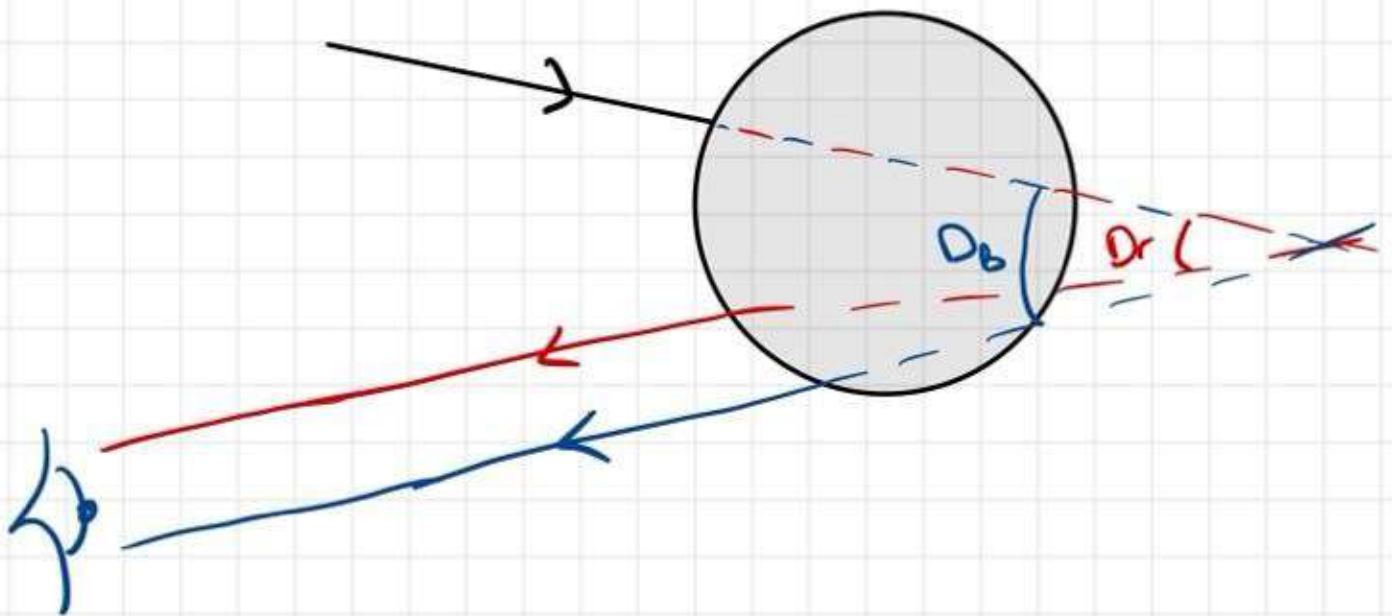
Soit dans les conditions de Bragg : $r = \frac{1}{n} i$.

$$\text{D'où } \boxed{D = \pi - \left(\frac{2}{n} - 1\right) i}$$

Loi de Cauchy : $n = n_0 + \frac{C}{\lambda_0^2}$

Ainsi: $\lambda \nearrow \Rightarrow n \searrow$
 $\Rightarrow \frac{d}{n} \nearrow$
 $\Rightarrow \frac{d}{n} - 1 \nearrow$
 $\Rightarrow D \searrow$.

Ainsi: le rouge est moins dévié que le bleu.



\Rightarrow On voit le rouge au dessus du bleu (avec toutes les couleurs de λ intermédiaires qui se succèdent entre ces deux couleurs).
 (Image sur slides).

Questions

- **Quelle explication physique peut-on donner pour le fait qu'on doive utiliser différents modèles selon les valeurs du rapport a/λ ?** De grands objets ne « voient » qu'une valeur moyenne du champ incident tandis que de petits objets peuvent ressentir les variations du champ.
- **Retour sur les hypothèses de l'électron élastiquement lié :**
 - **Hypothèse $m_p \gg m_e$: quel serait la manière de traiter le problème sans faire cette approximation ?** Problème à 2 corps : on se place dans le référentiel barycentrique de l'atome et on introduit la masse réduite du système. Ici la masse réduite du système tend vers celle de l'électron et la masse totale vers celle du proton.
 - **Hypothèse non relativiste pour négliger la partie magnétique de la force de Lorentz : a-t-on $B \sim E/c$?** Non, ici c'est pcq on a une OPPH, dans un cas plus général il faut remplacer c par la vitesse de groupe. Dans ce cas la vitesse de groupe n'est pas toujours très grande devant la vitesse du système (cf plasma à BF par exemple).
 - **Modélisation de l'interaction électron-noyau sous la forme d'un potentiel harmonique : d'où cela vient-il ?** Cela vient du modèle de l'atome de Thomson (charge positive répartie uniformément sur l'ensemble de l'atome et électrons qui baignent dedans). Le calcul du champ électrique (du noyau) ressenti par l'électron (thm de Gauss) donne une force qui évolue en r , d'où la force de rappel.
 - **Force de frottements fluides à quel point c'est vrai ?** Il s'agit, sans approximation, d'une force en \ddot{r} . Mais en injectant une solution harmonique dans l'équation du mouvement et en faisant un DL de la pulsation pour des fréquences petites devant $c/r_0 \sim 10^{23}$ Hz ($r_0 =$ « rayon classique de l'électron » $\sim 10^{-15}$ m) on se ramène à une force type frottements fluides (donc largement ok pour la lumière visible puisque $f \sim 10^{15}$ Hz). Assez bien expliqué dans le cours d'A. Aspect d'optique quantique 1 p178 (dispo sur internet).
- **D'autres modèles de l'atome ?** Modèle de Rutherford (premier modèle planétaire de l'atome, les charges positives sont confinées dans une toute petite partie de l'atome : le noyau, les électrons orbitent autour de ce noyau). Il a été proposé suite à l'expérience de Rutherford (feuille mince d'or bombardée par des particules alpha et mis en défaut par le fait qu'il prévoit que les atomes sont instables car les électrons dissipent

de l'énergie en rayonnant un champ EM (rayonnement de particules chargées accélérées). On a ensuite le modèle de Bohr qui s'appuie sur le modèle de Rutherford tout en ajoutant que les orbitales des électrons sont quantifiées. Puis la mécanique quantique...

- **Qu'est ce qui justifie le régime harmonique ?** L'équation du mouvement est linéaire et on suppose le régime permanent établi.
- **Autre régime de fonctionnement que celui de Rayleigh ?** Le régime de Thomson pour $\omega \gg \omega_0$, comportement d'un passe-bas (se voit bien dans l'équation du mouvement) : pour des trop hautes fréquences, le système n'a physiquement pas le temps de réagir à la variation de l'onde (d'ailleurs on est plus dans un régime où $a/\lambda \ll 1$ donc on rejoint la remarque faite au début, le système ne voit qu'une moyenne de l'onde incidente).
- **Approximations pour obtenir la formule de la puissance rayonnée par un dipôle oscillant ?**
 - Approximation dipolaire : on regarde les champs E et B à une distance grande devant la taille du dipôle.
 - ARQS des sources : on néglige le retard au niveau du dipôle devant le retard qui intervient entre le point M et le dipôle.
 - Mouvement des charges du dipôle non relativiste.
- **Pour un atome autre que l'hydrogène ?** La valeur de l'amplitude du dipôle oscillant est multipliée par le numéro atomique de l'atome.
- **Quelle est la dépendance en λ de la diffusion de mie ?** On a une dépendance en $\lambda^{-1,2}$.
- **Autres exemples de diffusion ?** Effet Compton (exemple de diffusion inélastique), loi de Bragg (diffusion des rayons X par le réseau cristallin d'un matériau), pour des particules : diffraction des électrons par la maille cristalline.