

# LP43-SPECTROSCOPIES

23 novembre 2021

Forest Vincent & Mathieu Berdous & Bessonard Léa

## Niveau : L3

### Remarques et questions

- 35min
- définir spectroscopie : étude expérimental d'un spectre : décomposition sur une échelle d'énergie.
- formule de la figure d'interférence dans le cadre d'un réseau. Peut tu la redémontrer ?
- $\delta\theta$  c'est quoi ? largeur à mi hauteur du pic d'interférence. Intéressant car utile pour le critère de Rayleigh.
- dessine deux longueurs d'onde proche dans le cas I en fonction de  $\theta$ . en pratique on voit une dilations. expliquer donc intérêt de  $\delta\theta$ . Rayleigh permet de faire distinguer les deux maximum et de non voir une patate. Il faut le dire car le but de la spectroscopie c'est de séparer les longueurs d'ondes.
- savoir démontrer le critère de rayleigh en faisant somme de deux intensité
- donner exemple de réseau dans la vie : le CD, les papillons qui ont des luminescences (fabry pérot)( papillon faut connaître cet exemple et sûrement le présenter).
- est ce que c'est vrai que augmenter le nombre de fente augmente la résolution ? c'est la densité enfaîte
- prix d'un réseau ? 30 euros. exemple 2500 trait par millimètre ca commence a faire une limite haute.
- pourquoi les ondes de sortes pas du micro-onde ? car il y a des trou sur un micro onde trop petit pour que les micro onde ne sorte.
- exemple de fabry pérot dans la nature ? bulle.
- c'est quoi une bulle de savon ? 2 couches de tensio actif donc ya deux indices donc réflexion et réfraction donc on peut faire un fabry.
- idée expérience ; déterminer épaisseur bulle en utilisant les couleur sur la bulle.
- idée d'expérience possible pour cette leçon : prisme
- on peut montrer les pouvoir de résolutions des appareils : réseau < michelson < fabry pérot
- il manque de définir la spectroscopie
- savoir qu'il en existe différente et en parler en intro.
- trop de maths , pas assez de figure.
- définir les grandeur et pourquoi c'est utile.
- faire un calcul du début a la fin.
- réseau avec TF très intéressant à faire
- il faut absolument des images
- condition de fresnel, conditions de fraunhoffer il faut explicité quand on en a besoin.
- attention R est utilisé deux fois alors que c'est pas la même chose.
- globalement leçon proche

## Bibliographie

- Dunod
- Femto Physique : <https://femto-physique.fr/optique/pdf/book-optond.pdf>

## Prérequis

- Michelson
- Optique Géométrique
- Interférence et diffraction

## Expériences

- ☛ Décomposition de la lumière par un réseau

## Table des matières

<b>1 Réseaux</b>	<b>3</b>
1.1 réseau par transmission . . . . .	3
1.2 Formule des réseaux . . . . .	3
1.3 figure d'interférence . . . . .	5
1.4 Pouvoir de résolution . . . . .	6
<b>2 Interféromètre de Fabri-perrot</b>	<b>7</b>
2.1 Description . . . . .	7
2.2 Transmission de la cavité . . . . .	7

## Introduction

La spectroscopie est l'étude expérimentale du spectre d'un phénomène physique, c'est donc la décomposition sur une échelle d'énergie, ou d'une autre grandeur se ramenant à une énergie (fréquence, longueur d'onde). Cette étude permet d'obtenir des grandeurs caractéristiques sur ces phénomènes physiques. (différents types de spectroscopie (masse, électronique, résonance)). Pendant cette leçon nous allons étudier différents techniques pour obtenir le spectre de la lumière, et nous étudierons notamment la résolution de ces techniques. Nous parlerons notamment des monochromateurs.

## 1 Réseaux

**Définition** De manière générale, un réseau de diffraction est un arrangement régulier de motifs diffractant identiques. Chaque motif diffracte la lumière incidente dans toutes les directions, et chaque faisceau diffracté dans une direction interfère avec les autres rayons diffractés dans la même direction. Bien qu'il existe une grande diversité de formes (plane, concave), de types (rectiligne, circulaire) et de fonctionnement (en transmission, en réflexion), l'étude du réseau plan rectiligne par transmission permet de dégager les propriétés essentielles des réseaux.

### 1.1 réseau par transmission

Le réseau rectiligne par transmission est caractérisé par une fonction de transparence périodique. Le réseau de fentes transparentes utilisé dans l'enseignement en est un exemple. Il est réalisé en gravant sur du verre une série de traits à l'aide d'une pointe de diamant. L'espace intact entre ces traits est transparent et constitue une fente. En général, on réalise des répliques (diapositives photographiques) du réseau initial pour obtenir des réseaux à faible coût.

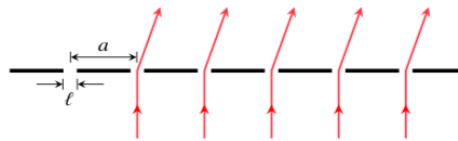


FIGURE 1 – Réseau de transmission

La caractéristique essentielle d'un réseau de diffraction est son pas  $a$  qui représente la distance séparant deux motifs diffractants consécutifs.

### 1.2 Formule des réseaux

#### en incidence normale

Éclairons, par une onde plane monochromatique, un réseau de  $N$  fentes placé en incidence normale, puis observons la lumière dispersée dans la direction  $\theta$  à l'aide d'une lunette (Figure 2). Il existe, comme nous allons le montrer, des directions angulaires privilégiées dans lesquelles la lumière est confinée et pour lesquelles chaque onde diffractée par les motifs du réseau interfère avec les autres de manière constructive.

Le déphasage s'écrit :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\theta) \quad (1)$$

Si ces deux rayons interfèrent de façon constructive entre eux, alors on a :

$$a \sin(\theta p) = p\lambda \quad (2)$$

Comme on le voit, la direction  $\theta p$  dépend de la lumière incidente (via la longueur d'onde), du réseau (via la densité de traits) ainsi que de l'ordre d'interférence  $p$ . Analysons en détail la formule.

- Pour l'ordre  $p=0$ , on a  $\theta p = 0$  quelle que soit la longueur d'onde : une partie de la lumière traverse le réseau sans être déviée. Cette direction est toujours observée. ;
- Les ordres  $p \neq 0$  ne sont pas toujours observés. En effet, si  $a < \lambda$  seul l'ordre zéro existe. Plus généralement, il est facile de montrer que les valeurs possibles de  $p$  sont au nombre de  $1 + 2\frac{a}{\lambda}$  ;

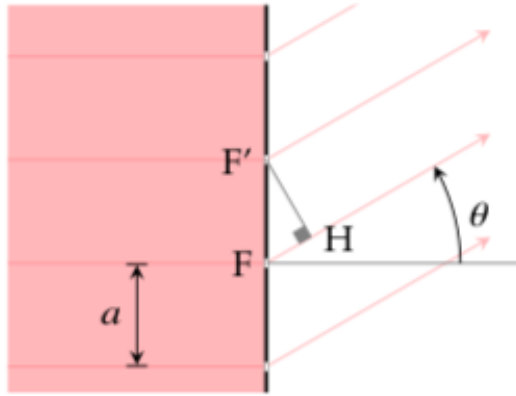


FIGURE 2 – Dispersion par un réseau

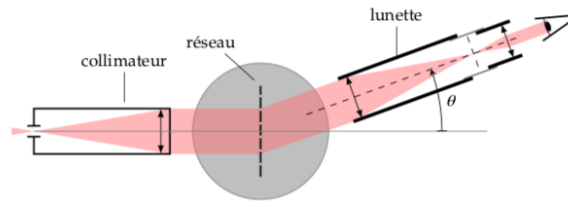


FIGURE 3 – Dispersion par un réseau

- Pour les ordres  $p \neq 0$  la déviation  $\theta p$  est fonction de la longueur d'onde : le système est alors dispersif, et en lumière blanche on observe une décomposition spectrale de la lumière suivant différentes directions. On peut noter que l'angle de dispersion augmente avec la longueur d'onde (le rouge est plus dispersé que le bleu) contrairement à ce qui se produit avec un prisme. Notez aussi, que seul l'ordre zéro est achromatique puisque sa direction est indépendante de la longueur d'onde.

**Formule des réseaux en incidence oblique**

Sous une incidence  $i$  elle prend une forme plus générale que l'on obtient à l'aide d'un calcul similaire à celui du paragraphe précédent. Sous une incidence  $i$  le rayon arrive en F en avance par rapport à celui arrivant en F'. Cependant, il prend ensuite du retard de sorte que le déphasage s'écrit

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin(\theta) - \sin(i)) \tag{3}$$

Si ces deux rayons interfèrent de façon constructive entre eux, alors on a :

$$a(\sin(\theta p) - \sin(i)) = p\lambda \tag{4}$$

Dans ce cas, la direction  $\theta p$  dépend non seulement de la lumière incidente, du réseau et de l'ordre d'interférence  $p$ , mais également des conditions d'incidence (via l'angle  $i$ ). La direction correspondant à l'ordre  $p=0$  est donnée par  $\theta p = i$ . En d'autres termes, ces rayons traversent le réseau sans être déviés. Comme pour la situation en incidence normale, cette direction est toujours observée. En revanche, contrairement à ce qui est observé en incidence normale,  $\theta p \neq \theta$ . D'ailleurs il arrive que l'ordre  $p$  soit observé alors que l'ordre  $-p$  est inobservable. Enfin, la déviation angulaire des rayons  $D = \theta - i$  dépend de l'angle  $i$ . Il est facile de montrer que cette déviation présente un minimum. En dérivant la loi des réseaux par rapport à l'angle  $i$ , on obtient :

$$\left(1 + \frac{dD}{di}\right) \cos(D + i) - \cos(i) = 0 \tag{5}$$

La déviation  $D(i)$  passe par un extremum quand :

$$\begin{aligned} \frac{dD}{di} &= 0 \\ \cos(D + i) &= \cos(i) \end{aligned}$$

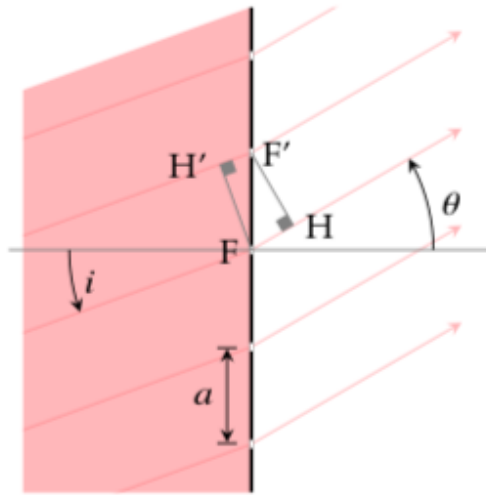


FIGURE 4 – Dispersion par un réseau

On en déduit  $Dm = 2i$ . En reprenant la loi des réseaux :

$$2\sin\left(\frac{Dm}{2}\right) = p\frac{\lambda}{a} \tag{6}$$

La mesure de cette déviation angulaire minimale<sup>16</sup> permet ainsi de retrouver soit une longueur d'onde, soit la densité de traits d'un réseau. Cette mesure s'affranchit du placement en incidence nulle du réseau, source d'imprécision.

### 1.3 figure d'interférence

L'équation (4) indique les directions d'interférence constructive, mais ne donne aucune information sur la répartition de l'intensité en fonction de  $\theta$ . Procédons à ce calcul en faisant deux hypothèses.

- Nous considérons que le réseau est éclairé par une onde plane arrivant en incidence normale. Le cas de l'incidence oblique se traite en effectuant la transformation  $\sin\theta$  qui devient  $\sin\theta - \sin(i)$
- Nous admettons que les  $N$  ondes diffractées dans la direction  $\sin\theta$  ont la même amplitude  $a$  indépendante de  $\sin\theta$ .

On peut obtenir la formule :

$$I = \frac{A^2}{2} \frac{\sin\left(\frac{Na\pi}{\lambda} \sin\theta\right)^2}{\sin\left(\frac{a\pi}{\lambda} \sin\theta\right)^2} \tag{7}$$

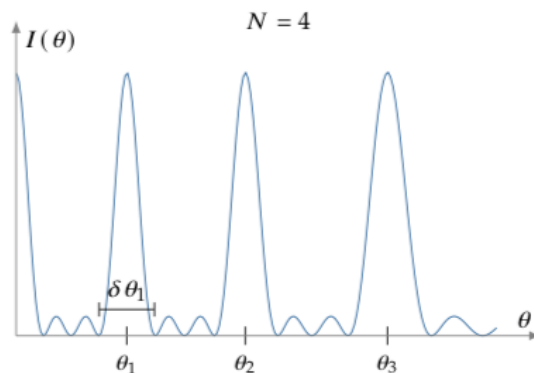


FIGURE 5 – Intensité en fonction de  $\theta$

Cherchons à calculer la largeur angulaire d'une frange brillante. Pour cela, déterminons la première valeur de  $\theta$  qui annule l'intensité autour d'un maximum principal. Rappelons que sur un pic d'interférence les ondes qui interfèrent

sont tous en phase (modulo  $2\pi$ ). En termes de vecteurs de Fresnel, cela donne  $N$  vecteurs colinéaires comme on l'a déjà vu. Imaginons maintenant que chaque vecteur de Fresnel tourne de  $2\frac{\pi}{N}$  par rapport au vecteur précédente. Ces vecteurs mis bout à bout forment alors un polygone à  $N$  côtés et le vecteur résultant est tout simplement le vecteur nul. C'est pourquoi, au voisinage d'un maximum principal, on trouve  $I = 0$  dès lors que :

$$\Delta\Phi = 2p\pi \pm \frac{2\pi}{N}$$

Appelons  $\delta\theta$  largeur de la frange d'ordre  $p$ . On a

$$\frac{2\pi a \sin(\theta_p \pm \delta\theta_p)}{\lambda} = 2p\pi \pm \frac{2\pi}{N}$$

Compte tenu que  $\delta\theta_p$  petit (pour  $N$  grand), un développement à l'ordre un autour de  $\delta\theta_p$  donne

$$\delta\theta_p = \frac{2\lambda}{N a \cos(\theta_p)}$$

Plus le nombre de fentes éclairées est grand et plus les tâches sont fines : on parle alors de pics d'interférence .

Un réseau de diffraction de pas  $a = 5\mu\text{m}$  éclairé en incidence normale par un faisceau de largeur  $L = 1\text{ cm}$  et de longueur d'onde  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ , présente un pic d'ordre un dans la direction

$$\theta_1 = 5^{\circ}44'21''$$

2 000 fentes sont éclairées, ce pic présente une largeur angulaire

$$\delta\theta_1 = 21''$$

## 1.4 Pouvoir de résolution

Le pouvoir de résolution spectrale mesure la capacité à séparer deux longueurs d'onde différent. Il est mesuré par la quantité :

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{min}} \quad (8)$$

Avec  $\delta\lambda_{min}$  la différence minimale entre deux longueurs d'onde que le système arrive à séparer. Le pouvoir de résolution théorique du réseau s'obtient à l'aide d'un critère de résolution. On prendra le critère de Rayleigh. *Deux pics d'interférence A et B associés aux longueur d'onde  $\lambda$  et  $\lambda + \delta\lambda$  sont résolus (ou séparés) si leur séparation angulaire vérifie*

$$\theta_b - \theta_a > \frac{\delta\theta}{2} \quad (9)$$

avec  $\delta\theta$  largeur angulaire du pic d'interférence.

Calculons, le pouvoir de résolution théorique d'un réseau éclairé en incidence normale. Une raie spectrale de longueur d'onde  $\lambda$  est déviée d'un angle  $\theta_p$  telle que  $\sin(\theta_p) = \frac{p\lambda}{a}$ . Aussi pour une variation  $\delta\lambda$  de  $\lambda$ , l'angle de dispersion varie de

$$\theta_p^{\lambda+\delta\lambda} - \theta_p^\lambda = p \frac{\delta\lambda}{a \cos(\theta_p)}$$

Adoptons le critère de Rayleigh : les deux raies sont résolues si

$$\theta_p^{\lambda+\delta\lambda} - \theta_p^\lambda > \frac{\delta\theta}{2} = \frac{\lambda}{N a \cos(\theta_p)}$$

Donc

$$\delta\lambda > \frac{\lambda}{pN}$$

Donc le pouvoir de résolution théorique est :

$$R = pN \quad (10)$$

Le pouvoir de résolution théorique augmente avec le nombre de traits éclairés et avec l'ordre d'interférence<sup>18</sup>. Par exemple, avec un réseau blazé de 10 cm de largeur constitué de 1 000 traits/cm et travaillant à l'ordre 10, le pouvoir de résolution théorique atteint 100 000

**réseau blazé** Le réseau de fentes à transmission est assez peu utilisé en pratique. La plupart des applications demandant l'emploi d'un système dispersif utilisent des réseaux en réflexion.

Les réseaux blazés sont des réseaux fonctionnant en réflexion et dont la conception permet de concentrer la lumière réfléchiée essentiellement sur un ordre particulier. On obtient cette propriété en juxtaposant une série de gradins réfléchissants inclinés caractérisés par un certain angle de blaze.

Instrument	Pouvoir de résolution typique	résolution $\delta\lambda_{\min}$ (à 500 nm)
Prisme	500	1 nm
Réseau	5 000	0,1 nm
Réseau blazé	50 000	0,01 nm

FIGURE 6 – Tableau de comparaison de la résolution

## 2 Interféromètre de Fabri-perrot

### 2.1 Description

Une cavité Fabry-Pérot est une lame d'air d'épaisseur  $e$  formée par deux lames de verre à faces parallèles aux surfaces internes traitées. Le traitement consiste à augmenter le coefficient de réflexion des faces internes de la lame d'air, soit par métallisation, soit par le dépôt de plusieurs couches diélectriques. Typiquement, le coefficient de réflexion énergétique est supérieur à 90

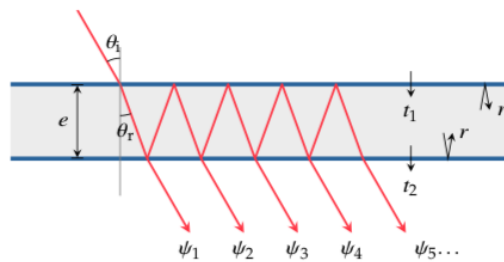


FIGURE 7 – Cavité Fabri-Perrot

On s'intéresse à la transmission de la lumière par cette cavité. On note  $t_1$  le coefficient de transmission en amplitude à travers la première lame,  $t_2$  le coefficient de transmission à travers la seconde lame et  $r$  le coefficient de réflexion sur les parois réfléchissantes. Les amplitudes des premiers rayons sortants valent respectivement : Si l'on néglige le

nombre de réflexions	0	2	4	6	... 2k
amplitude	$A t_1 t_2$	$A t_1 t_2 r^2$	$A t_1 t_2 r^4$	$A t_1 t_2 r^6$	$A t_1 t_2 r^{2k}$

FIGURE 8 – Amplitude d'une onde après reflexion

phénomène d'absorption, la conservation de l'énergie se traduit par

$$r^2 + n t_1^2 = 1$$

$$r^2 + \frac{t_2^2}{n} = 1$$

où  $n$  est l'indice du milieu enfermé par la cavité Fabry-Pérot. On pose  $n=1$   
 $R = R^2$  et  $T = t_1^2 t_2^2$ . Ces deux relations précédentes aboutissent à :

$$R + T = 1 \tag{11}$$

### 2.2 Transmission de la cavité

$$\Delta\Phi = \frac{4n \cos(\theta_r)}{\lambda} \pi$$

on a :

$$\Psi = A t_1 t_2 e^{i\omega t} \frac{1}{1 + Re(-i\Delta\Phi)}$$

Donc on obtient

$$I = \Psi \Psi^* = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)} \tag{12}$$

avec  $m$  tel que

$$m = \frac{4R}{(1 - R)^2} \tag{13}$$

L'intensité est maximale à chaque fois que  $\Delta\Phi$  est un multiple de  $2\pi$ . Les minima d'intensité ne sont pas nuls puisque  $I_{min} = \frac{I_0}{1+m}$ . Toutefois, si les surfaces présentent une haute réflectivité, on a  $m \gg 1$  et le contraste est quasiment de 100% :

$$\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{m}{2+m} = 1 \quad (14)$$

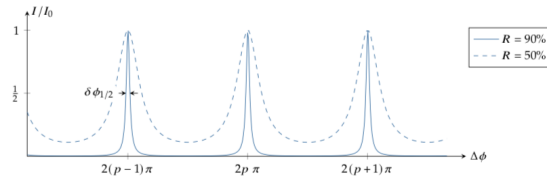


FIGURE 9 – Transmission en fonction du déphasage

On voit clairement sur la Figure 8 que les pics sont d'autant plus fins que le pouvoir de réflexion  $R$  se rapproche de l'unité. On définit la finesse  $F$  d'une cavité Fabry-Pérot par le rapport :

$$F = \frac{2\pi}{\delta\Phi_{\frac{1}{2}}} \quad (15)$$

avec  $\delta\Phi_{\frac{1}{2}}$  la largeur à mi-hauteur d'un pic d'interférence donnée par la relation :

$$1 + m \sin^2\left(\frac{\delta\Phi_{\frac{1}{2}}}{4}\right) = 2 \quad (16)$$

où l'on a utilisé le fait que  $\delta\Phi_{\frac{1}{2}} \ll 1$  ce qui suppose une grande réflectivité). Finalement, en reprenant l'expression de  $m$  on trouve l'expression de la finesse :

$$F = \pi \frac{\sqrt{R}}{1-R} \quad (17)$$

Une cavité Fabry-Pérot de réflectivité  $R = 97\%$ , présente une finesse de  $F \approx 100$

Les pics sont alors 100 fois plus fins que l'intervalle entre deux pics (dit intervalle spectral libre). On donne le pouvoir de Résolution du Fabri-Perrot tel que

$$R = pF \quad (18)$$

<b>Réflexivité</b>	0,9	0,95	0,99
<b>Finesse</b>	30	61	313
<b>Pouvoir de résolution (<math>\times 10^6</math>)</b>	1,2	2,4	12,5
$\delta\lambda_{min}$	400 fm	200 fm	40 fm

FIGURE 10 – Résolution du Fabri-Perrot