

Fracture dans les matériaux granulaires cohésifs

J.-C. Géminard^a, H. Alarcón^b and F. Melo^b

a. *Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, CNRS, UMR 5672, Université de Lyon, 46 Allée d'Italie, 69007 Lyon, France*

b. *Departamento de Física, Universidad de Santiago de Chile, Av. Ecuador 3493, Casilla 307, Correo 2, Santiago, Chile*

Résumé :

Nous rapportons la formation spontanée de fractures dans une fine couche d'un matériau granulaire cohésif soumise à un étirement dans le plan. Les fractures sont le résultat de la croissance d'une instabilité mécanique due à l'affaiblissement progressif (strain softening) du matériau déformé. Nous étendons ce travail au cas d'une couche soumise à une déformation de flexion hors du plan et décrivons les mécanismes qui gouvernent les principales caractéristiques des motifs observés.

Abstract :

We report on the fracture pattern which spontaneously forms in a thin layer of cohesive granular matter submitted to stretching in its plane. Fractures result from the growth of a mechanical instability associated with the strain softening property of the deformed material. We extend this work to the case of a layer submitted to an out-of-plane flexural deformation and describe the mechanisms which govern the main characteristics of the observed patterns.

Mots clefs : Matériaux granulaires ; Cohésion ; Fracture

1 Introduction

Les propriétés mécaniques d'un matériau granulaire sont grandement modifiées lorsque ce dernier est mis en présence d'humidité. Les enfants, et même parfois les adultes, mettent naturellement le phénomène à profit en mouillant le sable pour en construire un château. Le sable mouillé, qui initialement sec coule entre les doigts, forme un matériau fragile qui, plutôt que couler, casse lorsqu'on le déforme. Ce changement de comportement mécanique est dû au fait qu'en présence d'humidité des ponts liquides collent entre eux les grains qui, secs, se séparent sans effort.

Ce changement d'un état plutôt fluide à un état plutôt solide n'est pas brutal et dépend du contenu en eau ou du taux d'humidité dans l'atmosphère avec laquelle le matériau est en contact. En effet, si la formation de ponts liquides partiellement développés conduit à une augmentation rapide de la cohésion pour de faibles teneurs en eau, un plateau est rapidement atteint. Il est à noter que la saturation est en grande partie due à la répartition très hétérogène de l'eau dans le système [1, 2].

Un effet important, mais peu étudié, de la réponse mécanique des granulaires humides est la diminution progressive de la cohésion qui accompagne une augmentation de la déformation au-delà d'un certain seuil dans une large gamme de teneur en liquide. L'origine de cette diminution est double puisque, d'une part, le nombre de ponts entre grains diminue et, d'autre part, la force exercée par un pont entre deux grains diminue lorsque ce dernier est étiré. La déformation typique au-delà de laquelle cet affaiblissement du matériau apparaît est donnée par la compétition entre la force typique exercée par un pont capillaire et la déformabilité des grains [3]. Pour des grains durs, peu déformables, cette déformation seuil est très petite et on peut considérer que le matériau s'affaiblit continûment dès qu'il est déformé.

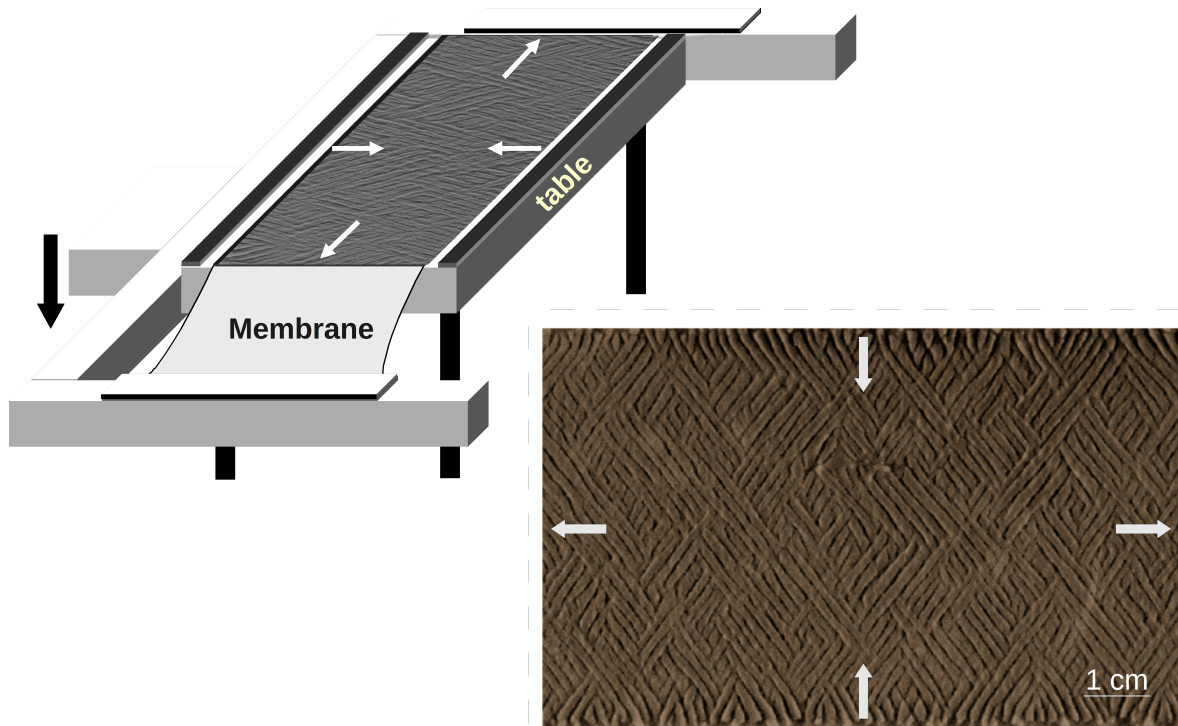


FIGURE 1 – Dans cette première configuration expérimentale, la couche de matériau est déposée sur une membrane en latex (longueur typique 20 cm, largeur 6 cm) reposant sur une table horizontale. La membrane est encastrée sur toute sa largeur à ses deux extrémités dans un cadre en U. L'élongation de la membrane est obtenue en déplaçant le cadre vers le bas. L'augmentation de la longueur s'accompagne naturellement d'une contraction de la largeur (effet Poisson). Pour une couche de matériau suffisamment cohésive on voit apparaître un joli réseau organisé de fractures (voir référence [4] pour les détails).

Cet affaiblissement, c'est-à-dire la diminution progressive de la contrainte qui accompagne une augmentation de la déformation, a une conséquence importante sur le processus de fracturation de ce type particulier de matériaux : la rupture, à proprement parler la perte totale de cohésion entre deux parties du matériau, est le résultat de la croissance au-delà d'une certaine amplitude d'une instabilité qui se développe à toute déformation. Pour le montrer, nous avons réalisé un ensemble d'expériences qui permettent de solliciter une couche de matériau dans différentes géométries (cisaillement plan, flexion, . . .) et une série d'expériences complémentaires qui permettent de mesurer les propriétés mécaniques des échantillons.

2 Expériences

Afin de solliciter le matériau (de la farine ou des billes de verre de diamètre d allant typiquement de $45 \mu\text{m}$ pour les échantillons faits de petits grains à $200 \mu\text{m}$ pour les échantillons faits de gros grains), nous avons considéré des couches minces (typiquement 1 à 3 mm d'épaisseur) déposées sur un support déformable. Les expériences sont réalisées sous atmosphère contrôlée (température et humidité). Elles consistent à appliquer une déformation contrôlée au support et à caractériser la déformation de la surface libre qui en résulte.

Dans une première géométrie, nous avons considéré le cas d'une couche de matériau déposée sur une bande de latex que l'on allonge en tirant sur ses deux extrémités [4]. La couche est ainsi étirée dans la direction de traction et comprimée dans la direction perpendiculaire. Pour un matériau suffisamment cohésif, on voit apparaître à la surface de la couche un très joli motif constitué de fractures assez régulièrement espacées faisant un angle bien défini avec la direction d'étirement (Fig. 1).

L'étude de l'évolution des caractéristiques géométriques de ce motif en fonction de la taille des grains, de l'humidité, de l'épaisseur de la couche et de l'amplitude de la déformation imposée révèle que :

- l'angle que font les fractures avec la direction de traction ne dépend ni de la taille des grains, ni de l'humidité, ni de l'épaisseur de la couche. La direction de fracture est simplement imposée par la direction principale de compression et satisfait le critère de Mohr-Coulomb.
- la distance typique entre les fractures (ou la *longueur d'onde*) est proportionnelle à l'épaisseur de la couche mais ne dépend pas de la taille des grains à humidité relative donnée. En revanche, la longueur d'onde augmente avec l'humidité relative pour une taille de grains donnée.
- la fracturation résulte de la croissance progressive d'une instabilité, sans seuil en déformation, qui conduit à une modulation des déformations de la surface. Ce n'est que lorsque l'amplitude de cette déformation est suffisamment grande que le matériau fracture à proprement parler.
- ne fracturent que les couches suffisamment épaisses de matériaux suffisamment cohésifs.

Il est possible de rendre les observations plus simples en empêchant la membrane de se contracter dans la direction perpendiculaire à l'étirement. On observe alors naturellement des fractures (ou une modulation) perpendiculaires à la direction d'étirement. Les observations faites dans cette nouvelle configuration confirment les dépendances de la longueur d'onde sur l'épaisseur de la couche, la taille des grains et l'humidité [4]. Des mesures précises des déplacements des grains à la surface libre, obtenues à partir de corrélations d'images, confirment que la modulation des déformations apparaît sans seuil et commence donc à croître dès que la déformation, homogène, est appliquée à la membrane [5, 6].

Dans une seconde géométrie, nous avons imposé à la couche une déformation hors du plan (Fig. 2). Pour ce faire, la couche est déposée sur une feuille inextensible, initialement plane, à laquelle est ensuite imposée une déformation de flexion [7]. Dans ce cas, l'étirement uniaxial obtenu est maximal à la surface et gouverné par le rapport entre l'épaisseur de la couche et le rayon du cylindre. Cette expérience confirme les conclusions énoncées ci-dessus.

3 Discussion

Nous avons déjà mentionné que la cohésion est nécessaire à la fracture (s'il n'est pas cohésif le matériau coule sans se casser) et que la cohésion se caractérise par la diminution de la contrainte liant les grains lorsque le matériau est déformé. Dans une première approche théorique, probablement simpliste, nous considérons que la relation entre la contrainte σ_{xx} et la déformation $\theta \equiv u_{xx}$ peut s'écrire sous la forme simple :

$$\sigma_{xx} = \sigma_s \left(1 - \theta/\theta_m\right) \quad (1)$$

où σ_s est la contrainte de cohésion et θ_m la déformation à la rupture. On suppose que la relation entre contrainte et déformation de cisaillement s'écrit simplement $\sigma_{xz} = G u_{xz}$ avec un module G qui peut dépendre des conditions expérimentales, en particulier de la cohésion. Il est facile de montrer [4] que, dans le cadre de ces hypothèses, la longueur d'onde est proportionnelle à l'épaisseur :

$$\lambda \propto \sqrt{\sigma_s/G\theta_m} h. \quad (2)$$

On retiendra surtout que le rapport λ/h est une fonction du seul paramètre $\xi \equiv \sigma_s/G\theta_m$, rapport du taux d'affaiblissement de la cohésion σ_s/θ_m au module de cisaillement G .

Il est important, en ce point, de discuter les résultats expérimentaux à la lumière de ce qui vient d'être écrit. L'angle formé entre direction de fracture et direction d'étirement dans la première configuration s'explique simplement en appliquant le critère de Mohr-Coulomb. Le raisonnement ci-dessus permet de rendre compte de la proportionalité entre longueur d'onde et épaisseur de la couche (ce qui n'est

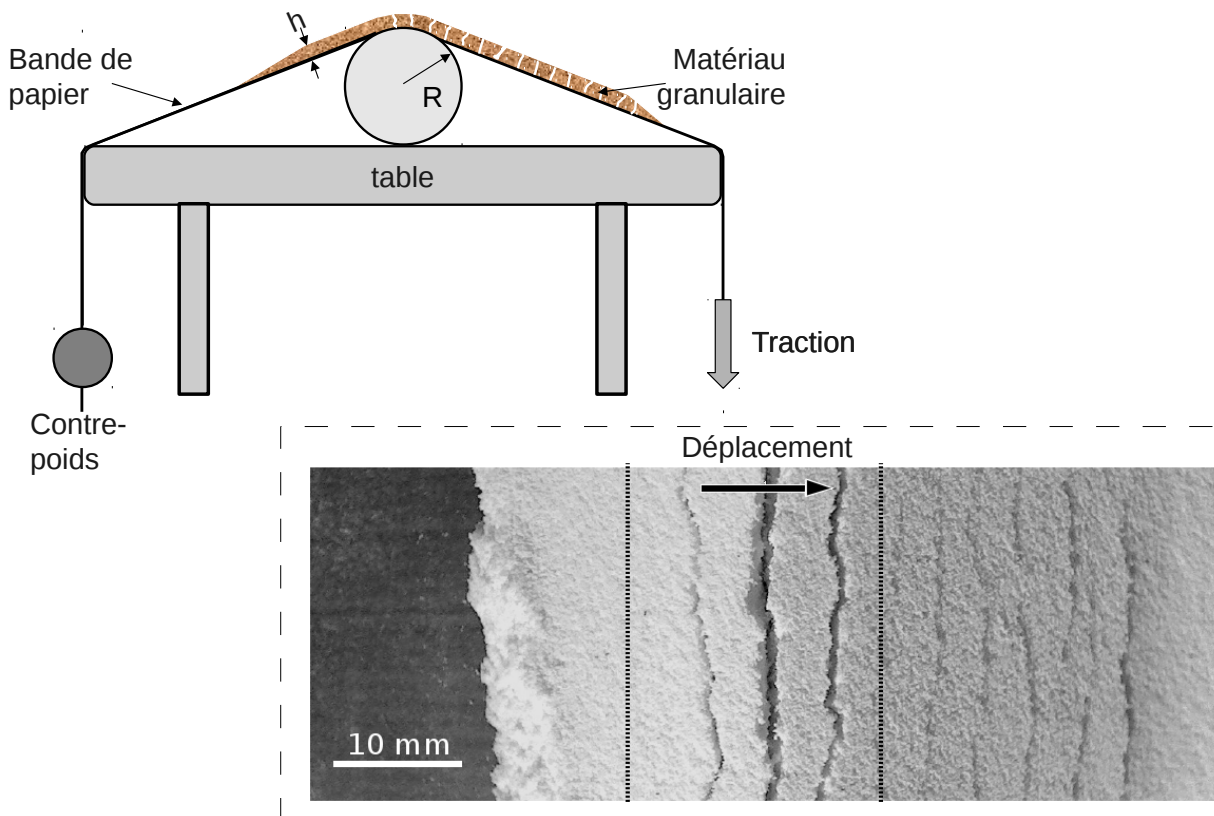


FIGURE 2 – Dans cette deuxième configuration expérimentale, la couche de matériau est déposée sur une membrane inextensible reposant sur un cylindre. La membrane, tendue au moyen d'un contrepoids, est déplacée de manière à la faire défiler à l'aplomb du cylindre. On impose ainsi à la couche une déformation de flexion sous l'effet de laquelle elle se fracture de manière régulière. La déformation maximale est déterminée par le rapport de l'épaisseur de la couche au rayon du cylindre. Il suffit alors de compter les fractures qui défilent pour déterminer la longueur d'onde (voir référence [7] pour les détails).

de toute façon pas très surprenant puisqu'il n'existe qu'une échelle de longueur dans le système). Il reste à comprendre la dépendance du préfacteur sur la taille des grains et l'humidité. Ici, les choses se compliquent car il existe une contradiction apparente entre les dépendances obtenues. En effet, diminuer la taille des grains à humidité relative donnée augmente la cohésion tout comme augmenter l'humidité relative à taille de grains donnée. On peut penser que la longueur d'onde devrait être une simple fonction de la cohésion et, en conséquence, augmenter avec une augmentation de l'humidité relative et une diminution de la taille des grains. Or, si nos résultats expérimentaux montrent bien une augmentation rapide de la longueur d'onde avec le taux d'humidité, ils montrent aussi que la longueur d'onde est pratiquement indépendante de la taille des grains.

Pour comprendre ces comportements, nous avons mis au point deux expériences complémentaires dédiées à la détermination indépendante de la cohésion, σ_s , et du module de cisaillement, G [5, 6]. Ces expériences, l'une mesurant la force d'adhésion sur une pointe et l'autre le module de cisaillement dans un rhéomètre, mettent d'abord en évidence que $G \propto \sigma_s$. En conséquence, le rapport ξ dépend des paramètres expérimentaux *via* la dépendance de θ_m sur ces derniers. De manière intéressante, les expériences permettent de déterminer une distance entre grains conduisant à la rupture du matériau. Sans entrer ici dans les détails, elles prouvent que le comportement de la longueur d'onde ne peut

s'expliquer que par le fait que la répartition des ponts liquides dans la matrice granulaire est très hétérogène [6]. La longueur d'onde est une fonction croissante du nombre de grains dans les agrégats cohésifs qui se forment au sein du matériau.

4 Conclusions

En conclusion, nous avons résumé un ensemble de résultats expérimentaux qui montrent que la fracturation d'un matériau granulaire faiblement cohésif résulte de la croissance d'une instabilité mécanique intimement liée à la diminution de la cohésion lorsque le matériau est déformé. Des mesures sensibles des champs de déformation montre qu'une modulation, donc une localisation, de la déformation apparaît même pour les petites déformations, bien avant la rupture. C'est le développement ultérieur de cette modulation qui conduit à la formation d'un réseau régulier de fractures dans le cas d'une couche mince déposée sur une membrane.

Nous montrons que le mécanisme d'affaiblissement de la cohésion avec la déformation permet d'expliquer les résultats expérimentaux, en particulier la dépendance en humidité et taille des grains, si on admet que les ponts liquides, qui sont à l'origine de la cohésion, sont répartis de manière hétérogène entre les grains. Cette dernière hypothèse semble être confirmée par les mesures directes de la cohésion et du module de cisaillement dans nos échantillons.

Enfin, nous tenons à souligner que les granulaires cohésifs présentent cette particularité de pouvoir guérir après rupture, puisque les grains, s'ils sont remis en contact, peuvent à nouveau former des ponts et se recoller. Il est donc intéressant de considérer les possibles transformations du réseau de fractures sous l'effet de cycles ou de vibrations [9].

Les auteurs remercient l'ANR pour le soutien financier apporté à ces recherches (ANR-09-BLAN-0389-01).

Références

- [1] M. Scheel , R. Seemann , M. Brinkmann , M. Di Michiel, A. Sheppard , B. Breidenbach and S. Herminghaus, 2008, Morphological clues to wet granular pile stability. *Nature Materials* **7**, 189.
- [2] M. Scheel , R. Seemann , M. Brinkmann , M. Di Michiel, A. Sheppard and S. Herminghaus, 2008, Liquid distribution and cohesion in wet granular assemblies beyond the capillary bridge regime. *J. Phys. : Condens. Matter* **20**, 494236.
- [3] T. Gröger, U. Tüzün and D. M. Heyes, 2003, Modelling and measuring of cohesion in wet granular materials. *Powder Tech.* **133**, 203.
- [4] H. Alarcón, O. Ramos, L. Vanel, F. Vittoz, F. Melo and J.-C. Géminard, 2010, Softening Induced Instability of a Stretched Cohesive Granular Layer. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 208001.
- [5] H. Alarcón, 2012, Comportamiento mecánico de una capa de material granular sometida a deformaciones en el plano. *PhD Thesis*, Universidad de Santiago de Chile, Santiago de Chile.
- [6] H. Alarcón, J.-C. Géminard and F. Melo, 2012, Effect of cohesion and shear modulus on the stability of a stretched granular layer. *Phys. Rev. E* **86**, 061303.
- [7] J.-C. Géminard, L. Champougny, P. Lidon and F. Melo, 2012, Flexural fracturing of a cohesive granular layer. *Phys. Rev. E* **85**, 012301.
- [8] J.-C. Géminard, 2012, Instability reveals clustering in cohesive granular matter. *Rev. Cub. Fis.* **29**, 1E13.
- [9] H. Terroufi, S. Zugmeyer, S. Santucci, J.-C. Géminard, L. Vanel and O. Ramos, 2013, Transition from Hierarchical to Hexagonal Domains in Fracture Patterns. *Mechanics & Industry* à paraître dans ce même volume.