

# LP 46 – OBTENTION DE BASSES TEMPÉRATURES

26 janvier 2022

Nathan Berrit & Juliette Colombier

## L3

### Commentaires du jury

Leçon tombée pour la première fois en 2021.

### Bibliographie

↗ <i>Quantum Optics</i> , M. Fox	→ Pour l'effet Doppler
↗ <i>Cours de J. Dalibard</i> , Dalibard	→ Atomes froids.
↗ <i>Thermodynamique statistique</i> , Diu	→ Pour la thermo
↗ <i>TD de thermo de Montrouge</i> ,	→ Pour l'évaporation
↗ <i>Sujet agreg A 2006</i> ,	→ Pour la liquéfaction et la désaimantation adiabatique

### Prérequis

- effet Doppler
- équipartition de l'énergie
- Thermo classique

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Liquéfaction de gaz</b>	<b>2</b>
1.1	Principe et difficultés . . . . .	2
1.2	Détente de Joule-Thomson . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Refroidissement par évaporation</b>	<b>5</b>
2.1	Évaluation des pertes . . . . .	5
2.2	Limite du processus . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Refroidissement par effet Doppler</b>	<b>6</b>
3.1	Principe . . . . .	6
3.2	Limites du refroidissement . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>7</b>

### Commentaires généraux

J'ai choisi de placer la leçon au niveau L3 à cause du petit bout de physique statistique mais comme c'est fait en MP c'est possible de la mettre niveau L2. C'est également possible de ne pas parler de refroidissement laser et d'aborder un sujet plus simple comme le réfrigérateur et faire les machines thermiques, ou encore de faire une leçon full thermo et d'aborder la désaimantation adiabatique. La principale difficultés sur cette leçon c'est de trouver de la biblio selon moi.

## Introduction

Objectif (*rapide intro pédagogique, pas obligatoire en LP*) : présenter différentes méthode d'obtention de basses température et expliquer pourquoi c'est utile et pourquoi ça a été historiquement un enjeu et ça l'ait toujours aujourd'hui. Ça demande de faire de la thermo classique et statistique, d'où les prérequis.

On va étudier dans cette leçon comment on arrive à de très basses températures, c'est à dire des températures inférieures à 20 Kelvin. Première question à se poser : **pourquoi veut-on descendre en température ?**

- On veut étudier le comportement de la matière dans ces conditions "juste" pour savoir ce qu'il se passe. C'est ce qui a permis de découvrir la supraconductivité (1911) et la superfluidité (1937).
- Vérifier les modèles quantiques
- Mesurer des niveaux d'énergie qui sont défini beaucoup plus finement à basses températures.
- Application pour la technologie : deux gros exemples avec l'horloge atomique ( 1950) et les ordinateurs quantiques qui sont en plein développement.

Pour contextualiser le niveau de difficulté pour descendre à très basses températures, regardons une échelle logarithmique en température montrant ce qui est atteignable aujourd'hui.

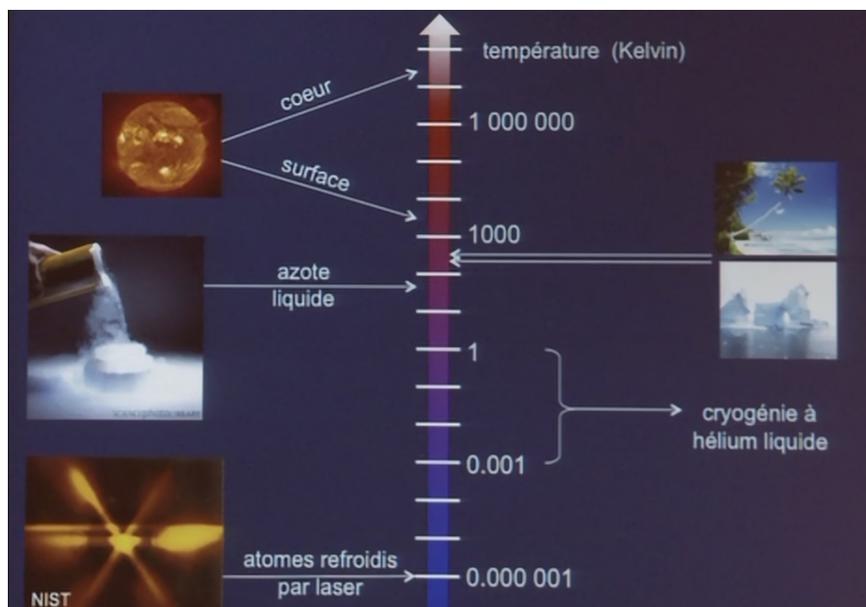


FIGURE 1 – Échelle de température, issue du cours inaugural de Jean Dalibard au collège de France

On voit qu'à température ambiante, on est plus proche de la température au centre du soleil que des basses températures obtenues par refroidissement laser ! Nous on va commencer par étudier la cryogénie à helium liquide puis on parlera de refroidissement laser.

↓ Pour commencer, on va s'intéresser à la liquéfaction de l'hélium liquide. L'idée c'est d'étudier la matière à basse  $T$ , par exemple pour vérifier que le mercure est bien supraconducteur en dessous de  $T_c = 4,2$  K. Pour cela on liquéfie l'hélium, car on sait que la température de liquéfaction de l'hélium à pression ambiante est  $T = 4,13$  K.

## 1 Liquéfaction de gaz

### 1.1 Principe et difficultés

On commence à étudier un diagramme (P,T). On voit qu'à priori, si on se trouve dans la phase gazeuse à pression et température ambiantes, alors il suffit de faire une compression du gaz jusqu'à atteindre la phase liquide puis de

réaliser une détente pour revenir à pression ambiante. C'est ce qui est effectué dans nos réfrigérateurs par exemple. Le problème est qu'on a l'existence d'un point critique, et que pour une température supérieure à celle du point critique, ça ne va plus marcher. Or les gaz ayant une température de liquéfaction très basse ont généralement une température critique basse également. Par exemple pour l'hélium  $T_c = 5\text{K}$ .

Alors comment on peut faire ?

L'idée la plus évidente est d'effectuer un refroidissement en chaîne : on liquéfie les gaz qu'on liquéfie à température ambiante pour les refroidir, puis on utilise ce liquide pour faire passer un second gaz en dessous de sa température critique, et ainsi de suite. Cependant, on va voir que même si ce système est bien sûr utilisé, il ne suffit pas toujours, notamment pour l'hélium.

Gaz	Température (K)
Helium	4,2
Hydrogène	20,4
Azote	77
Oxygène	90
Propane	231

FIGURE 2 – Températures de liquéfaction à pression ambiante de différents gaz

Même en le refroidissant à la température de l'hydrogène liquide, on voit qu'on est toujours loin de la température critique de l'hélium.

↓ On va donc le refroidir à l'aide d'une détente de Joule Thompson

## 1.2 Détente de Joule-Thomson

Principe de la détente : on a une conduite calorifugée avec un bouchon poreux au milieu. On applique une différence de pression entre l'entrée et la sortie, c'est une détente donc bien sûr  $P_1 > P_2$ .

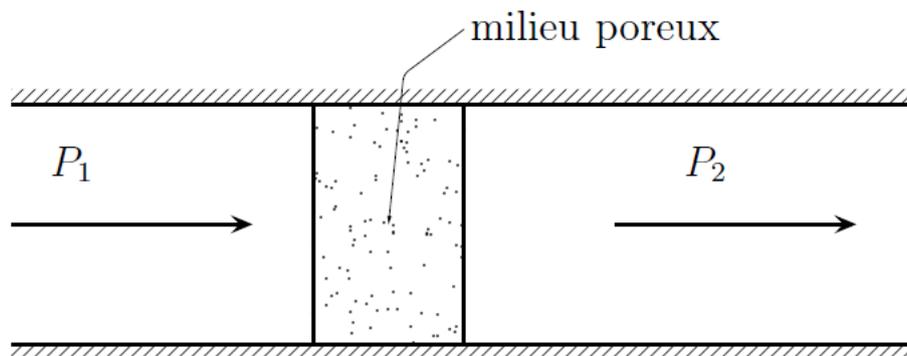


FIGURE 3 – Petit schéma du principe

Cette détente a l'avantage de ne comporter aucune pièce mobile, étant calorifugée et considérée comme lente le premier principe (en écoulement) nous dit qu'elle est isenthalpique.

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP = 0 \quad (1)$$

Donc

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = - \frac{1}{c_p} \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T \quad (2)$$

On voit qu'on ne peut pas bien modéliser cette évolution avec un modèle de gaz parfait à cause de la deuxième loi de Joule.

On va donc utiliser le modèle du gaz de Van Der Waals, dont on rappelle l'équation d'état :

$$\left( P + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT \quad (3)$$

On passe le calcul, mais en supposant que les corrections sont petites et à l'ordre 1 on trouve l'enthalpie :

$$H(T, P) = n(c_v + R)T + nP \left( b - \frac{2a}{RT} \right) \quad (4)$$

Ainsi :

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = - \frac{1}{c_p} nb \left( 1 - \frac{T_i}{T} \right) \quad (5)$$

Avec la température d'inversion  $T_i = \frac{2a}{Rb}$ .

A partir de cette équation, on peut calculer le nombre de cycles qu'il faut appliquer pour obtenir une température inférieure à 5K en approximant :

$$\Delta T = - \frac{\Delta P}{C_p} nb \left( 1 - \frac{T_i}{T} \right) \quad (6)$$

On trace avec Python et on trouve pour 1 mole d'hélium avec  $C_p = 20,79 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $b = 2,37 \cdot 10^{-3} \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1}$ , une température initiale de 20K et une différence de pression de 100 bar :

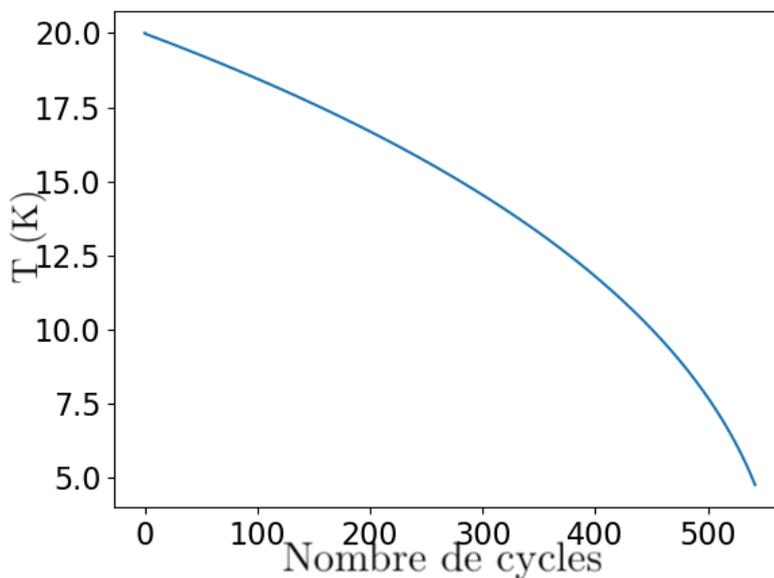


FIGURE 4 – Caption

Ça a été réalisé pour la première fois par H.K Onnes en 1908 dans les mêmes conditions, et on voit qu'il faut un grand nombre de cycles avant de descendre à la température critique de l'hélium : celui avait pris 14 heures à l'époque !

Une fois l'hélium liquide obtenu, comment le refroidir encore plus ? Pour cela, on fait un refroidissement par évaporation



## 2 Refroidissement par évaporation

On étudie le système suivant : une cuve contient de l'hélium diphasé solide/liquide. Au dessus de l'enceinte se trouve une pompe. Idée : on pompe  $\rightarrow$  on diminue la pression sous la pression saturante  $\rightarrow$  le liquide va s'évaporer et se refroidir pour retrouver la pression saturante.

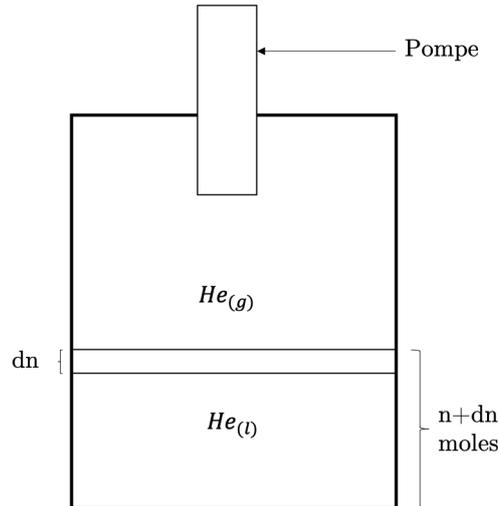


FIGURE 5 – Caption

On fait les hypothèses suivantes :

- L'hélium est assimilé à un gaz parfait
- Le volume molaire de la phase vapeur est très grand devant celui de la phase liquide :  $V_{m,l} \ll V_{m,g}$
- Chaleur latente  $L_v = 80 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Capacité thermique molaire :  $C_m = 4,0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

### 2.1 Évaluation des pertes

Problème : en faisant ça, on perd du liquide qui s'évapore. On voudrait savoir combien de liquide on va perdre pour le refroidir.

Pour cela, on considère que l'hélium est un GP et que les volumes molaires vérifient  $V_{m,l} \ll V_{m,v}$ .

ON considère la variation d'enthalpie du système Hélium liquide + la quantité  $dn$  qui s'évapore.

$$dH = dH_{n+dn,l} + dH_{-dn,l \rightarrow v} = 0 \quad (7)$$

soit :

$$0 = (n + dn)c_m dT - dnL_v \quad (8)$$

soit

$$\frac{dn}{n} = \frac{c_m}{L_v} dT \quad (9)$$

En intégrant cette expression :

$$n = n_0 \exp\left(\frac{C_m(T_f - T_i)}{L_v}\right) \quad (10)$$

on obtient la quantité consommée pour plusieurs températures finales pour 1 mol :

$T_f = 0,7 \text{ K}$  donne  $\Delta n = 0,17 \text{ mol}$

$T_f = 0,1 \text{ K}$  donne  $\Delta n = 0,21 \text{ mol}$

Ça a l'air faisable et cool! Mais on va maintenant présenter les limites de ce processus, en montrant au moins un problème qui peut se poser

## 2.2 Limite du processus

Ici on a regardé que les pertes, on va maintenant s'intéresser aux autres grandeurs du problème et particulièrement le volume molaire du gaz, puisque c'est ça qui peut poser problème étant donné qu'on le pompe.

On utilise la formule de Clapeyron pour voir l'évolution du volume molaire avec la pression et la température.

$$L_v = T(V_{m,v} - V_{m,l}) \frac{dP}{dT} \quad \text{et avec nos hypothèses} \quad (11)$$

$$L_v = R \frac{T^2}{P} \frac{dP}{dT} \quad \text{on intègre} \quad (12)$$

$$P = P_0 \exp - \frac{L_v}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (13)$$

On trouve finalement l'expression du volume molaire en fonction de la température :

$$V_{m,v} = \frac{RT}{P_0} \exp \frac{L_v}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (14)$$

On voit qu'on tend vers l'infini quand la température tend vers 0. On peut calculer à quelle température le minimum de cette fonction est atteint et on trouve  $T = 9\text{K}$ . On est donc au dessus, ce qui signifie que le volume molaire de gaz va croître exponentiellement en l'inverse de la température.

En considérant le débit volumique de la pompe constant, le rapport en temps pour atteindre une température donnée sera le rapport des volumes. Calculons le pour les températures discutées ci-dessus :

$$\frac{\tau'}{\tau} \sim 10^3 4 \quad (15)$$

On voit que si atteindre une température de 0,7 K est raisonnable, descendre à 0,1 K est complètement infaisable (on peut comparer avec l'âge de l'univers qui est environ de  $4.10^{17}$  secondes).

On voit la limite de ce procédé, et on comprend que sa mise en place sera complexe. Maintenant, intéressons nous à un autre champ de la physique : l'observation de condensats de Bose Einstein. Pour ça, on ne peut pas utiliser les méthodes précédentes, on utilise le refroidissement laser car on veut des températures de l'ordre de 100 nK. La première étape dans ces refroidissements peut-être effectuée par effet Doppler.

### Transition

On peut aussi faire la transition en parlant de l'évaporation utilisée pour les atomes froids et en faisant le parallèle avec celle qu'on vient de décrire. Cependant il faut être prêt à en discuter pour les questions.

## 3 Refroidissement par effet Doppler

### 3.1 Principe

Considérons un gaz d'atomes qu'on a préalablement collimaté pour qu'ils aillent dans la direction  $x$  à la vitesse moyenne  $\bar{v}_x$

Le principe d'équipartition de l'énergie (en faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas d'interactions) nous donne :

$$\frac{1}{2} m \bar{v}_x^2 = \frac{1}{2} k_B T \quad (16)$$

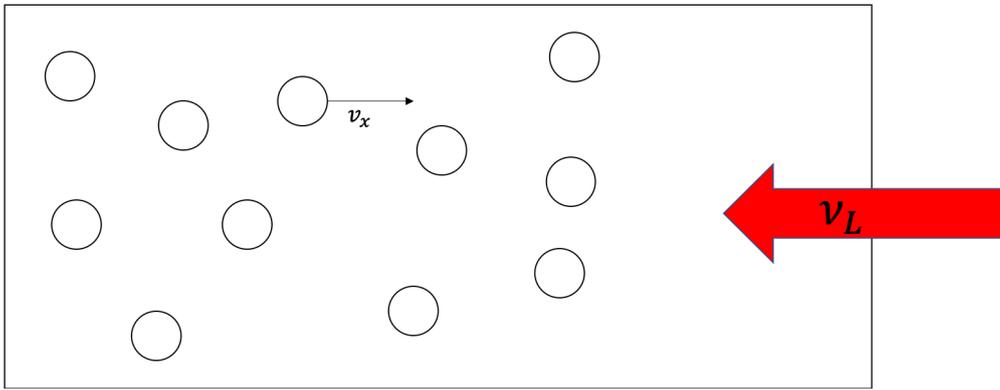


FIGURE 6 – Schema doppler

D'où :

$$\bar{v}_x = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (17)$$

On voit donc bien que ralentir les atomes va les refroidir.

Comment les refroidir ? On va utiliser un laser. C'est contre intuitif car un faisceau laser est très énergétique donc on penserait plutôt que ça va chauffer notre gaz. Cependant vous savez qu'on peut associer à la lumière une impulsion  $p = h/\lambda$ . Si cette impulsion est à la fréquence d'excitation de l'atome, elle va pouvoir être absorbée par l'atome et donc le ralentir.

Donc là on se dit ok cool on va juste pouvoir choisir la fréquence du laser telle qu'elle soit la même que la fréquence d'excitation de l'atome et c'est bon ! Mais comme l'atome bouge, la fréquence qu'il va percevoir ne sera pas celle du laser par effet Doppler. Expliciteons cela en notant  $\nu_0$  la fréquence d'excitation de l'atome,  $\nu_L = \nu_0 + \delta$  la fréquence du laser,  $\nu_{L'}$  la fréquence perçue par l'atome.

$$\nu_{L'} = \nu_L \left(1 + \frac{v_x}{c}\right) \quad (18)$$

D'où au premier ordre en supposant delta petit et le rapport des vitesses également :

$$\nu_{L'} = \nu_0 + \delta + \nu_0 \frac{v_x}{c} \quad (19)$$

On voit donc immédiatement que pour avoir  $\nu_{L'} = \nu_0$  il faut  $\delta = -\nu_0 \frac{v_x}{c}$ .

Super on va pouvoir exciter notre atome ! Mais on sait que l'état excité n'est pas stable donc l'atome va ensuite émettre un photon avec la même quantité de mouvement que celui qu'il a absorbé. Pourquoi il est ralenti alors ?

L'émission se faisant dans une direction aléatoire alors que l'absorption est toujours dans la direction  $x$ , si on fait un bilan de quantité de mouvement sur notre gaz la variation due à l'émission va s'annuler. On a alors la variation de quantité de mouvement  $\Delta p_x = -\frac{h}{\lambda}$

### 3.2 Limites du refroidissement

Le refroidissement par effet Doppler va cesser de fonctionner lorsque l'énergie thermique sera équivalente à l'énergie de l'étalement en fréquence de notre atome ie lorsque  $k_B T \sim h \Delta \nu$ . Cet étalement est lié au temps de vie radiatif de l'atome  $\tau$  et on peut alors écrire

$$T_{min} \sim \frac{\hbar}{k_B \tau} \quad (20)$$

En réalité notre modèle est très simplifié, mais si on fait le calcul proprement on trouve un résultat qui diffère seulement d'un facteur 1/2. On peut faire l'application numérique pour un gaz de sodium pour lequel  $\tau = 16\text{ns}$  et on trouve une température minimale de  $T = 240\mu\text{K}$ .

## 4 Conclusion

On a vu différents moyens de descendre à très basses température et leurs applications dans la recherche. Beaucoup d'autres méthodes non évoquées ici sont également utilisées, on peut parler de désaimantation adiabatique ou encore

de réfrigérateurs à dilution utilisés pour les ordinateurs quantiques. Pour descendre encore plus bas en température que ce qu'on a vu pour l'effet Doppler, il faut y ajouter d'autres méthodes de refroidissement qu'on pourra évoquer dans une autre leçon. Historiquement, le premier condensat de Bose-Einstein a été observé en 1995.

## Question jury

- **Tu dis que c'est bien d'être à basse T pour observer des niveaux d'énergie. Pourquoi ?** Ils sont moins bien définis à cause de l'agitation thermique à haute température.
- **A quel niveau l'agitation thermique rentre en compte ? Tu connais des montages qui font mesurer des niveaux d'énergie à l'agrégation ? Les lampes spectrales. Qu'est ce qui élargi les raies de ces lampes ?** L'agitation thermique. C'est l'effet Doppler : les atomes bougent ce qui change la fréquence d'émission. C'est souvent la première limitation en résolution à température ambiante.
- **C'est quoi la supraconductivité ?** Deux phénomènes : chute de résistivité à basse T et effet Meissner (diamagnétisme parfait).
- **Commenter l'allure de ta courbe qui calcule la variation en nombre de cycle. On a l'impression que plus on fait de cycle plus on descend vite. Pourquoi ne pas continuer à refroidir ?** Il va y avoir une limitation à cause de la liquéfaction de l'hélium. On pourrait continuer mais il faudrait changer de pression.
- **Tu peux redessiner un diagramme (P,T) ? Dans quel sens est la pente S/L.** C'est une pente positive, sauf pour l'eau. L'eau a la particularité de se dilater en se solidifiant.
- **Tu peux commenter l'origine des termes de Van Der Waals ?** Le terme de volume : il y a un volume exclu parce que les particules ne sont pas des points. Le terme avec P donne une pression cinétique à cause de la présence de paroi.
- **Tu connais la valeur de a et b pour un corps pur ?** En fait on peut les exprimer en fonction de la pression et température critiques pour un corps pur.
- **L'hypothèse est-elle valide pour utiliser van der waals dans ton étude (joule thomson) ?** IL faut pas être à des pressions/températures trop hautes donc ici c'est ok.
- **Pourquoi pour l'évaporation ça devient OK le modèle du GP ?** On utilise le GP quand on peut. Pour joule thomson, le modèle ne suffit pas, donc on a dû l'affiner. Pas besoin ici.
- **Tu a comparé du temps. Quels sont les temps réels dans l'industrie ?** Temps raisonnables mais pas facile d'avoir des données.
- **Tu peux décrire rapidement la condensation de Bose Einstein ?** Pour un gaz de bosons, on va avoir une saturation de la quantité de particules dans les états excités. Ce nombre de saturation croit avec la température donc à très basse température, il va devenir très petit par rapport au nombre d'avogadro et on aura donc une condensation dans l'état fondamental. Selon le système considéré, condensation spatiale et en vitesse.
- **C'est quoi un boson ?** Particules de spin entier. Ils peuvent occuper les mêmes états contrairement aux fermions
- **On peut avoir des particules indiscernables pour des bosons et des fermions ?** Oui
- **Tu as utilisé le théorème d'équipartition de l'énergie. Quel est l'hypothèse que tu as éludée ?** On considère une vitesse moyenne.
- **La température limite atteignable, on peut la comparer avec la vitesse quadratique. Est-ce le principe d'incertitude de heinseberg peut devenir limitant pour des T assez bas ?** Non je pense pas qu'il puisse l'être dans la vitesse. Dans la démo propre on doit s'en servir à un moment.
- **Tu as parlé d'écart de température en degré. Est-ce que tu sais comment on définit le kelvin, le degré celsius et fahrenheit.** Le kelvin c'est défini avec le point triple de l'eau. **Ça l'était mais plus maintenant, maintenant c'est à partir de la constante de boltzmann** Le Celsius est défini à partir des changements d'états de l'eau à pression ambiante. Le Fahrenheit c'est folklorique, le zéro étant l'hiver le plus froid dans le village de Monsieur Fahrenheit et 100 la température du sang d'un cheval quand on l'égorge.
- **Comment mesure-t-on des basses températures ? des températures normales pour commencer.** A Tamb, thermocouples (effet Peltier). **Pour des très basses températures : souvent on regarde après coup, à partir des distributions en états de ton système. Par exemple, on extrait des données les vitesses moyennes...**

- **Comment est-ce qu'on obtient des températures absolues négatives ?** Le troisième principe dit que c'est impossible en un temps fini. **En pratique on peut en obtenir mais c'est des cas super spéciaux, et plus un artefact mathématique.**
- **T'as dit que ça coûtait de l'énergie de changer d'état.** Non ça implique des transferts thermiques.

## Remarque jury

- La leçon est agréable alors que beaucoup d'informations sont données, c'est cool.
- Le tableau est propre, tu utilises bien le projecteur. Peut-être un peu plus de couleurs
- Pour corriger une erreur, raye et corrige plutôt que d'effacer. Comme ça les correcteurs comprennent mieux.
- Détailler un peu plus les schémas et les grandeurs.
- Intro en deux temps ? À vérifier
- Attention à ne pas dire degré Kelvin.
- C'est possible de faire une leçon plus simple en parlant plutôt de machines thermiques. Ici on peut risquer des questions très techniques.
- Du coup c'est pas impossible de faire cette leçon niveau L2, ce qui permet de reculer un peu sur la difficulté des questions surtout au niveau atomes froids.
- C'était bien d'intégrer des fils rouges et des transitions. Faut juste être prêt à avoir un peu des questions
- C'est important de le marquer explicitement quand on parle de valeurs moyennées.