LP54: Adaptation d'impédance.

Applications

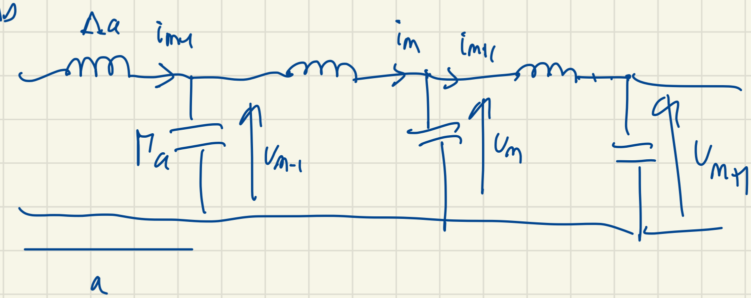
II Adaptation d'impédance

1. Impédance caractéristique

1.1 Un exemple scalaire : le cable coaxial (ref : cours Bruiselin)

Constitué de l'âme et de la gaine : deux conducteurs séparés par un isolant dans lesquels circulent des courants oscillants : capacités et inductances.

On néglige les effets résistifs



On se place dans le cadre des lois de Kirchhoff localement

ARQS M : $a \ll c/S$

On peut appliquer la loi des noeuds : $i_n = i_{n+1} + C\frac{du_n}{dt}$

loi des mailles $u_{n+1} = u_n - L\frac{di_{n+1}}{dt}$

App° des milieux continus. $a \ll \lambda$

$u(x,t)$, $I(x,t)$ tq : $\forall m$, $u(ma,t) = u_m(t)$

et donc $\quad i_{m+1} - i_m = a \cdot \left.\dfrac{\partial I}{\partial x}\right|_{ma}$, $\quad u_{m+1} - u_m = a \left.\dfrac{\partial U}{\partial x}\right|_{ma}$

et donc $\quad \dfrac{\partial I}{\partial x}(ma,t) = -\dfrac{C}{a}\dfrac{\partial u}{\partial t}(ma,t)$

donc $\begin{cases} \dfrac{\partial I}{\partial x} = -\Gamma \dfrac{\partial U}{\partial t} \\[2ex] \dfrac{\partial U}{\partial x} = -\Lambda \dfrac{\partial I}{\partial t} \end{cases}$: Γ capacité linéique du cable

Couplage entre deux grandeurs.

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad c = \frac{1}{\sqrt{\Lambda \Gamma}}$$

$$U\frac{\partial I}{\partial x} + I\frac{\partial U}{\partial x} = -U\Gamma\frac{\partial U}{\partial t} - I\Lambda\frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \partial_t\left(\frac{1}{2}\Gamma U^2 + \frac{1}{2}\Gamma I^2\right) + \partial_x(UI) = 0$$

On peut réécrire cela sous la forme

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right) I = 0$$

Soit $\quad \dfrac{\partial^2 I}{\partial \alpha \partial \beta} = 0 \quad , \quad \begin{matrix} \alpha = x - ct \\ \beta = x + ct \end{matrix} \quad$ et donc $\quad I(x,t) = A(x-ct) + B(x+ct)$

Considérons l'onde se déplaçant selon $+x$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\Lambda \frac{\partial I}{\partial t} = -\Lambda c A'(x - ct)$$

Soit $U(x,t) = Z\, I(x,t)$ où $Z = \Lambda c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$

relation de structure

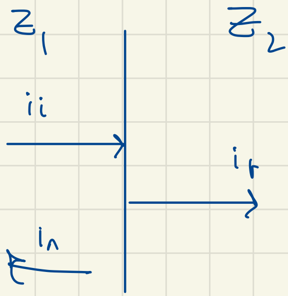
Ce phénomène est dû au couplage de deux grandeurs : l'une de type inertiel : l'intensité, l'autre de type force, la tension. Le problème est entièrement décrit par la donnée de la célérité c et de l'impédance caractéristique Z.

L'impédance décrit le lien qui existe entre l'élément de type force et l'élément de type inertie.

onde dans un solide

l'exp° de $\vec{\Pi}$ amène à considérer $\vec{H}$ plutôt que $\vec{B}$ en général.

$Z = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$	U	I	$\frac{1}{2}\Gamma U^2 + \frac{1}{2}\Lambda I^2$	UI
$Z = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi_S}}$	p	$\vec{v}$	$\frac{1}{2}\rho_0 v^2 + \frac{1}{2}\chi_S p^2$	$p\vec{v}$
$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \frac{1}{n}$	$\vec{E}$	$\vec{H}$	$\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H^2$	$\vec{E} \wedge \vec{H}$



$$i_i + i_r = i_t$$

$$v_i + v_r = v_t$$

$$r_i = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad , \quad r_v = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$t_i = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad , \quad t_v = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$R = \left|\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right|^2 \qquad \boxed{T = \frac{4 Z_1 Z_2}{|Z_1 + Z_2|^2}}$$

La variation d'impédance caractéristique crée une onde reflétée : il y a perte de puissance transmise

2. Adaptation d'impédance

Un exemple acoustique :

$Z_{air} = 4 \cdot 10^2$ kg m^{-2} s^{-1}

$Z_m = 10^6$ "

donc $T = \frac{4Z_1}{Z_2} = 10^{-4}$: -40 dB

Le son ne se transmet pas

La solution consiste à adapter l'impédance du diapason avec celle du bois. La cavité en bois raisonne et rayonne plus de puissance. On peut aussi poser le diapason sur la machoire

---

Adaptation d'impédance en optique :

$$r_{n} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1}}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

$$T_n = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

On retrouve les coefficients de Fresnel en incidence normale pour une TE.

On peut donc interpréter l'indice optique comme une admittance optique. Qualitativement, un rayon lumineux ne voit une interface que si les indices optiques sont différents (pour un diélectrique)

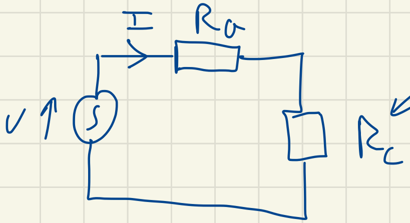
Pour retrouver les expressions générales ($\theta_i \neq 0$) il faut repartir de la relation de structure et exploiter la continuité tangentielle de $\vec{E}$ et normale (on retrouve les lois de Descartes) et tangentielle (on retrouve Fresnel) de $\vec{H}$. On ne peut pas exploiter directement les résultats qui ont été établis pour une onde scalaire.

Petite expérience : On plonge un tube à essai vide dans un becher rempli de glycérol : on voit le tube à essai. On le remplit alors de générateur également : il disparaît.

$n_{générateur} = n_{ligne}$: on a adapté les impédances.

Adaptation d'impédance électronique

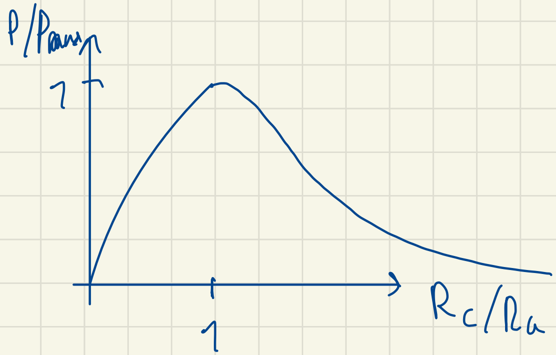
Le problème est le suivant : on se donne une charge utile dans laquelle on veut dissiper le maximum de puissance mais le générateur possède une résistance interne et délivre une tension U donnée.



charge. Loi des mailles : $U = U_a + U_c$

donc $U = (R_a + R_c)\, I$

Alors $P_c = R_c I^2 = \dfrac{U^2 R_c}{(R_c + R_a)^2}$



La puissance transmise à la charge est maximale pour $R_c = R_a$: les impédances sont adaptées.

Exemple : amplification en tension d'un micro

Emetteur commun : $Z_s = 2\,k\Omega$.

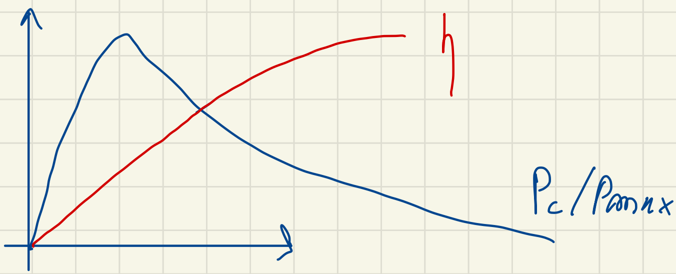
HP : $Z_e = 20\,\Omega$. On n'entend rien.

On utilise alors un montage push pull à faible Z_s (~ 1) grande Z_e

2.2 Rendement

$$P_c = U^2 \frac{R_c}{(R_c+R_G)^2} \qquad P_{tot} = \frac{U^2}{R_c + R_c}$$

donc $$\eta = \frac{P_c}{P_{tot}} = \frac{R_c}{R_c+R_G}$$



ccl° : Si l'on veut maximiser le rendement, on a plutôt intérêt à prendre une grande charge quitte à augmenter la tension délivrée pour fonctionner à une puissance donnée. Historiquement, on pensait ne pas pouvoir dépasser 50% de rendement pour le moteur électrique.

↳ si le rendement est important (moteur)
on désadapte les impédances
↳ si la puissance est importante on adaptes
les impédances (amplification de puissance)