Phénomènes de diffraction, Utilisations

Léa Bessonart

October 29, 2021

Niveau: L3
Pré-requis: Optique géométrique, interférence et transformée de Fourier
Sources:

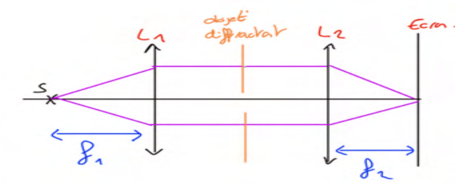
- optique expérimentale, Sextant
- Optique, une approche expérimentale et pratique, HOUARD
- Optique physique; Richard TAILLET

Introduction

La diffraction, découverte au XVIIe siècle, est restée longtemps un phénomène mystérieux. Elle s'observe lorsqu'un front d'onde lumineux rencontre une limitation spatiale. Cela constitue une limite fondamentale au pouvoir de résolution des instruments optiques. Aujourd'hui, on utilise la diffraction pour faire du filtrage optique, ce qui est utilisé en photographie.

Notre but ici est de comprendre ce qu'est la diffraction et les observations et surtout comment l'utiliser en notre faveur ?

On va toujours dans cette introduction observer expérimentalement ce qu'est la diffraction afin de se représenter concrètement ce que nous allons étudier par la suite.



Montage:
On part d'un trou très ouvert (Application de l'optique géométrique) et on le referme petit à petit pour voir apparaître la figure de diffraction de Fresnel en premier puis de Fraunhofer.

Dans le cadre de l'optique géométrique si l'on éclaire un diaphragme circulaire de petite dimension, on s'attend à observer un disque lumineux sur l'écran. C'est bien ce qui se passe pour un trou assez grand.

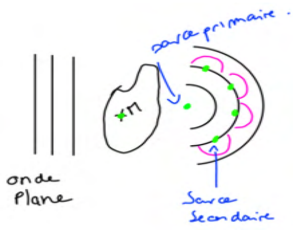
Lorsque le trou approche des dimensions comparables à celle de la longueur d'onde, l'onde, initialement plane, perd son caractère rectiligne et crée des ondes sphériques. C'est le phénomène de diffractions. La présence du diaphragme déforme l'onde lorsqu'elle le traverse. On peut observer un disque centrale lumineux entouré par des anneaux concentriques alternativement sombre et lumineux (dans le cas où le plan est placé à l'infini, c'est a dire le cadre de la diffraction de Fraunhofer) et une figure très lumineuse contenant des interférence dans le cadre de la diffraction de Fresnel.

Dans cette leçon nous allons commencer par comparer la diffraction de Fresnel et Fraunhofer, puis nous étudierons la figure diffraction et afin nous travaillerons sur l'utilisation concrète de la diffraction.

1 La diffraction de Fresnel à Fraunhofer

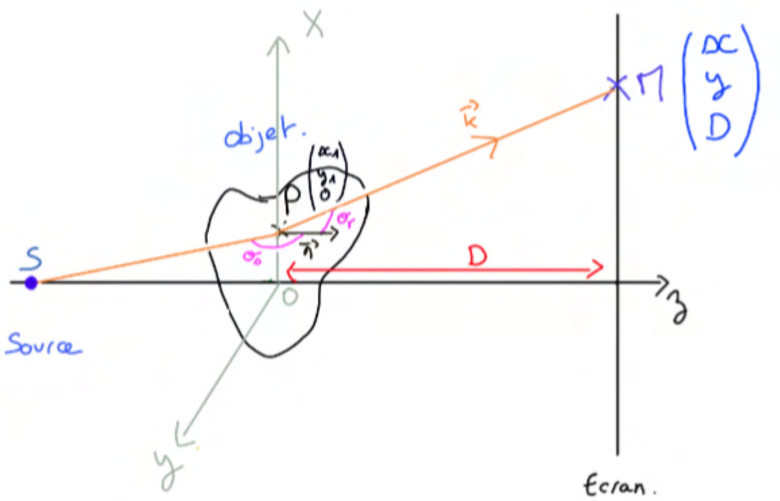
1.1 Principe de Huygens-Fresnel (1690)

Il faut savoir que résoudre un problème de diffraction complet est très difficile et demande de travailler avec les équations de Maxwell. Heureusement il existe une méthode très générale, basé sur des approximation, pour résoudre le problème de façon approché. C'est ce que l'on appel le principe de Huygens-Fresnel.



L'énoncé du principe : Chaque point M du plan source est associé comme une source secondaire émettant une onde sphérique isotrope dont l'amplitude est proportionnelle à l'onde incidente et la phase est égale à celle de l'onde originale. Les ondes sont cohérentes et interfèrent entre elles.

Plus tard, Kirchhoff va décrire mathématiquement ce principe en introduisant le concept d'interférence. Il interprète la diffraction comme un phénomène d'interférences avec un nombre continu de sources. Pour cela, on va considérer une source S qui éclaire un objet. Celui ci diffracte la lumière et on observe ce qu'il se passe en un point M



Il obtient :

$$U(M) = -\frac{iA}{\lambda}\iint_{\Sigma}(cos(\theta_r) - cos(\theta_s))\frac{e^{ikSP}}{SP}t(P)\frac{e^{ikPM}}{PM}dS \tag{1}$$

avec:

- $\frac{e^{ikSP}}{SP}$, l'amplitude incidente
- t(P) qui est fonction transparence de l'objet. C'est lui qui tient compte de l'opacité d'un objet si t(P)=0 opacité totale et t(P)=1 transparence totale.
- $\frac{e^{ikPM}}{PM}$, Huygens-Fresnel

1.2 Diffraction de Fresnel

La diffraction de Fresnel est le premier niveau d'approximation supplémentaire.

On considère que:

- la source S est à l'infinie de l'objet diffractant. On peut considérer que $cos(\theta_s) = -1$ et que toute les points de l'ouverture ont la même amplitude A_0 car le chemin parcouru depuis la source sera le même.
- On suppose que l'écran est loin de l'objet. Par conséquent $D >> x_1, y_1$ et $\theta_r \simeq 0$.

Dans ce cas, on peut noter que

$$U(M) = -\frac{iA_0}{\lambda} \iint_\Sigma t(P) \frac{e^{ikPM}}{PM} dS \tag{2}$$

On propose maintenant de déterminer PM. Il faut bien comprendre que les variation sur l'exponentielle sont bien plus rapide que les variation en $\frac{1}{PM}$. Ce qui fait que l'on peut faire un DL sur PM dans l'exponentiel et supposer $PM =\simeq D$ dans dans $\frac{1}{PM}$.

$$\begin{aligned} PM &= \sqrt{[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + D^2]} && (3) \\ &\simeq D\sqrt{1 + \frac{(x-x_1)^2}{D^2} + \frac{(y-y_1)^2}{D^2}} && (4) \end{aligned}$$

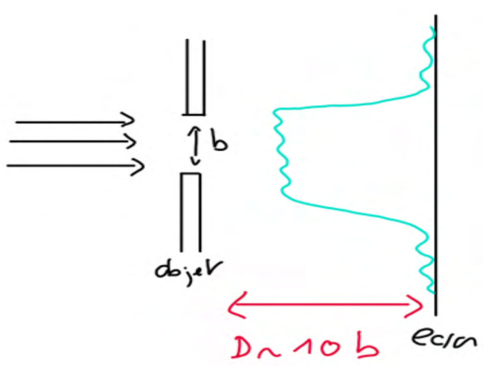
On fait un développement limité à l'ordre 1 et donc:

$$PM \simeq D + \frac{(x-x_1)^2}{2D} + \frac{(y-y_1)^2}{2D} \tag{5}$$

On trouve donc la formule de diffraction de Fresnel.

$$U(M) = -\frac{iA_0}{\lambda D} e^{ikD} \iint_\Sigma t(P) e^{ik\left(\frac{(x-x_1)^2}{2D} + \frac{(y-y_1)^2}{2D}\right)} dS \tag{6}$$

Expérimentalement, on a observé la diffraction de Fresnel en introduction. C'était le cas où l'on avait des phénomènes d'interférences dans la figure de diffraction centrale. La diffraction de Fresnel ne se fait pas à l'infini.



1.3 La diffraction de Fraunhofer

La diffraction de Fraunhofer consiste à faire un degrés d'approximation supplémentaire. L'écran est placé à l'infini. On a toujours $D >> x_1, y_1$ et la taille de la figure de diffraction est proportionnelle à D. Dans ce cas, $x_1 << x$ et $y_1 << y$.

On peut développer notre PM

$$PM \simeq D + \frac{x^2 + y^2 + x_1^2 + y_1^2 - 2x_1x - 2y_1y}{2D} \tag{7}$$

et on néglige les termes x_1^2 et y_1^2. On définit des angles tel que $\alpha = \frac{x}{D}$ et $\beta = \frac{y}{D}$.

Dans ce cadre là,

$$U(M) = -\frac{iA_0}{\lambda D} e^{ik\frac{x^2+y^2}{2D}} e^{ikD} \iint_\Sigma t(P) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x_1 + \beta y_1)} dx_1 dy_1 \tag{8}$$

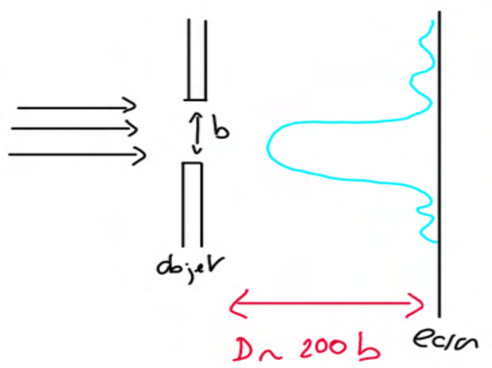
En faite on peut voir U(M) comme la transformée de fourier de la transmittance de l'objet diffractant. Pour mieux le voir, on passe en fréquence spatiale, tel que $u = \frac{\alpha}{\lambda}$ et $v = \frac{\beta}{\lambda}$.

$$U(u,v) = C \iint_\Sigma t(x_1, y_1) e^{-i2\pi(ux_1 + vy_1)} dx_1 dy_1 \tag{9}$$

$$U(u,v) = C\hat{t}(u,v) \tag{10}$$

C'est la formule fondamentale de la diffraction dans l'approximation de Fraunhofer. Comme les ondes issues de l'objet se superposent à grande distance, cette formule est aussi appelée diffraction à grande distance ou diffraction à l'infini.

D'après l'expérience introductive, on se trouve dans un cas où le centre de la figure de diffraction est très lumineux. Il n'y a pas de phénomène d'interférence superposé ici.



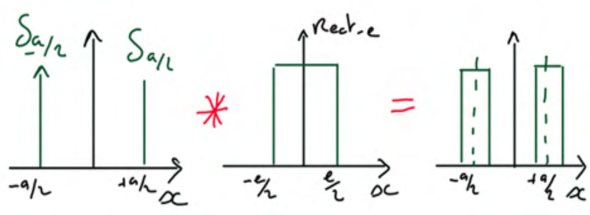
2 La figure diffraction: cas du réseau

Dans la suite de cette leçon nous allons utiliser un réseaux diffractant dans une manipulation. Il me semble donc important de le décrire. De plus, nous allons pouvoir expliquer la forme des figures de diffraction en fonction de la forme de l'objet diffractant. C'est donc l'objet de cette partie. Le réseau se décrit avec une épaisseur e et une périodicité a dans le cas d'un réseau 2D.

Pour commencer, il faut traduire mathématiquement la fonction de transparence du réseau diffractant. On va le faire en 1D

$$t(x) = (P_a * Rect_e)(x) \tag{11}$$

avec Rec_e la fonction porte, de largeur e et P_a la fonction peigne de Dirac de période a.



On considère ici N fentes

$$t(x) = \sum_{m=0}^{m=N-1} Rect_e(x - x_m) \tag{12}$$

avec m le rang de la fente et $x_m = ma$ la coordonnée de la fente.

L'amplitude complexe de notre onde diffracté se note donc:

$$U = C \int_{-e/2+ma}^{e/2+ma} \sum_{m=0}^{m=N-1} Rect_e(x - x_m) e^{(-i2\pi ux)} dx \tag{13}$$

On fait le changement de variable suivant $X = x - x_m$. Il vient:

$$\begin{aligned} U &= C \sum_{m=0}^{m=N-1} e^{(-i2\pi u x_m)} \int_{-e/2}^{e/2} Rect_e(X) e^{(-i2\pi uX)} dX & (14) \\ &= CTF[Rect_e](u) \sum_{m=0}^{m=N-1} e^{(-i2\pi uma)} & (15) \\ &= CTF[Rect_e](u) \frac{1 - e^{-2i\pi UaN}}{1 - e^{-2i\pi Ua}} & (16) \\ &= Cesinc(\pi ue) \frac{1 - e^{-2i\pi UaN}}{1 - e^{-2i\pi Ua}} & (17) \\ &= Cesinc(\pi ue) e^{\frac{-i2\pi Ua(N-1)}{2}} \frac{sin(N\pi ua)}{sin(\pi ua)} & (18) \end{aligned}$$

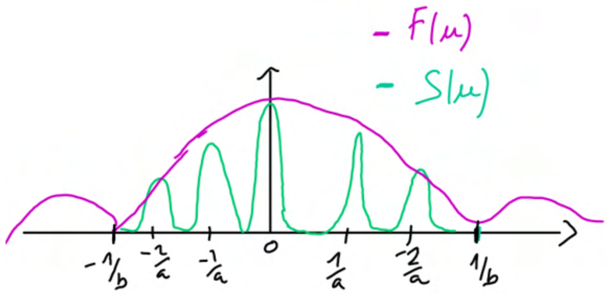
On peut maintenant passer à la répartition de l'intensité de l'onde diffractée, car c'est à elle qu'on a accès visuellement. Comme $I = |U|^2$ alors :

$$I = Ce^2 sinc^2(\pi ue) \left(\frac{sin(N\pi ua)}{sin(\pi ua)} \right)^2 \tag{19}$$

On a l'expression du réseau de fentes infiniment fines, modulée par un terme supplémentaire en sinus cardinal qui prend en compte la largeur finie des fentes. En voyant cela, on peut comprendre que la fonction décrivant l'intensité diffractée peut se mettre sous la forme du produit de deux fonctions:

- Une fonction $F(u) = e^2 sinc^2(\pi ue)$ qui ne dépend que de e. On l'appel facteur de forme
- Une fonction $S(u) = N^2 \left(\frac{sin(N\pi ua)}{Nsin(\pi ua)} \right)^2$ qui ne dépend que du pas a du réseau et de son nombre de traits N. On l'appel facteur de structure.

Le spectre d'un réseau de traits comprend un pic central en u=0 correspondant à la fréquence spatiale fondamentale. Les autre pics du réseau, pour $u = \pm p/a$ sont les harmoniques avec p un entier.

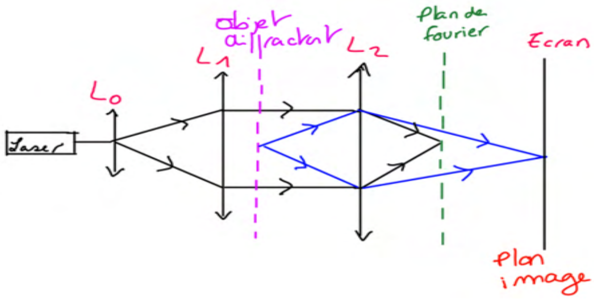


3 Filtrage optique

Maintenant que nous comprenons la figure de diffraction en fonction de l'objet diffractant, nous allons essayer de comprendre le rôle de la diffraction en formation des images. Nous allons montrer qu'il est possible de modifier l'image géométrique d'un objet par un système optique en agissant directement sur le spectre de ses fréquences spatiales.

Pour le montrer, nous allons commencer par visualiser ce phénomène grâce des expériences.

3.1 L'expérience d'Abbe



Expliquons chaque composants de ce montage.

- L_0 et L_1 réalisent un élargissement du faisceau laser.
- L_2 forme l'image de l'objet (réseau) sur l'écran (bleu). On observe dans son plan focal le spectre du réseau (noir). Ce plan est appelé plan de fourier car c'est à cette endroit que se forme la transformé de fourier de l'objet diffractant, dans les conditions actuelles de fraunhofer.
- On va placer dans le plan de fourier un fente, suivi d'une lentille L_3. On va ainsi former sur l'écran l'image du spectre du réseau, tronqué par une fente rectangulaire.
- on peut placer une lame semi-réfléchissante avant le plan de fourier pour voir la figure de diffraction d'une part et l'image de l'objet d'autre part

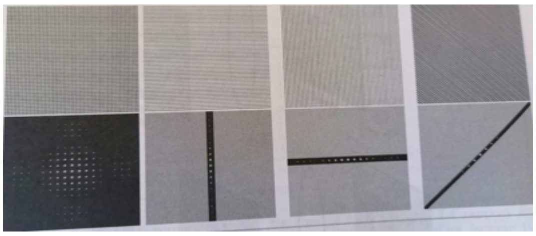
On va réaliser 1 expériences : La fentes verticale, ne sélectionnant que les points verticaux centraux. On se rend que qu'on élimine sur l'image les lignes perpendiculaires à la fente. On observe ses cas:

Mais concrètement que se passe t'il ? Quel est l'intérêt ici ?

La transformée de Fourier d'une image contient la même information que l'image elle-même, mais organisée spatialement de façon très différente. Il faut interpréter les résultats en terme de fréquences.

Chaque point du plan de Fourier représente la contribution d'une fréquence spatiale.

- Le point central représente une composante constante, de fréquence nulle.
- Plus l'on s'éloigne du centre, plus les fréquences sont élevés.



Concrètement, les fréquences vont traduire le degrés de détails de l'image. Plus la fréquence est grande, plus les détails sont fins.

Dans l'expérience d'Abbe, nous avons en premier lieu garder que la droite verticale passant par l'origine. Cette ligne contient l'information sur la contribution des détails organisés selon des lignes horizontales. Par conséquent, nous avons éliminer tous les détails verticaux. (et inversement pour les autre cas)

3.2 Autre expériences possibles

3.2.1 Strioscopie

On va maintenant remplacer le réseau par une plume et la fente par une tête d'épingle. On cache ainsi le centre de notre figure de diffraction. On remarque que les détailles sont clairement mis en avant.

Dans le cas de la strioscopie, on a filtré les hautes fréquences spatiales en plaçant un petit disque opaque au centre du plan de Fourier. Cette fois ce sont les variations de luminosité sur les grandes échelles spatiales qui sont atténuées, mais pas les détails fins. On peut ainsi améliorer sensiblement la visibilité de détails sur un fond uniformément éclairé.

3.2.2 Détramage

On va maintenant remplacer la tête d'épingle par un trou. On ne garde que le centre de notre figure de diffraction. On remarque que les détailles sont effacés.

En appliquant un filtre spatial dans le plan de Fourier, on à modifier l'image finale et nous allons tenter de comprendre ça.

Dans le cas du detramage, on ne laisse passer que les basses fréquences spatiales de l'image. Tous les détails fins de l'image sont gommés. Cet effet est mis en oeuvre dans certains objectifs photographiques, pour adoucir les contrastes.

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons étudier l'impacte d'un objet de taille semblable à celle de la longueur d'onde et dans ce cas il se forme des figures de diffraction. Nous avons vu que différents degrés d'approximation sur la formule de diffraction conduis à travailler avec une diffraction de Fresnel ou de Franhofer. Nous avons ensuite compris comment interpréter la figure de diffraction en fonction des paramètres de l'objet diffractant et enfin nous avons observé qu'il est possible de modifier l'image géométrique d'un objet par un système optique en agissant directement sur le spectre de ses fréquences spatiales.

Dans une prochaine leçon nous pourrions chercher à comprendre les limites de la diffraction lors d'observation. On parlera donc de pouvoir de résolution.

Questions et remarques

- temps 38 min 34
- Peux-tu citer d'autres types de diffraction? diffraction par les électrons, l'eau avec les ondes à la surface de l'eau, des ondes sonores. La diffraction est un phénomène ondulatoire, par conséquent, la diffraction par les électrons est dû au caractère ondulatoire de ces particules (dualité).
- Définition de la diffraction? Phénomène qui se produit lorsque des ondes, quelle que soit leur nature, rencontrent des obstacles ou des ouvertures dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde et qui se traduit par des perturbations dans la propagation de ces ondes (contournement d'obstacles ou divergence à partir d'ouverture dans ces obstacles).
- Il est souvent dit que la diffraction est tous ce qui sort du cadre de l'optique géométrique. Cela veut en réalité dire que les rayons ne se comportent pas comme prévu par l'optique géométrique et sont déviés (par un obstacle). Dans le cas des interférences, les rayons se comportent comme prévu par l'optique géométrique, mais c'est le fait de regarder leur phase, dans le cadre de l'optique ondulatoire, qui permet d'expliquer les observations (l'optique géométrique seule ne permet pas d'expliquer les interférences).
- Point commun avec diffraction et toutes les autres types de diffraction ? phénomène ondulatoire
- Faut-il être proche de la longueur d'onde pour avoir de la diffraction?
- Quelles sont les approximations qu'on fait pour retrouver la loi du principe de Huygens-Fresnel?
- Date de la découverte de la diffraction? 17ième siècle
- Qu'a fait Kirchhoff? Il a introduit le concept d'interférence
- A quoi correspondent les termes constants devant l'expression de U(M)?
- Comment écrire l'onde de manière générale? On peut mettre des vecteurs dans l'exponentielle tel que $e^{i\vec{k}.\vec{SP}}$
- Pourquoi faire le choix de la démo en scalaire? parce qu'on a des ondes sphériques où la direction de propagation est isotrope et donc ne dépend pas de la direction.
- Exemple de fonction de transparence où t(x) est diffèrent de 0 ou 1? lame semi-réfléchissante, transparent, diapositive...
- Est ce que les hypothèses de la diffraction de Fresnel et de Fraunhoffer sont vérifiées dans ton expérience du début? oui mais il faut prendre en compte la taille du trou
- Est-ce que la source S est à l'infini? oui car les rayons arrivent parallèlement
- Quelle est la propriété de la TF: $TF[A * B] = TF[A] \times TF[B]$
- Physiquement que représente le facteurs forme: c'est la diffraction comme dans Fraunhofer et le facteur structure, c'est les interférence, comme dans Fresnel
- Pourquoi il y a une tache noir ou blanche au centre de la figure de diffraction ? Cela dépend de la distance et de la taille du trou car on peut faire défiler les anneaux.
- Différence entre D loin et D infini?
- Quelle stratégie tu peux utiliser pour que ton objet soit toujours à l'infini? mettre l'objet dans le plan focal de la lentille
- Comment fonctionne le détramage dans l'appareil photo?
- Pourquoi on veut enlever les détails autour de l'image?
- Microscope à contraste de phase, à quoi ça sert? On cherche a faire apparaître des objets transparents en introduisant une plaque de verre qui va donc introduire un déphasage.

- Comment peut-on utiliser la diffraction pour d'autres types d'onde? Dans le cas des ondes sonores, ça permet de faire des salles insonorisees. On peut utiliser la diffraction pour casser les vagues arrivant dans un port. Pour cela on place des poteaux qui vont créer de la diffraction. On peut également utiliser les collines pour faire de la diffraction sur des ondes radios et par conséquent permettre a l'onde passer de l'autre cote.
- Il faut penser à rappeler avant la deuxième expérience que l'on est en Fraunhofer
- On peut faire moins de théorie peut être et faire plus de lien avec les expériences
- Le titre de la leçon invitait à parler aussi des autre types d'onde (sonore, mécanique..)